



Unité d'Enseignement d'Expertise PA6
Ingénierie des Fluides et des Machines Tournantes

Master Recherche Ingénierie des Machines de Conversion d'Energie

**Unité d'Enseignement
Eléments dimensionnants et architecture
des machines tournantes**

Cours donné à l'ENSAM de Paris par
R. REY
Professeur

| | |
|--|-----------|
| PROCEDURE DE DIMENSIONNEMENT D'UNE MACHINE ENERGETIQUE | 4 |
| 1 - POMPES ROTODYNAMIQUES | 5 |
| 1.1 - POMPES CENTRIFUGES MONOETAGEES | 5 |
| 1.2 - POMPES MULTIETAGEES | 11 |
| 1.3 POMPES IMMERGEES | 16 |
| 1.4 POMPES SPECIALES | 18 |
| 2 - EFFORTS ET CONTRAINTES APPLIQUES SUR LA LIGNE D'ARBRE ET LES PALIERS..... | 22 |
| 2.1 ORIGINE DE LA POUSSEE AXIALE..... | 23 |
| 2.1.1 <i>Poussée dynamique</i> :..... | 23 |
| 2.1.2 <i>Poussée statique</i> | 24 |
| 2.2 CALCUL DE LA POUSSEE AXIALE | 27 |
| 2.3 DISPOSITIFS D'EQUILIBRAGE..... | 29 |
| 2.3.1 <i>Roues en opposition</i> | 29 |
| 2.3.2 <i>Contrailettes dorsales</i> | 30 |
| 2.3.3 <i>Chambre d'équilibrage arrière</i> | 33 |
| 2.3.4 <i>Piston d'équilibrage</i> | 34 |
| 2.3.5 <i>Piston d'équilibrage automatique</i> | 36 |
| 2.4 POUSSEE RADIALE..... | 38 |
| 2.5 PREMIERE VITESSE CRITIQUE DE FLEXION DE L'ARBRE DE LA POMPE..... | 44 |
| 2.5.1 <i>Vitesse critique d'une roue sur un arbre non pesant</i> | 44 |
| 2.5.2 <i>Cas général : arbre pesant de section variable</i> | 46 |
| 2.6 EFFORTS SUR L'ARBRE ET SUR LES PALIERS | 49 |
| 3 - TURBINES A GAZ ET A VAPEUR..... | 50 |
| 4 - COMPRESSEURS | 56 |
| 4.1 TURBOCOMPRESSEURS..... | 56 |
| 4.2 COMPRESSEURS VOLUMETRIQUES..... | 61 |
| 5 - ANNEXE : EXEMPLES DE REALISATIONS INDUSTRIELLES | 65 |
| 5.1 - POMPES ROTODYNAMIQUES | 65 |
| 5.2 - TURBINES A GAZ ET A VAPEUR | 74 |
| 5.3 - COMPRESSEURS..... | 78 |
| 6- EXERCICES ET PROBLEMES TYPES..... | 82 |
| 6.1- ETUDE D'UN PROPULSEUR PAR HYDROJET | 82 |
| 6.2- PREDIMENSIONNEMENT D'UN ARBRE DE POMPE | 84 |

Eléments dimensionnants et architecture des machines tournantes

La conception des machines où s'accomplissent d'importants échanges d'énergie mécanique, thermique ou hydraulique, s'effectue suivant diverses étapes allant du pré-dimensionnement mécanique, jusqu'à l'analyse fine des écoulements internes (voir organigramme page suivante).

En simplifiant, on peut définir les étapes suivantes :

1 - **Le cahier des charges** définit les performances globales attendues : pression et débit générés ou encore chute d'enthalpie et puissance. Nature des fluides et environnement de la machine sont également définis.

2 - **Le savoir-faire** permet de retenir arbitrairement la vitesse de rotation, le nombre d'étages le type d'impulseur, le type d'aubages,...

3 - **Le calcul d'avant-projet** définit, grâce à un modèle sommaire d'écoulement, les champs de vitesse, pression et température....donnant accès aux principaux efforts en présence.

4 - **Pré-dimensionnement mécanique** : A partir de cette étape, on détermine la position et le type de paliers, les dispositifs d'équilibrage, l'épaisseur des carters, le diamètre de l'arbre et ses différentes vitesses critiques, les dispositifs d'étanchéité,...

En cas d'incompatibilité de ces résultats avec les choix précédents, on recommence à l'étape 2 ou à l'étape 3 avec des modèles de plus en plus fins concernant l'analyse des écoulements et le calcul des contraintes et déformations des lignes d'arbres et des pièces principales.

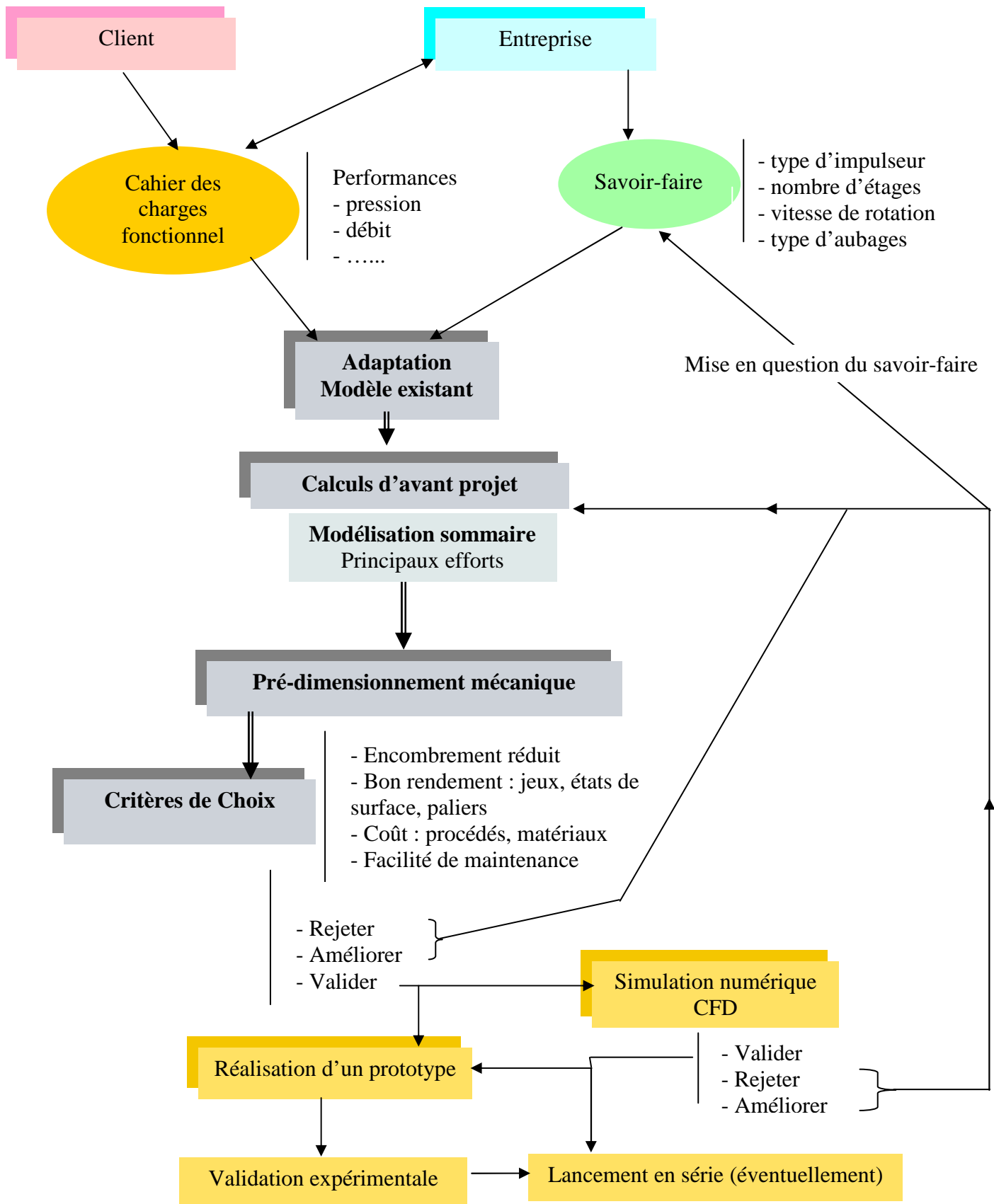
Dans cette démarche, les choix sont généralement effectués en ayant pour objectif principal l'optimisation de la machine, à savoir :

- **encombrement réduit.**
- **bon rendement** : jeux de fonctionnement réduits, qualité des états de surface, paliers et butées adaptés, etc...
- **coût acceptable** grâce à un choix judicieux des matériaux et procédés d'obtention.
- **maintenance aisée** facilitant le contrôle, le démontage et le remplacement des pièces les plus sollicitées.

Les éléments dimensionnants et l'architecture de machines présentées ici, concernent, à des degrés divers d'approfondissement, les **pompes rotodynamiques**, les **turbines** et les **compresseurs**.

Les aspects tenant compte des propriétés des écoulements entrant dans le cadre de la conception des turbomachines, sont disponibles dans les photocopiés suivant :

- Machines et Systèmes Energétiques.
- Ingénierie des fluides et des machines tournantes. (UEE IFMAT-PA6).



Procédure de dimensionnement d'une machine énergétique

1 - POMPES ROTODYNAMIQUES

La classification des pompes rotodynamiques, s'effectue à partir des niveaux suivants :

- **le type de roue** : centrifuge, hélico-centrifuge, axiale.
- **le mode d'utilisation** : horizontale, verticale, immergée, submersible,...
- **les propriétés du fluide véhiculé** : eau claire, liquides corrosifs liquides chargés abrasifs, mélanges diphasiques liquide gaz, mélanges fibreux,...

Chacune de ces particularités correspond à des réalisations pratiques très variées, conférant à ces machines des formes, des encombrements et des niveaux technologiques très contrastés.

1.1 - Pompes centrifuges monoétagées

Dans sa forme la plus classique, la pompe centrifuge se présente sous la forme donnée en **Figures 1-1 et 1-2** respectivement de type à roue semi-ouverte (sans flasque avant) et à roue fermée.

En **Figure 1-1** - on note principalement, en progressant de gauche à droite sur la figure :

- La bride d'entrée de diamètre normalisé formant corps avec la **volute**.
- La bride de refoulement normalisée également.
- La fixation principale, partie intégrante **du corps de pompe**.
- Le flasque avant, réglable de l'extérieur, permettant d'ajuster le jeu axial devant la roue.
- La roue, équipée d'**ailettes dorsales** permettant de réduire la **poussée axiale**, elle est ici montée en position de porte à faux par rapport aux paliers.
- La plaque de fond.
- Le dispositif d'étanchéité ; ici, **garniture à tresses** sur chemise d'arbre. Alimentation possible par eau claire : limitation de température, nettoyage, etc... (**Figures 1-3 et 1-4**).
- A noter que le système d'étanchéité est monté en cartouche qui, suivant les options, peut être une **garniture mécanique** simple, double, compensée,... (**Figure 1-5**).
- Entre le palier et le corps de pompe, se trouve "**l'arcade**", pièce ajourée permettant l'accès au dispositif d'étanchéité.
- Le palier formé de deux roulements, l'un encaissant la poussée axiale (dans les deux sens) l'autre supportant uniquement la **charge radiale**. Suivant les cas, on aura une lubrification à l'huile (avec réserve et bouchon de niveau) où à la graisse.

La grande majorité des pièces est obtenue par moulage. Suivant les conditions de service et la nature du fluide pompé, les matériaux seront adaptés : aciers alliés, fontes au chrome, fontes ordinaires. La conception est de type "**process**" ; à savoir, l'ensemble tournant est démontable par une translation vers la droite. Le corps de pompe et les conduites de liaison restent en place.

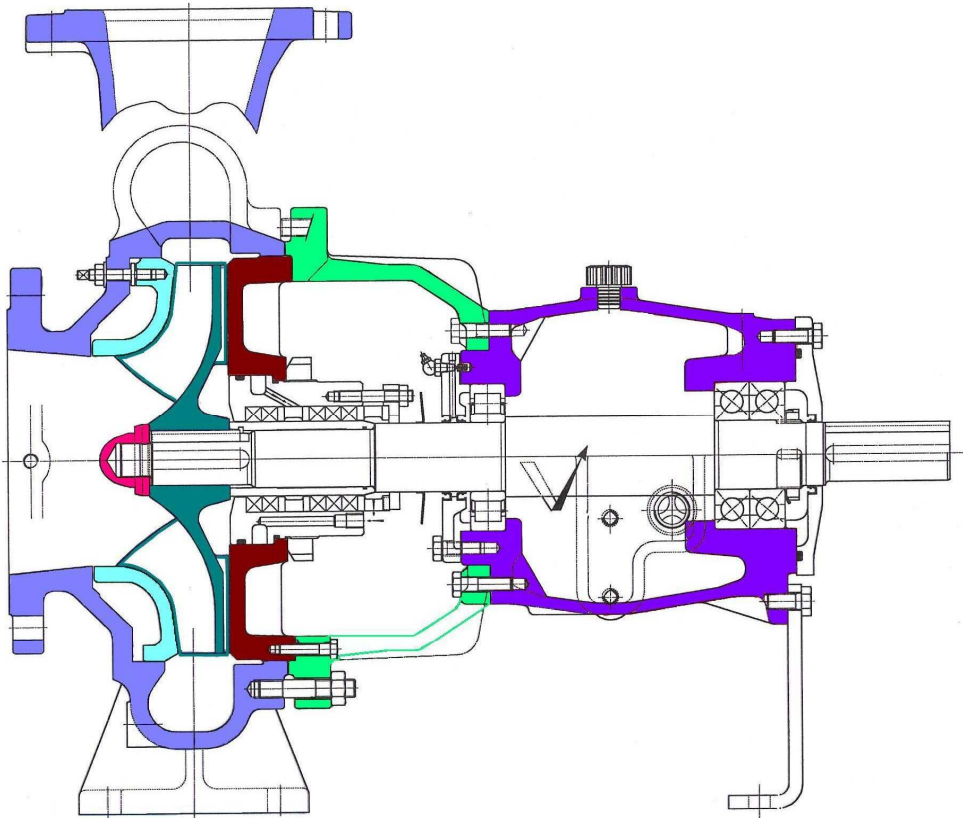


Figure 1-1 : Pompe centrifuge horizontale - Roue ouverte [ENSIVAL-MORET-1]

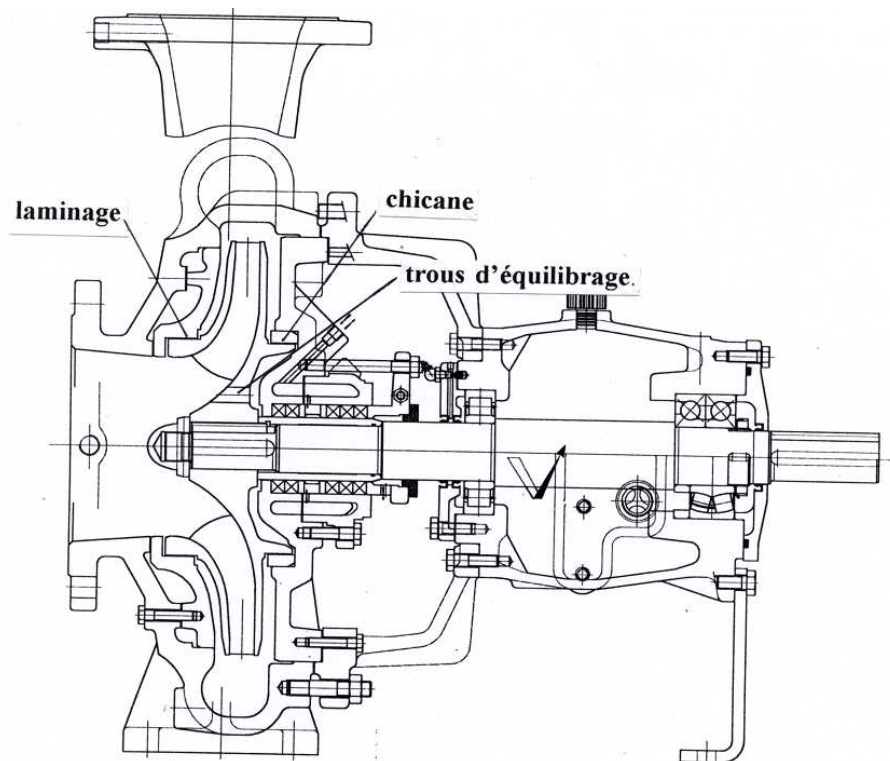


Figure 1-2A : Pompe centrifuge horizontale - Roue fermée [ENSIVAL-MORET-1]

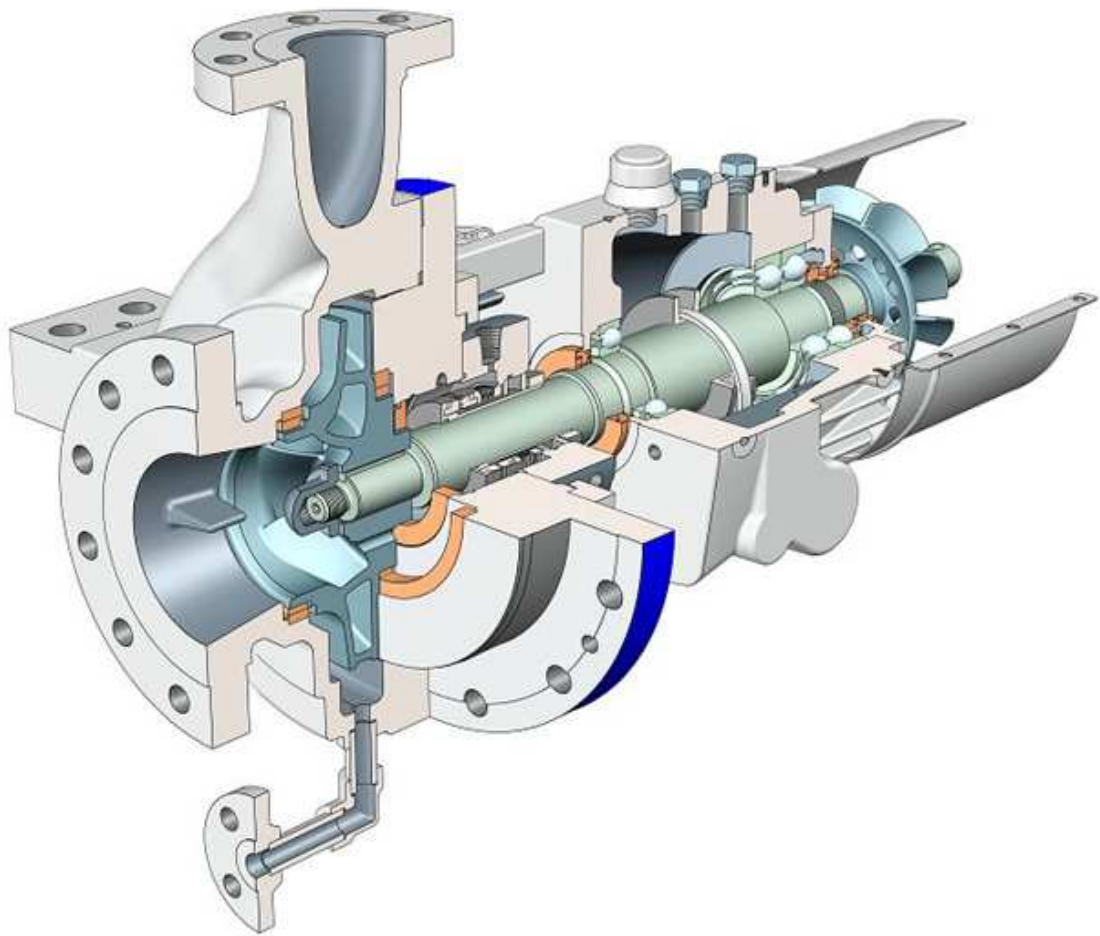


Figure 1-3B : Pompe centrifuge horizontale - Roue fermée [SULZER-7]

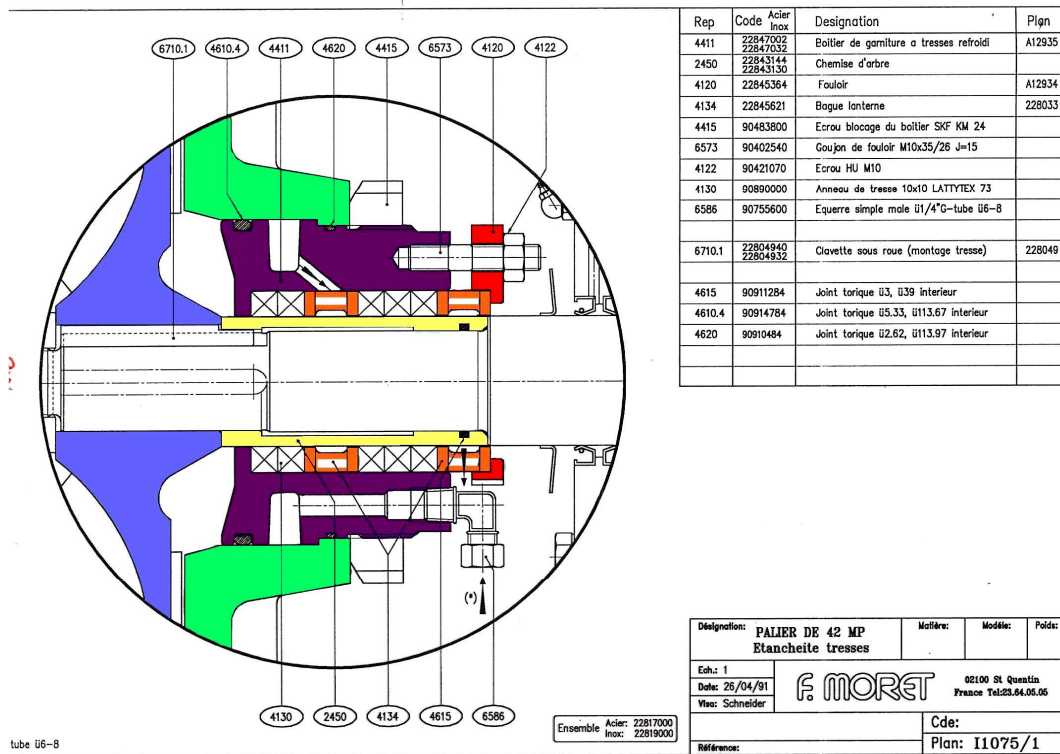


Figure 1-4 : Dispositif d'étanchéité à tresses [1]

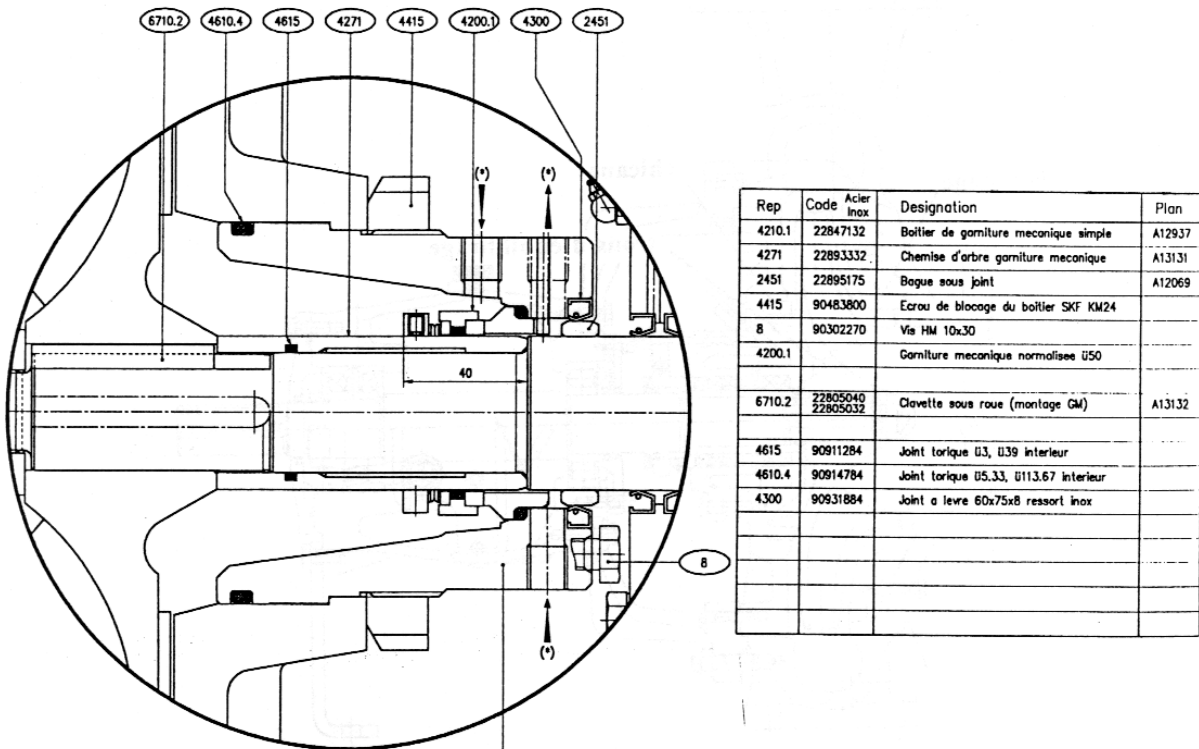


Figure 1-5 : Garniture mécanique d'étanchéité simple [1]

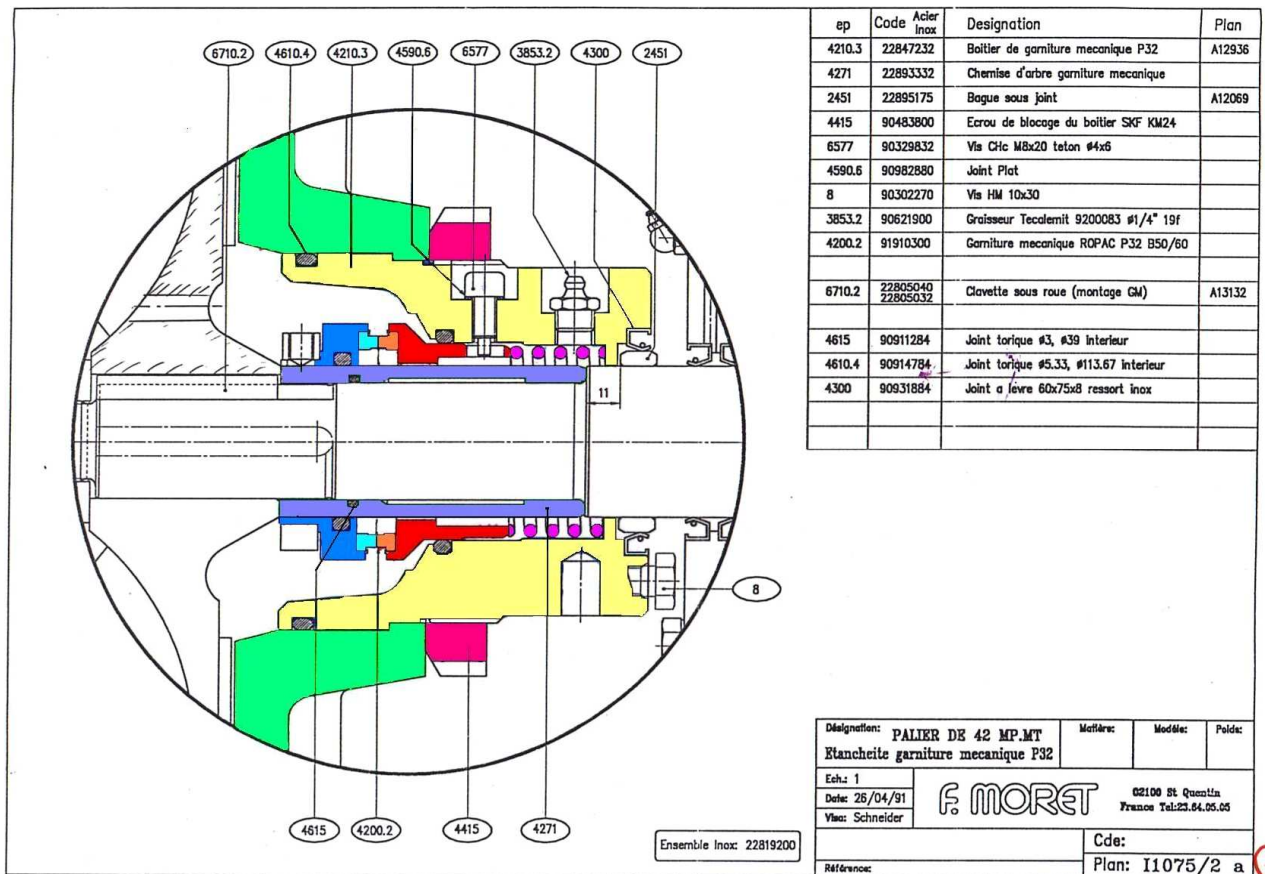


Figure 1-6A : Etanchéité par garniture mécanique compensée [1]

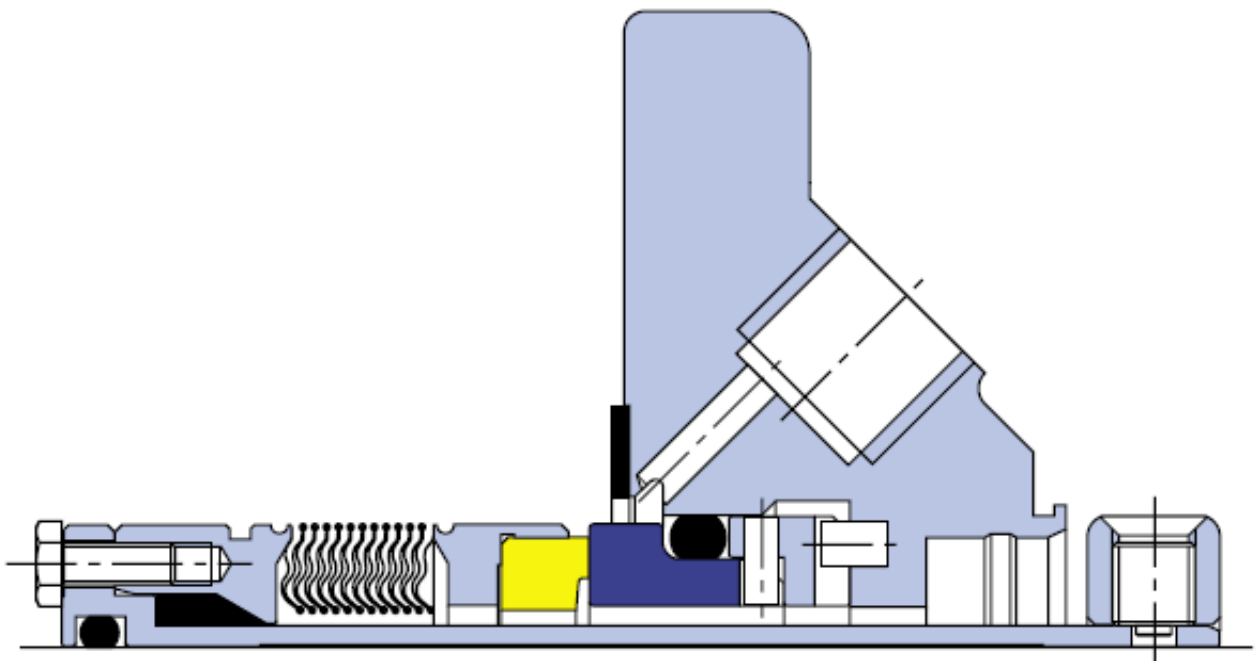


Figure 1-7B : Etanchéité par garniture mécanique [John CRANE]

En **Figure 1-2**, il s'agit d'une **roue fermée** où le flasque avant, les aubages et le flasque arrière constituent une seule et même pièce. Ici, le système d'étanchéité entre le refoulement et l'aspiration, est obtenu par un **laminage** dont le jeu radial j est de l'ordre de 0,2 mm (avant de la roue).

Ce jeu doit rester inférieur à la flèche de l'arbre sous l'effet de l'effort radial lié au poids et à la "**poussée de volute**".

Sur l'arrière de la roue, l'équilibrage de la poussée axiale est obtenu par la présence d'une seconde **chicane** et de **trous d'équilibrage**. C'est le principe d'équilibrage axial le plus répandu pour les roues fermées.

Les **Figures 5-1 et 5-2** donnent l'allure de machines centrifuges de plus grande vitesse spécifique. La **Figure 5-3** montre une pompe provenant d'une autre conception ; on peut observer que les grandes options constructives sont très proches. La **Figure 5-4** représente avec beaucoup de détails une étanchéité par garniture double, avec liquide se barrage circulant entre les deux garnitures.

1.2 - Pompes multiétagées

L'existence des pompes centrifuges multiétagées se justifie par les besoins en haute pression. D'importants écarts sont constatés concernant la qualité et le niveau technologique de ces machines ; écart essentiellement lié à la puissance unitaire et à la sévérité des conditions d'exploitation. La **Figure 1-6** montre l'une de ces machines. Il s'agit d'une réalisation très classique dont la longueur de l'arbre nécessite un palier à chaque extrémité (roulements lubrifiés à la graisse). Chaque roue est équilibrée individuellement concernant la poussée axiale. La morphologie de chaque étage se caractérise par la présence d'une pièce hydraulique importante : l'ensemble **diffuseur-pièce de retour** (**Figure 1-7**).

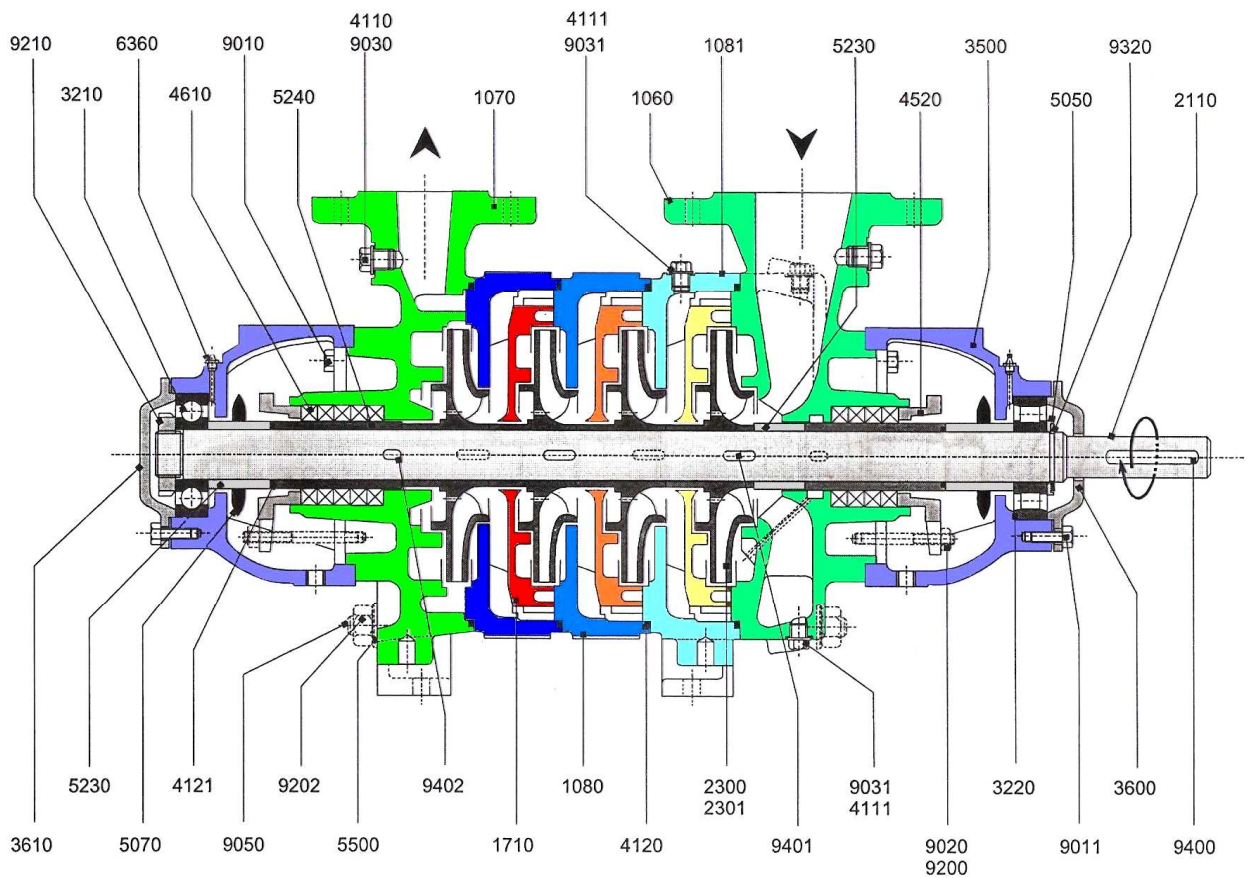


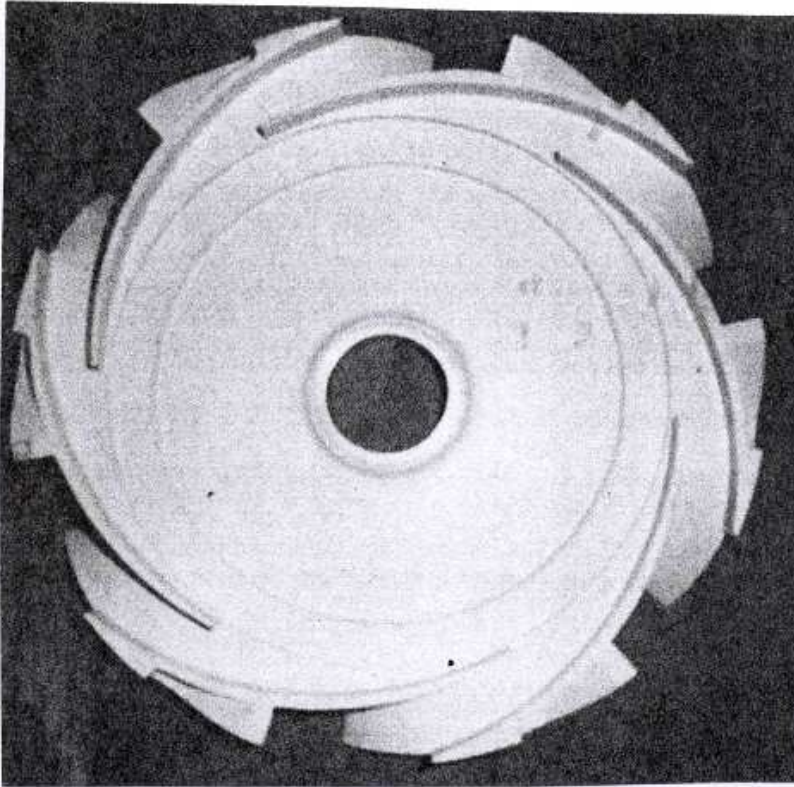
Figure 1-8 : Pompe centrifuge multiétagée [SIHI-2]

Le côté **diffuseur** situé à l'aval de la roue a pour rôle de ralentir la vitesse moyenne de l'écoulement ; permettant ainsi, dans de bonnes conditions, le passage de l'écoulement centrifuge à l'écoulement centripète.

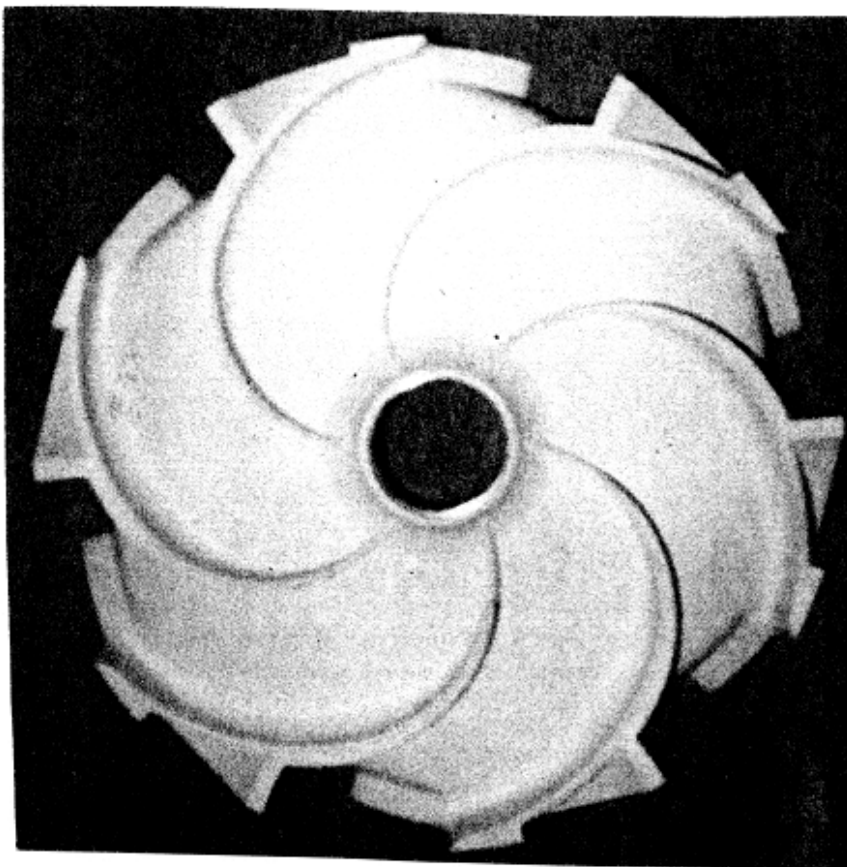
Le liquide, en sortie de diffuseur, est amené à l'aspiration de la roue suivant par les aubages de la "**pièce de retour**" dont la courbure annule progressivement la composante giratoire.

La présence d'un diffuseur en sortie de la roue annule pratiquement la poussée radiale s'exerçant en présence d'une volute.

A chaque extrémité, on observe les pièces d'aspiration et de refoulement contenant les dispositifs d'étanchéité. L'assemblage axial des étages s'effectue par des **tirants** filetés dont le nombre varie de 6 à 9 et répartis régulièrement en périphérie.



Vue côté roue centrifuge



Vue côté étage suivant

Figure 1-9 : Vues avant et arrière du diffuseur - pièce de retour

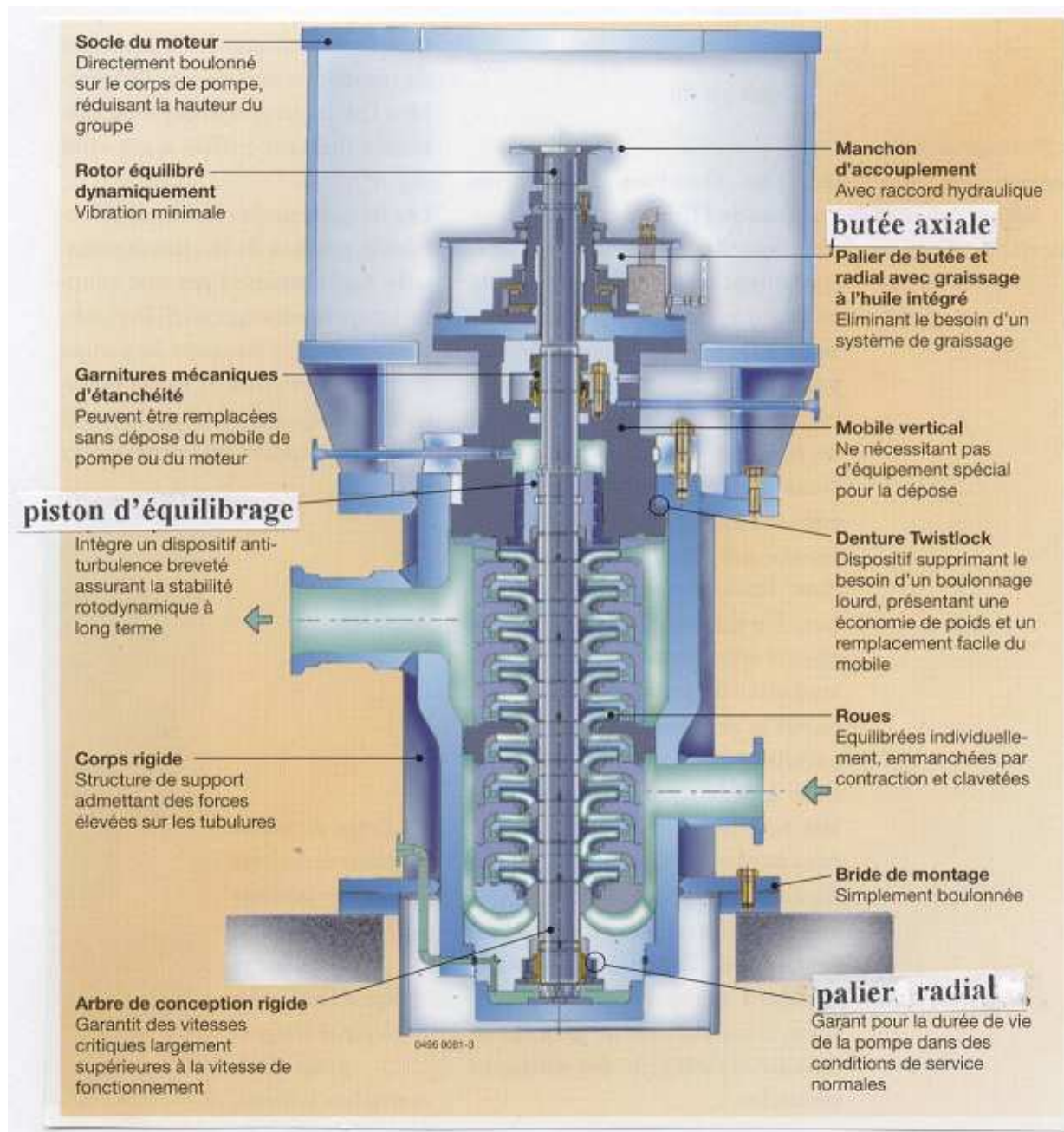


Figure 1-10 : Pompe centrifuge verticale multiétagée de 20 MW [7]

En **Figure 1-10**, on peut noter que pour limiter les fuites internes, aucun dispositif d'équilibrage axial n'est réalisé sur chaque étage. La poussée axiale totale est équilibrée par un **piston d'équilibrage** sur lequel s'applique, d'un côté, la pression totale de la pompe et de l'autre la pression d'aspiration (liaison entre chambre arrière et aspiration).

Le diamètre du piston est adapté à la poussée à équilibrer. Dans cette version de pompe de grande puissance, les **paliers radiaux** et la **butée axiale** sont de type **hydrodynamique** lubrifiés à l'huile et à l'eau.

Dans une telle machine où l'élévation de pression atteint 30 bars, le **corps de pompe** fait l'objet d'importantes études mécaniques à l'aide de logiciels éléments finis (**Figure 1-11**). Il en est de même pour la ligne d'arbre pour laquelle les raideurs des paliers et de la butée sont prises en compte (**Figure 1-12**). En cours de fonctionnement, les niveaux de vibration de l'arbre sont contrôlés et enregistrés.

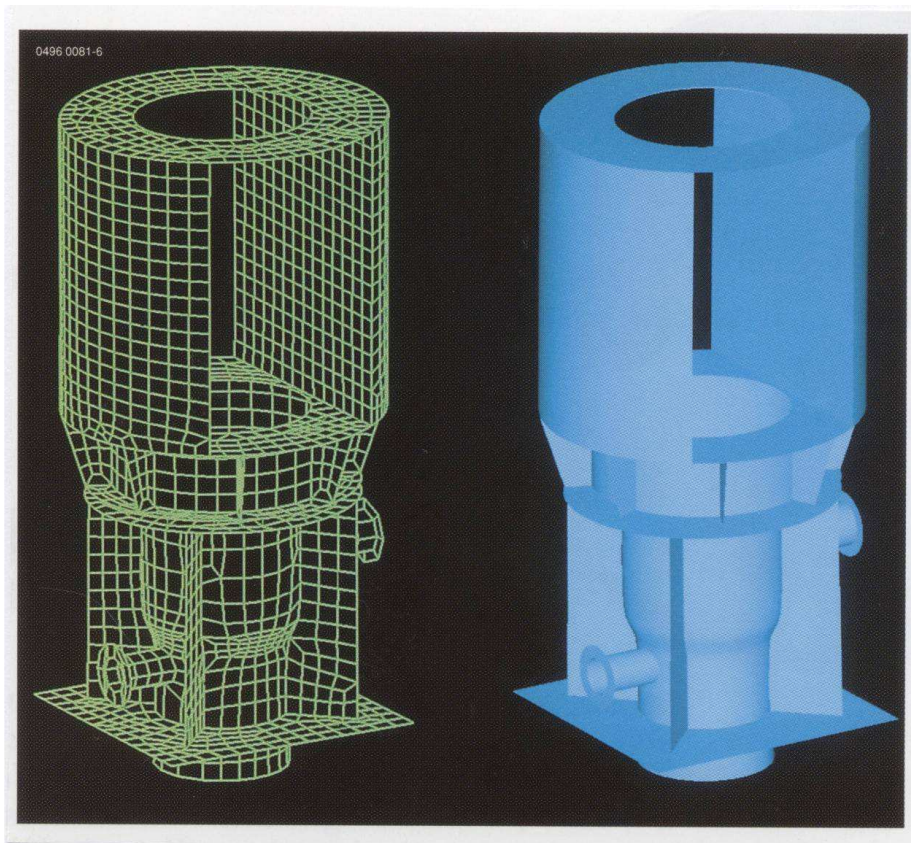


Figure 1-11 : Modélisation mécanique du corps de la pompe et du châssis moteur [7]

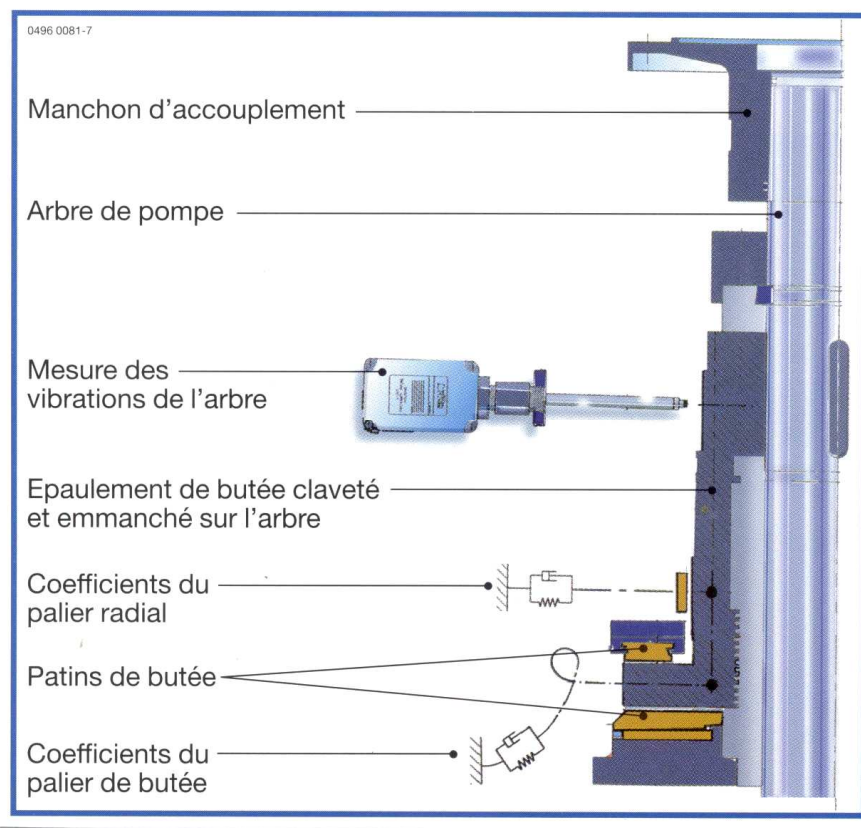


Figure 1-12 : Modélisation de la ligne d'arbre prenant en compte la raideur et l'amortissement des paliers et de la butée [7]

Construction pompe et moteur

1. CORPS DE CLAPET
Fonte grise
2. CLAPET
Résine thermoplastique renforcée par fibre de verre
3. PALIER
Caoutchouc / Acier
4. ARBRE POMPE
Acier inox
5. CHEMISE ARBRE
Acier fritté
6. CORPS DE REFOULEMENT
Fonte grise
7. DISQUE INTERMEDIAIRE SUPERIEUR
Résine thermoplastique renforcée par fibre de verre
8. DIFFUSEUR AVEC PIECE METALLIQUE
Résine thermoplastique / Acier inox
9. DISQUE INTERMEDIAIRE AVEC PIECE METALLIQUE
Résine thermoplastique / Acier inox
10. ROUE
Résine thermoplastique renforcée par fibre de verre
11. CHEMISE
Acier inox
12. GOUTTIERE PROTECTION CABLES
Acier inox
13. SUPPORT DE CONTRE-BUTEE AVEC PIECE METALLIQUE
Résine thermoplastique / Acier inox
14. BAGUE DE SERRAGE
Fonte sphéroïdale
15. ACCOUPLEMENT
Acier fritté
16. CREPINE
Acier inox
17. CORPS D'ASPIRATION
Fonte sphéroïdale
18. SUPPORT SUPERIEUR
Fonte grise
19. ETANCHEITE MECANIQUE
Céramique / Graphite
20. ROULEMENT SUPERIEUR
Acier
21. ARBRE / ROTOR
Acier inox / Tôle magnétique
22. STATOR / BOBINAGE
Tôle magnétique / Cuivre
23. ROULEMENT INFERIEUR
Acier
24. SUPPORT INFERIEUR
Aluminium
25. MEMBRANE
Caoutchouc

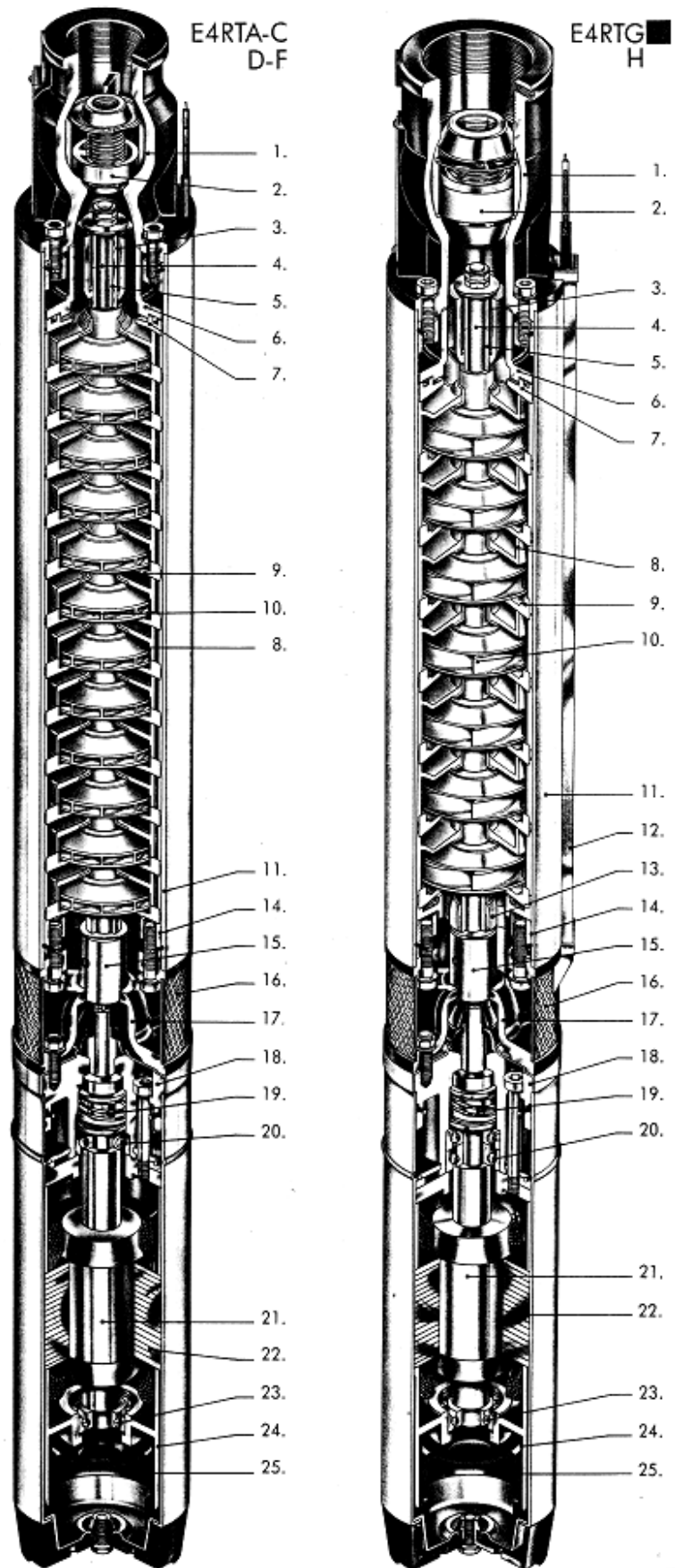


Figure 1-13 : Groupe motopompe pour forage [CAPRARI-4]

1.3 Pompes immergées

Les pompes immergées sont destinées principalement à l'adduction d'eau potable, l'irrigation, la sécurité incendie,...

Généralement multiétagées, deux versions sont particulièrement remarquables :

- Les motopompes pour forage dont le moteur est lui-même immergé).
- Les pompes verticales à ligne d'arbre où seule la pompe est immergée (**Figure 1-13**).

Les motopompes ou électropompes pour forage sont adaptées diamétralement au tubage de puits mis en place. Le moteur électrique est disposé en partie inférieure, il est généralement rempli d'huile inerte permettant d'uniformiser les températures et d'empêcher l'entrée de l'eau à travers la garniture mécanique. Le poids s'additionne à la poussée axiale des étages, la poussée totale est encaissée par le palier bas (roulement à billes pour les petits moteurs ou butée et paliers hydrodynamiques pour les moteurs plus puissants : **Figure 5-6**).

La pression de l'huile moteur est mise en équilibre avec la pression d'eau ambiante grâce à une membrane située à l'extrémité inférieure du moteur. Les **Figures 5-5 et 5-6** donnent plus de détails concernant le moteur et la partie hydraulique.

Pour les versions plus puissantes des pompes verticales, le moteur électrique est situé hors d'eau et la pompe est suspendue verticalement par la conduite de refoulement et par son arbre moteur.

Pour conserver à la vitesse critique de flexion une valeur suffisamment élevée, des paliers (**coussinets**) sont régulièrement disposés verticalement. L'assemblage des éléments de ligne d'arbre est obligatoirement sans aucun jeu axial pour éviter le contact entre parties tournantes et pièces fixes. L'ensemble des efforts axiaux est repris hors d'eau par une butée à billes ou à rouleaux coniques.

Dans certaines versions de très grande puissance, les efforts seront repris sur une butée hydrodynamique (**Figure 5-7**). La réserve d'huile sera alors refroidie par de l'eau circulant dans un serpent.

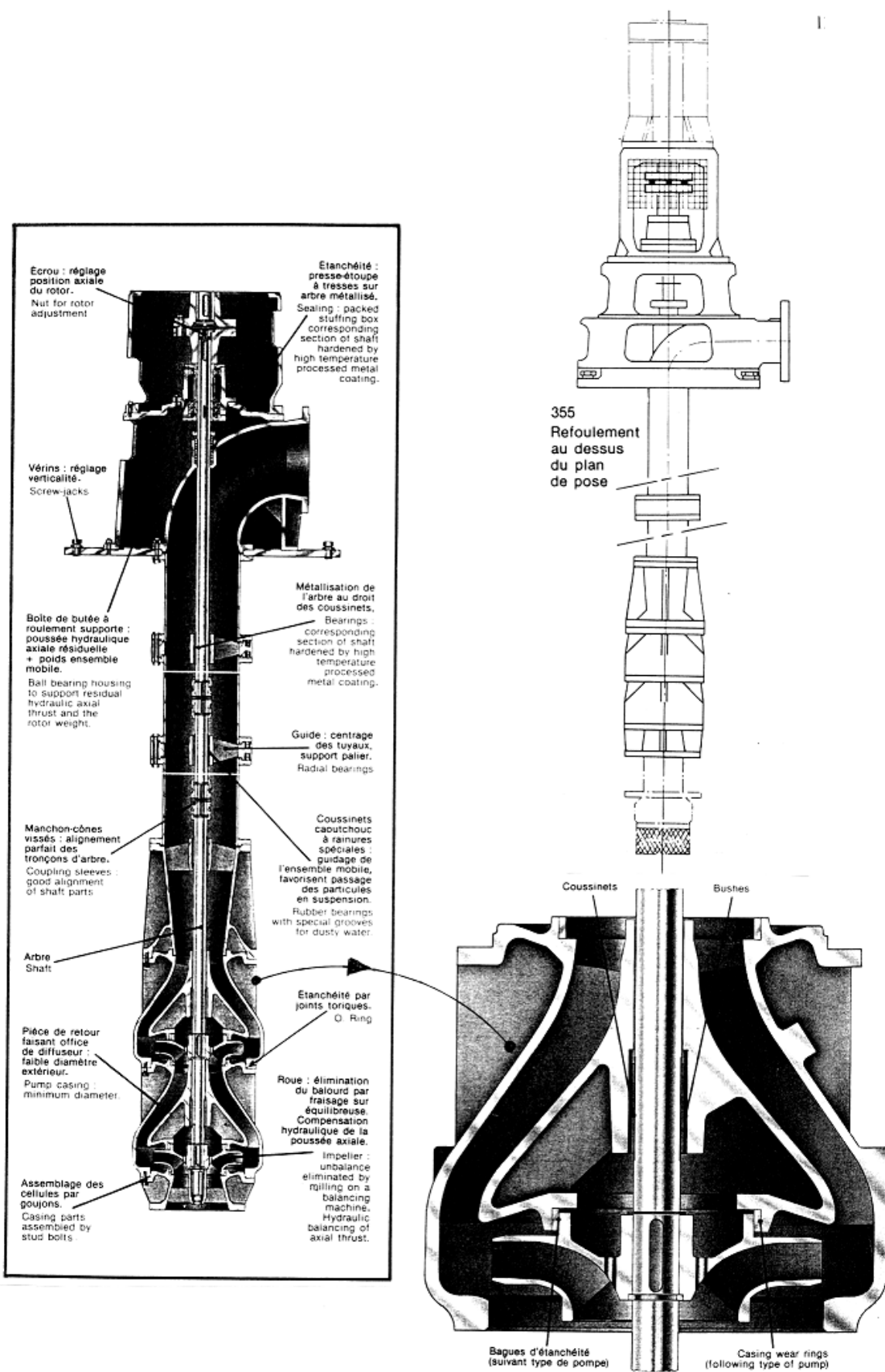


Figure 1-14 : Pompe verticale immergée [ALSTOM-6]

1.4 Pompes spéciales

Les pompes spéciales répondent, au cas par cas, à des spécificités en liaison avec les propriétés physiques du fluide pompé. Les exemples sont innombrables mais nous en avons retenu quelques uns très caractéristiques. La **Figure 1-15** montre une pompe hélice montée en coude. Dans cette version, il s'agit de pompes de circulation destinées à des applications pour l'industrie agro-alimentaire ou l'industrie chimique (réacteurs à sels fondus en particulier).

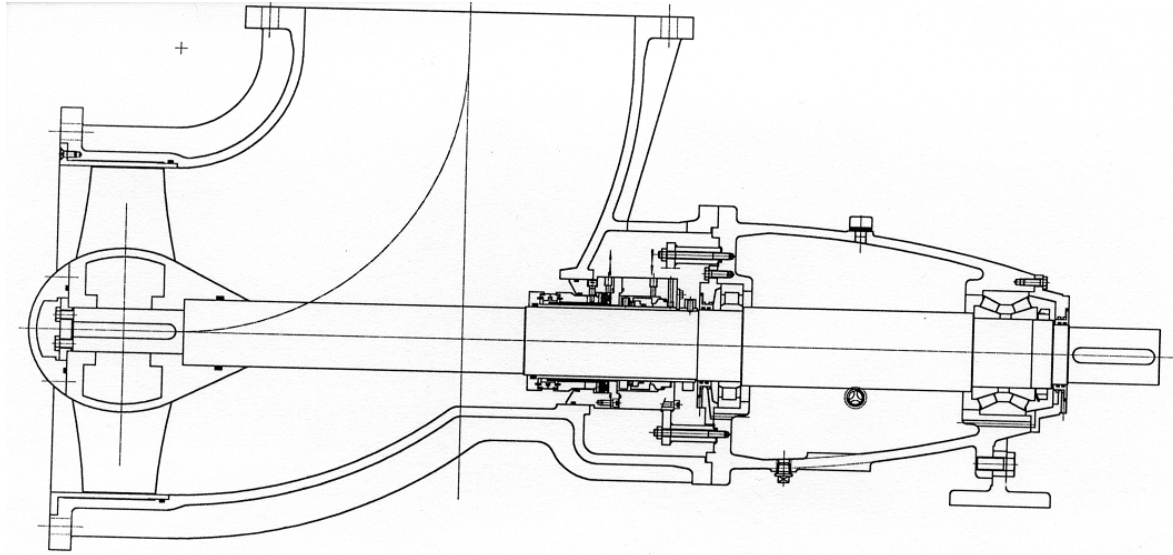


Figure 1-15 : Pompe hélice montée en coude [1]

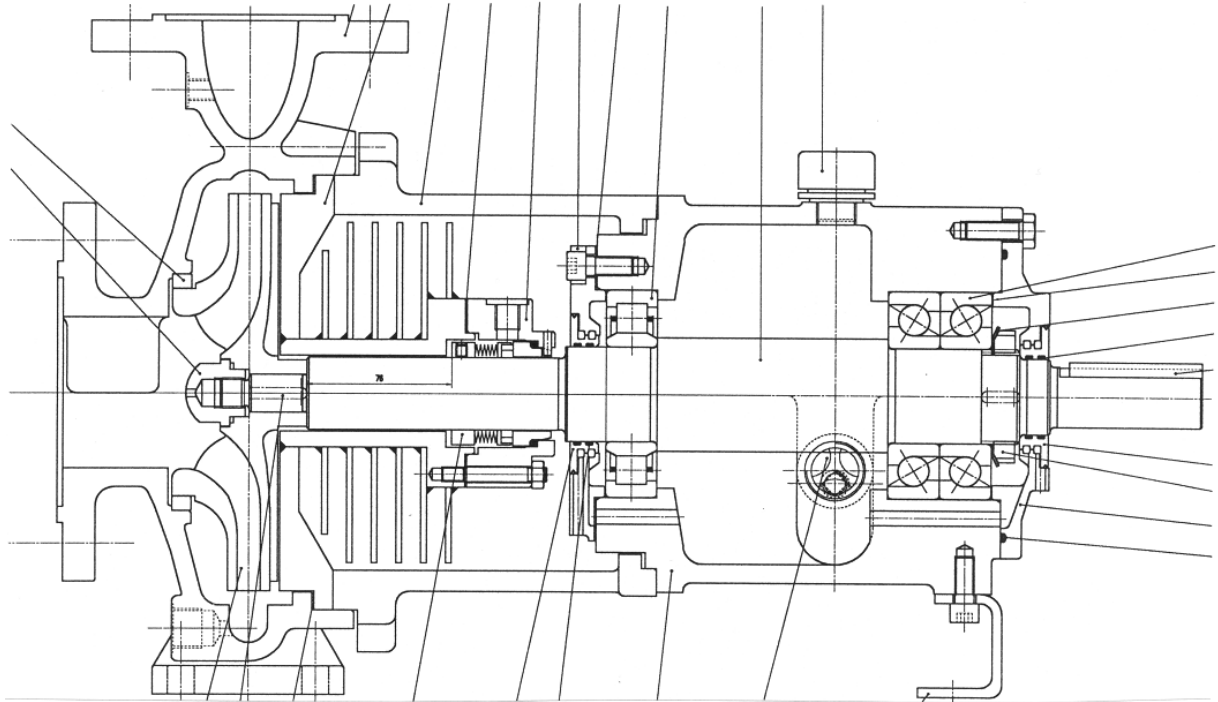
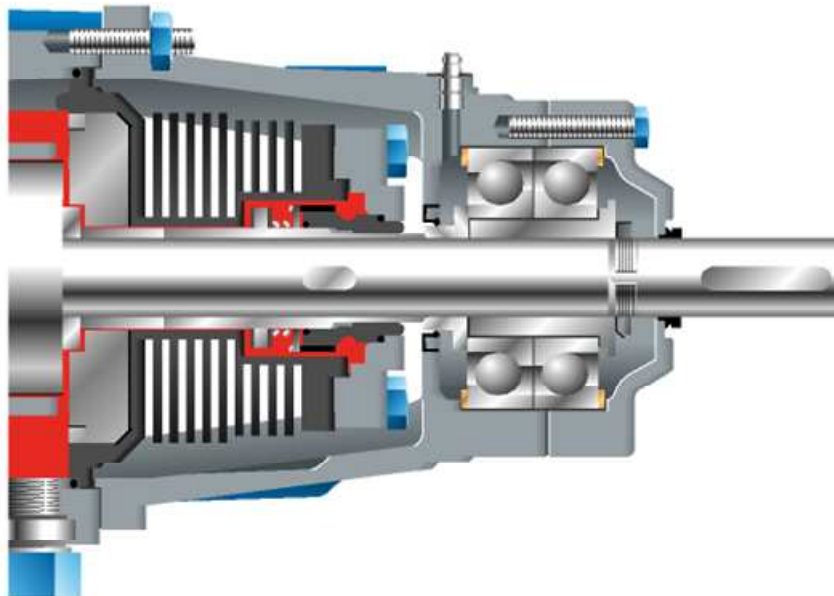


Figure 1-16A : Pompe centrifuge avec barrage thermique [1]

Multitec - Refroidissement de la garniture mécanique



1777-18

Figure 1-17B : Pompe centrifuge avec barrage thermique [KSB-5]

La pompe centrifuge de la **Figure 1-16** est conçue pour véhiculer des liquides à haute température (jusqu'à 300°C pour la version présentée). La garniture d'étanchéité est maintenue à une température acceptable par un barrage thermique formé d'ailettes soudées. La partie d'arbre en porte à faux est augmentée de la même longueur que celle de la partie ailetée.

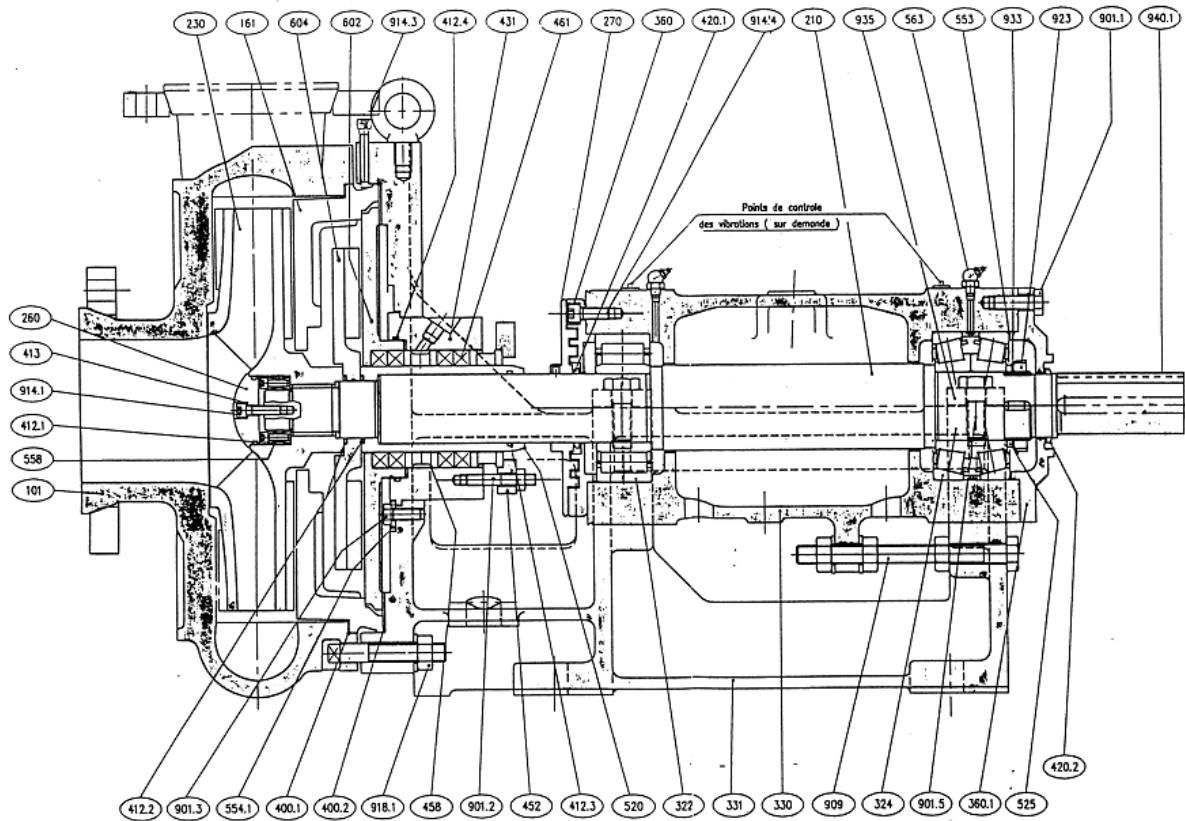


Figure 1-18 : Pompe centrifuge pour liquides chargés [1]

Les pompes pour liquides chargés (**Figure 1-18**) sont des pompes centrifuges à roue fermée dont les flasques avant et arrière sont équipés d'ailettes destinées à la fois à l'équilibrage de la poussée axiale et à la destruction des particules se glissant entre flasques tournant et fixe.

Les applications correspondent à l'exhaure d'eau d'infiltration (mines, tunnels) au transport de matériaux solides abrasifs (minerais, graviers, sables, etc...) au pompage et l'épandage de l'eau des lavoirs de l'industrie agro-alimentaire (sucrierie). Compte tenu de la présence en suspension de matériaux fortement abrasifs, les épaisseurs des corps, des aubages, des flasques et fonds sont plus importantes que pour les écoulements de liquides. En liaison avec l'usure et l'augmentation des jeux, un rattrapage est possible par déplacement de l'ensemble tournant, palier compris, par manœuvre des écrous sur la tige filetée située sous le roulement arrière.

Au titre des pompes très sophistiquées, on trouvera en **Figure 1-19** une pompe primaire de centrale nucléaire avec tous les détails et accessoires fonctionnels et où la roue ne représente plus qu'une infime partie de l'ensemble mécanique.

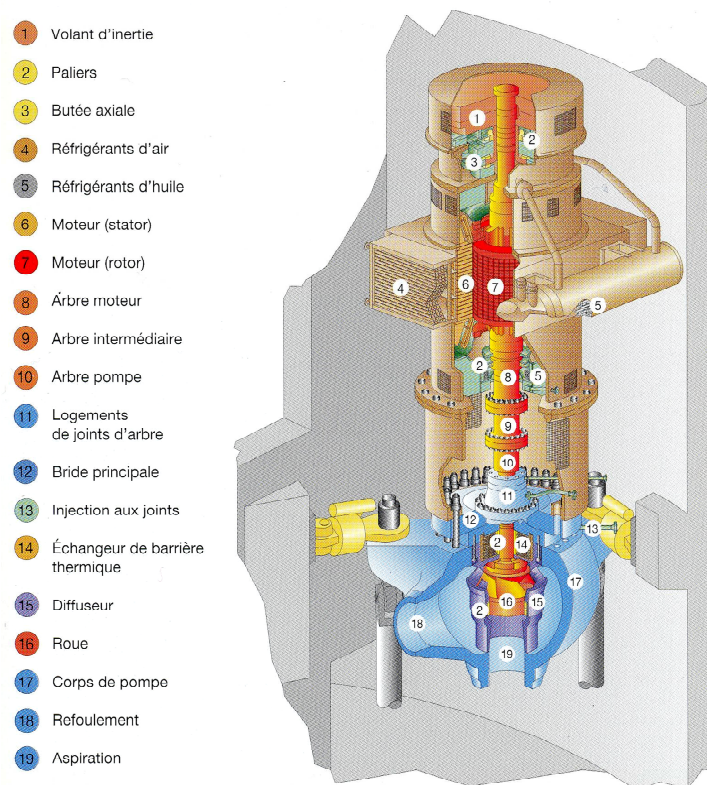


Figure 1-19 : Groupe motopompe primaire de cycle nucléaire

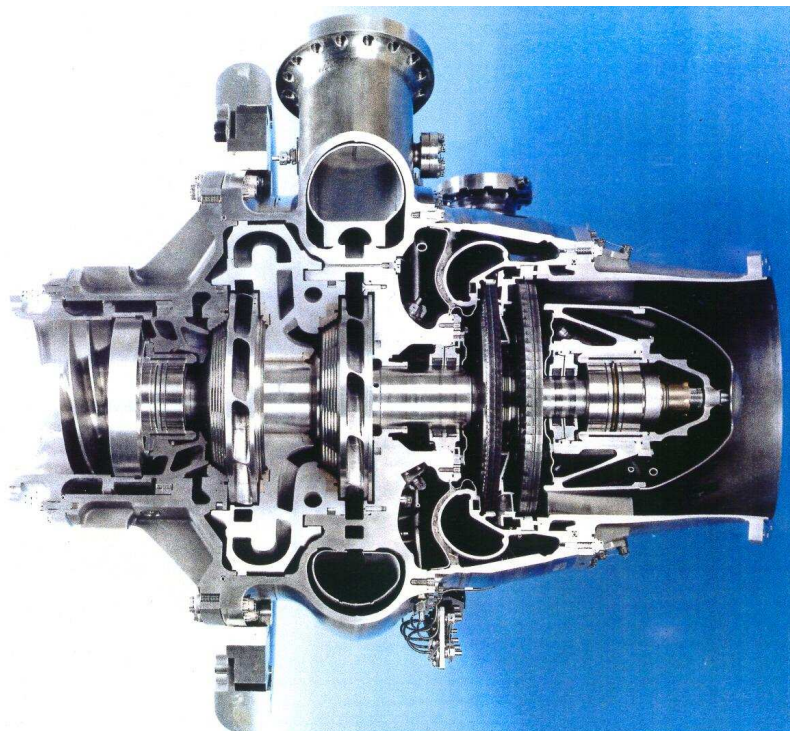


Figure 1-20 : Turbopompe spatiale LH2 [CNES]

Pour terminer cette présentation, on se reportera en **Figure 5-8** qui montre une pompe submersible à roue vortex destinée au pompage des liquides chargés de suspensions diverses y compris fibreuses. La **Figure 5-9** donne les détails constructifs du moteur submersible.

2 - EFFORTS ET CONTRAINTES APPLIQUES SUR LA LIGNE D'ARBRE ET LES PALIERS

La pompe, générant des champs de pression variables dans l'espace et dans le temps, est le siège d'efforts divers agissant directement ou indirectement sur l'ensemble des pièces constitutives, en particulier :

- **le corps de pompe**
- **le fonds**
- **la roue**
- **l'arbre**
- **les paliers**
- **le châssis**
- **la boulonnerie**

Nous présenterons ici les efforts en liaison avec les seules parties tournantes : la ou les roues, l'arbre et les paliers.

En général, l'arbre de pompe est sollicité suivant la superposition de contraintes de toute nature. A des niveaux variés et suivant le type de machine et les différents modes d'équilibrage, on observera les chargements suivants :

- **Traction** : elle est associée à la poussée axiale correspondant à la résultante des efforts issus de la pression statique agissant sur toutes les surfaces de la partie tournante : flasques, aubages, etc....
- **Cisaillement** : cette contrainte est liée directement au couple transmis du moteur d'entraînement jusqu'à la partie active (roue).
- **Flexion** : elle est due à la poussée radiale (ou poussée de volute) qui apparaît en débit partiel et dans une moindre mesure en sur-débit. Cette poussée est de direction fixe par rapport au bec de volute et agit donc sur l'arbre sous forme de flexion alternée génératrice de phénomènes de fatigue.

L'entraînement par poulie-courroie peut générer, en bout d'arbre, un phénomène semblable qu'il convient d'évaluer.

- **Vibrations** : les phénomènes de fatigue seront amplifiés par la mise en vibration des pièces sous contrainte. Les vibrations globales de la machine sont liées en premier lieu à la qualité de l'équilibrage dynamique des parties tournantes, à la proximité d'une vitesse critique, à la rigidité des paliers et du châssis. Cependant, les écoulements internes, turbulents et souvent partiellement cavitant, sont à l'origine de niveaux de vibrations très élevés.

2.1 Origine de la poussée axiale

Outre les efforts nécessaires à la compression du fluide, prennent naissance dans la pompe des efforts parasites liés au principe même de la machine. De ces efforts, le plus important est celui qualifié généralement de poussée axiale, agissant directement sur la roue.

La poussée axiale se compose de deux effets distincts :

- la poussée dynamique
- la poussée statique

2.1.1 Poussée dynamique :

Elle prend naissance dans la variation des quantités de mouvement imposées au fluide traversant la roue.

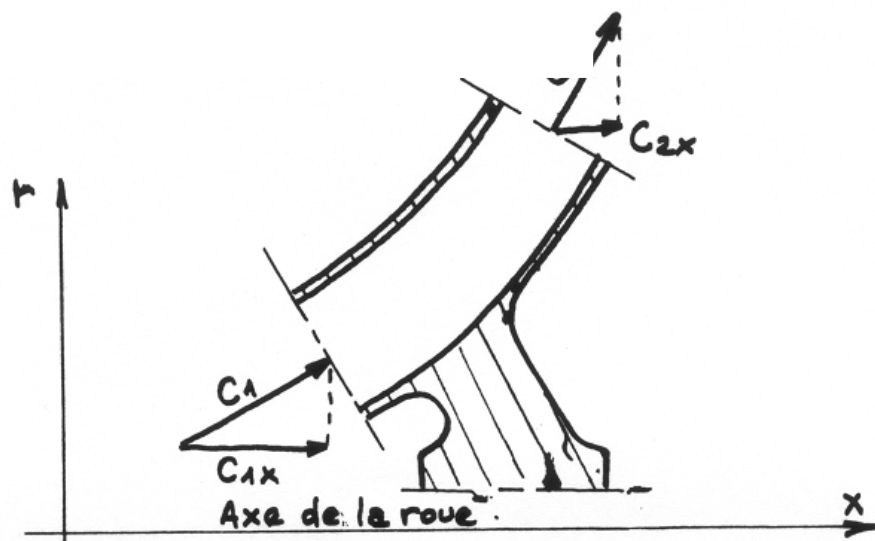


Figure 2-1 : Composantes méridiennes dans la roue

Si nous considérons le schéma général ci-dessus, la poussée dynamique se calculera par

$$F_D = \rho q_v (C_{1X} - C_{2X})$$

ρ : La masse volumique

q_v : Le débit traversant la roue

C_{1X} : La projection de la vitesse absolue d'entrée sur l'axe de la roue

C_{2X} : La projection de la vitesse absolue de sortie sur l'axe de la roue

Deux cas particuliers importants sont à envisager, le cas de la pompe hélice et celui de la pompe centrifuge.

Pompe hélice :

La poussée dynamique est nulle dans ce cas puisque la vitesse débitante est la même à l'entrée et à la sortie de la roue.

$$F_D = 0$$

Pompe centrifuge :

La projection de la vitesse absolue de sortie sur l'axe de la pompe est nulle puisque ces deux directions sont situées dans des plans perpendiculaires. Par contre, à l'entrée, la vitesse C_1 est égale à sa projection sur l'axe. On aura donc :

$$F_D = \rho q_v C_1$$

La vitesse d'entrée se calcule facilement à partir du débit et la section d'entrée de rayon R_1 (vitesse d'entrée axiale) :

$$C_1 = \frac{q_v}{\pi R_1^2}$$

D'où la valeur finale de la poussée dynamique pour la pompe centrifuge :

$$F_D = \frac{\rho q_v^2}{\pi R_1^2}$$

2.1.2 Poussée statique

Elle est due aux différences de surfaces et aux répartitions de pression sur les faces avant et arrière de la roue. Pour les pompes centrifuges, elle est de loin la plus importante et se trouve dirigée de l'arrière vers l'avant de la roue en sens opposée à la poussée dynamique. La résultante de ces deux poussées est la poussée axiale. Une roue en porte à faux représente la majorité des pompes centrifuges. Si l'on désigne par R_1 le rayon de l'ouïe d'entrée et par R_0 le rayon de l'arbre, les répartitions de pression seront les suivantes :

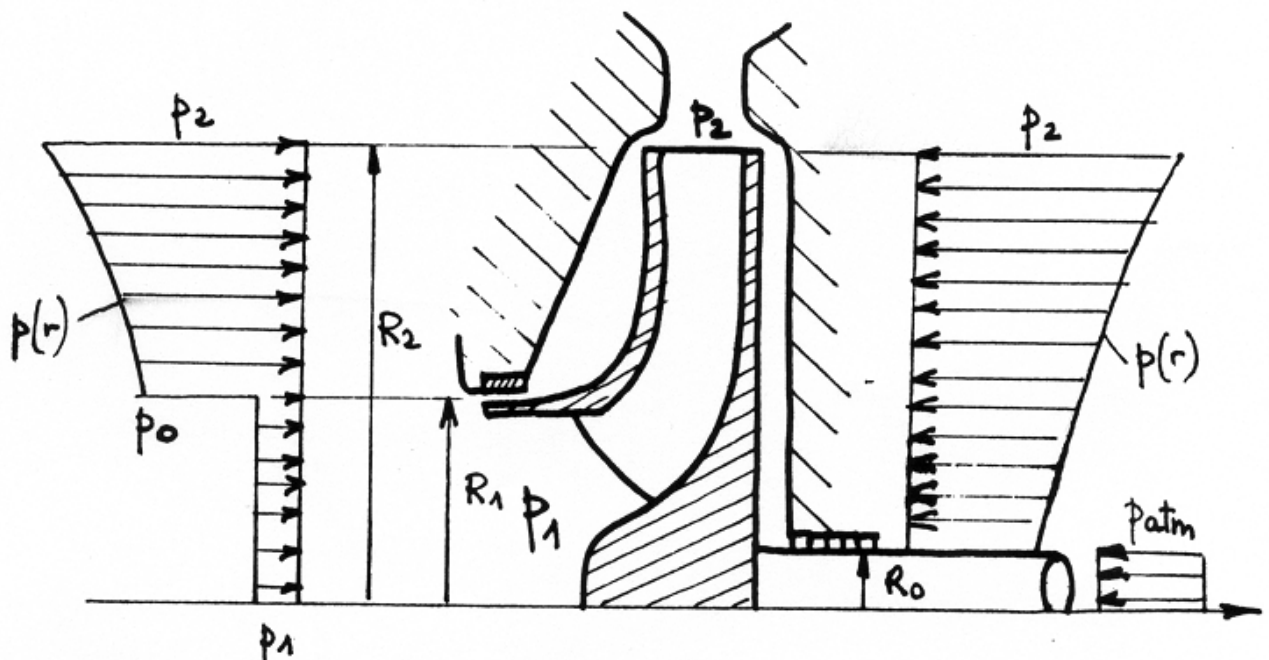


Figure 2-2 : Champs de pression sur les flasques de la roue

Les hypothèses de calcul seront les suivantes :

- La pression régnant dans les chambres latérales au rayon R_2 à la pression statique dans la roue à ce même rayon; cette pression sera notée p_2
- Il n'y a pas de fuite au presse étoupe
- Dans le jeu situé à la bague d'étanchéité avant circule le débit de fuite noté q_{vf} . Ce débit de fuite est conditionné par la différence de pression $\Delta P = p_0 - p_1$

$$\frac{\Delta P}{\rho g} = k q_{vf}^2$$

- k est un coefficient de perte de charge ramené au débit dépendant des proportions du jeu et de la nature du liquide transporté par la pompe.
- La répartition de pression sur la face avant et arrière est celle correspondant à l'équilibre du fluide sous l'action de la force centrifuge. Cette répartition sera notée $p(r)$.
- On admet que la vitesse moyenne angulaire du fluide dans les chambres latérales est égale à la moitié de la vitesse angulaire de la roue $\omega' = \frac{\omega}{2}$
- La pression à l'entrée de la pompe sera notée p_1 et supposée constante sur toute la section.

Répartition de pression $p(r)$

Cette répartition se déterminera en écrivant l'équilibre d'une couronne élémentaire de fluide située au rayon r et d'épaisseur dr . La pression régnant sur la face interne sera égale à p et la pression sur la face externe égale à $(p + dp)$. La couronne est supposée de largeur b .

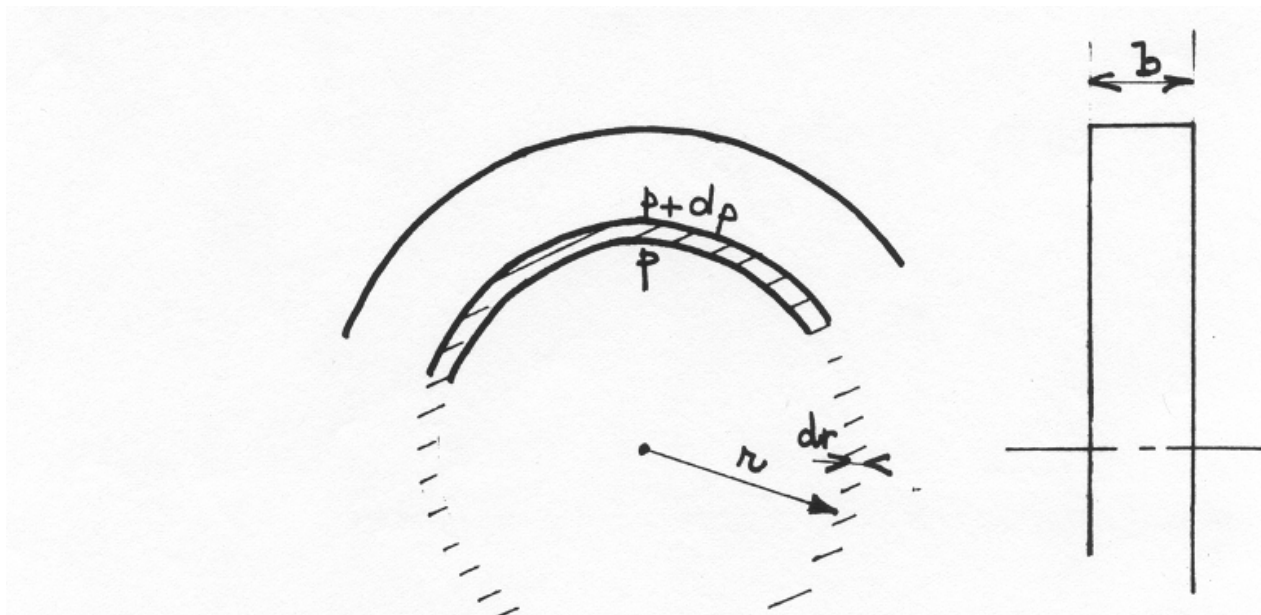


Figure 2-3 : Anneau liquide entre flasques fixe et mobile

Le fluide étant en équilibre, les forces latérales sont nulles et nous pourrons écrire que la somme des forces dirigées vers l'extérieur est égale à la somme des forces dirigées vers l'intérieur

$$\left| \begin{array}{l} \text{Forces vers l'extérieur : forces de pression + force centrifuge} \\ \text{Forces vers l'intérieur : forces de pression} \end{array} \right.$$

- Forces de pression vers l'extérieur : $2\pi rpb$
- Forces de pression vers l'intérieur $2\pi r(p + dp)b$
- Force centrifuge appliquée à l'élément de volume : $M\omega^2 r = \rho V\omega^2 r$

Le volume de l'élément liquide est donné par : $V = 2\pi r b dr$
 d'où la valeur de la force centrifuge : $\rho 2\pi r b dr \omega^2 r$

L'équation d'équilibre sera donc :

$$p 2\pi r b + \rho 2\pi r b dr \omega^2 r = (p + dp) 2\pi r b$$

On obtiendra après simplification :

$$dp = \rho \omega^2 r dr$$

Intégrons cette équation

$$p(r) = \rho \omega^2 \frac{r^2}{2} + cte$$

La constante d'intégration se déterminera en sachant que la pression au rayon R_2 est égale à p_2 :

$$p(R_2) = p_2 = \rho \omega^2 \frac{R_2^2}{2} + cte$$

D'où la répartition finale :

$$\boxed{p(r) = p_2 - \frac{\rho \omega^2}{2} (R_2^2 - r^2)} \quad (2)$$

En ce qui concerne la poussée statique, les forces en présence sont les suivantes :

Forces de pression vers la droite : ce sont les forces situées du côté de l'ouïe d'aspiration. C'est la somme des efforts dus à l'action de la répartition $p(r)$ sur la surface circulaire allant de R_1 à R_2 et de ceux dus à la pression p_1 l'ouïe d'entrée :

Les premiers se calculeront par : $\int_{R_1}^{R_2} p(r) 2\pi r dr$

Les seconds par : $p_1 \pi R_1^2$

Forces de pression vers la gauche : somme des efforts dus à la répartition de pression $p(r)$ sur la surface allant de R_0 à R_2 et de la pression atmosphérique sur la surface de l'arbre. On obtiendra donc :

$$\int_{R_0}^{R_2} p(r)2\pi r dr + p_{atm}\pi R_0^2$$

La poussée statique sera donnée par :

$$F_S = \int_{R_1}^{R_2} p(r)2\pi r dr + p_1\pi R_1^2 - \int_{R_0}^{R_2} p(r)2\pi r dr - p_{atm}\pi R_0^2$$

Soit après simplification :

$$F_S = p_1\pi R_1^2 - \int_{R_0}^{R_1} p(r)2\pi r dr - p_{atm}\pi R_0^2$$

La répartition $p(r)$ étant donnée par l'équation (2), l'intégration donnera :

$$\int_{R_0}^{R_1} \left[p_2 - \frac{\rho\omega'^2}{2}(R_2^2 - r^2) \right] 2\pi r dr = \pi(R_1^2 - R_0^2) \left[p_2 - \frac{\rho\omega'^2}{2}R_2^2 + \frac{\rho\omega'^2}{4}(R_1^2 + R_0^2) \right]$$

La poussée statique sera alors donnée par :

$$F_S = p_1\pi R_1^2 - p_{atm}\pi R_0^2 - \pi(R_1^2 - R_0^2) \left[p_2 - \frac{\rho\omega'^2}{2}R_2^2 + \frac{\rho\omega'^2}{4}(R_1^2 + R_0^2) \right]$$

2.2 Calcul de la poussée axiale

C'est la résultante de la poussée dynamique et de la poussée statique :

$$P_A = F_S + F_D$$

Pour la majorité des pompes, cette équation conduit à une valeur négative de P_A , cela signifie que P_A est une force dirigée de droite à gauche et donc vers l'ouïe d'aspiration.

Remarque : pour une pompe à arbre traversant, la poussée dynamique prendra la valeur :

$$F_D = \frac{\rho q_v^2}{\pi(R_1^2 - R_0^2)}$$

Expression simplifiée :

On pourra remarquer que le terme $(p_2 - p_1)$ peut se mettre sous la forme simplifiée :

$$p_2 - p_1 = \rho g H$$

Cette approximation est grossière mais elle constitue une progression au niveau de la compréhension de ce phénomène. Sachant d'autre part que le fluide situé dans les chambres latérales tourne à la moitié de la vitesse de la roue, $\omega' = \frac{\omega}{2}$, l'expression finale de la poussée axiale sera donnée par :

$$P_A = \frac{\rho q_v^2}{\pi(R_1^2 - R_0^2)} - \pi(R_1^2 - R_0^2) \left[\rho g H - \frac{\rho \omega^2}{8} R_2^2 + \frac{\rho \omega^2}{16} (R_1^2 + R_0^2) \right]$$

La valeur du rayon de l'arbre étant faible devant celle des autres, on prendra cette dernière expression pour tous les cas de construction à arbre traversant ou non.

Pompe multicellulaire

La formule précédente montre que la poussée axiale dans une pompe à n étages sera égale à n fois la poussée dans une roue.

Variation de vitesse

Nous avons vu dans le chapitre consacré à la similitude que le débit d'une pompe varie comme la vitesse et la hauteur comme le carré de la vitesse. La formule précédente montre donc que la poussée axiale variera, elle aussi, comme le carré de la vitesse.

Calcul de la poussée axiale

La poussée axiale sera maximale à vanne fermée; en effet, à ce moment le débit est nul et la hauteur est maximale. C'est souvent à vanne fermée qu'il est nécessaire de calculer la poussée axiale.

Exemple :

Soit la pompe ayant les caractéristiques suivantes à vanne fermée :

$$\left| \begin{array}{l} H = 38 \text{ m} \\ R_2 = 0,160 \text{ m} \\ R_0 = 0,02 \text{ m} \\ R_1 = 0,0625 \text{ m} \\ N = 1450 \text{ tr/min d'où } \omega = 157 \text{ rd/s} \end{array} \right.$$

L'application de la formule précédente donnera : $P_A = -3310 \text{ N}$

Si la pompe tournait à 2900 tr/mn (doublement de la vitesse), la poussée axiale serait multipliée par 4 et atteindrait la valeur de - 13240 N. Nécessitant ainsi la présence d'un dispositif d'équilibrage ou de roulements plus solides.

2.3 Dispositifs d'équilibrage

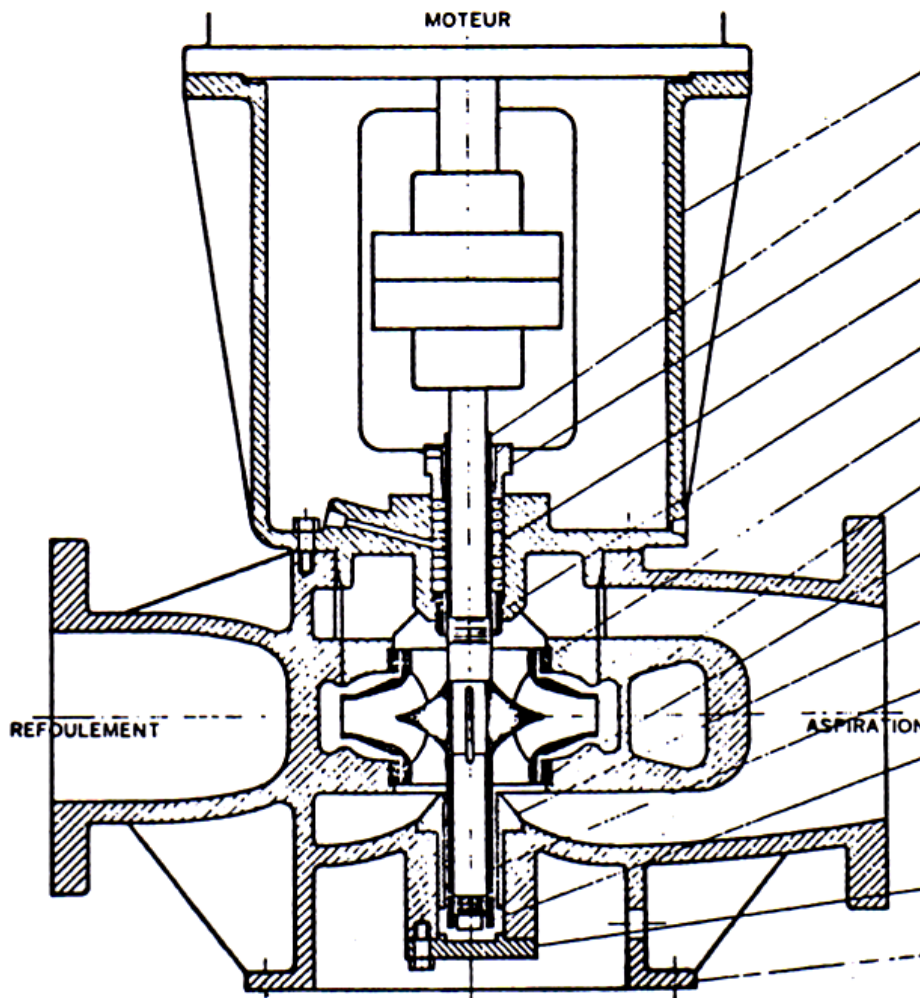
La poussée axiale étant néfaste pour le bon fonctionnement de la pompe, il est nécessaire de prévoir un dispositif d'équilibrage permettant de réduire ou d'annuler la poussée axiale. Ces dispositifs sont très nombreux et leur choix est guidé par :

- les dimensions de la pompe
- le coût relatif du dispositif
- le nombre d'étages de la pompe
- la pression de refoulement
- les incidents possibles en régime varié.

Les dispositifs les plus fréquents sont les suivants :

2.3.1 Roues en opposition

Ce procédé de construction annule complètement la poussée axiale mais présente l'inconvénient de compliquer le corps de la pompe puisque deux aspirations sont nécessaires. On utilise ce procédé lorsque le rayon R_1 devient grand par rapport au rayon R_2 !. Ce procédé d'équilibrage n'a que très peu d'influence sur le rendement mais implique un prix de revient de pompe plus important que celui d'une pompe de même vitesse spécifique à une seule roue (complexité du corps de pompe).



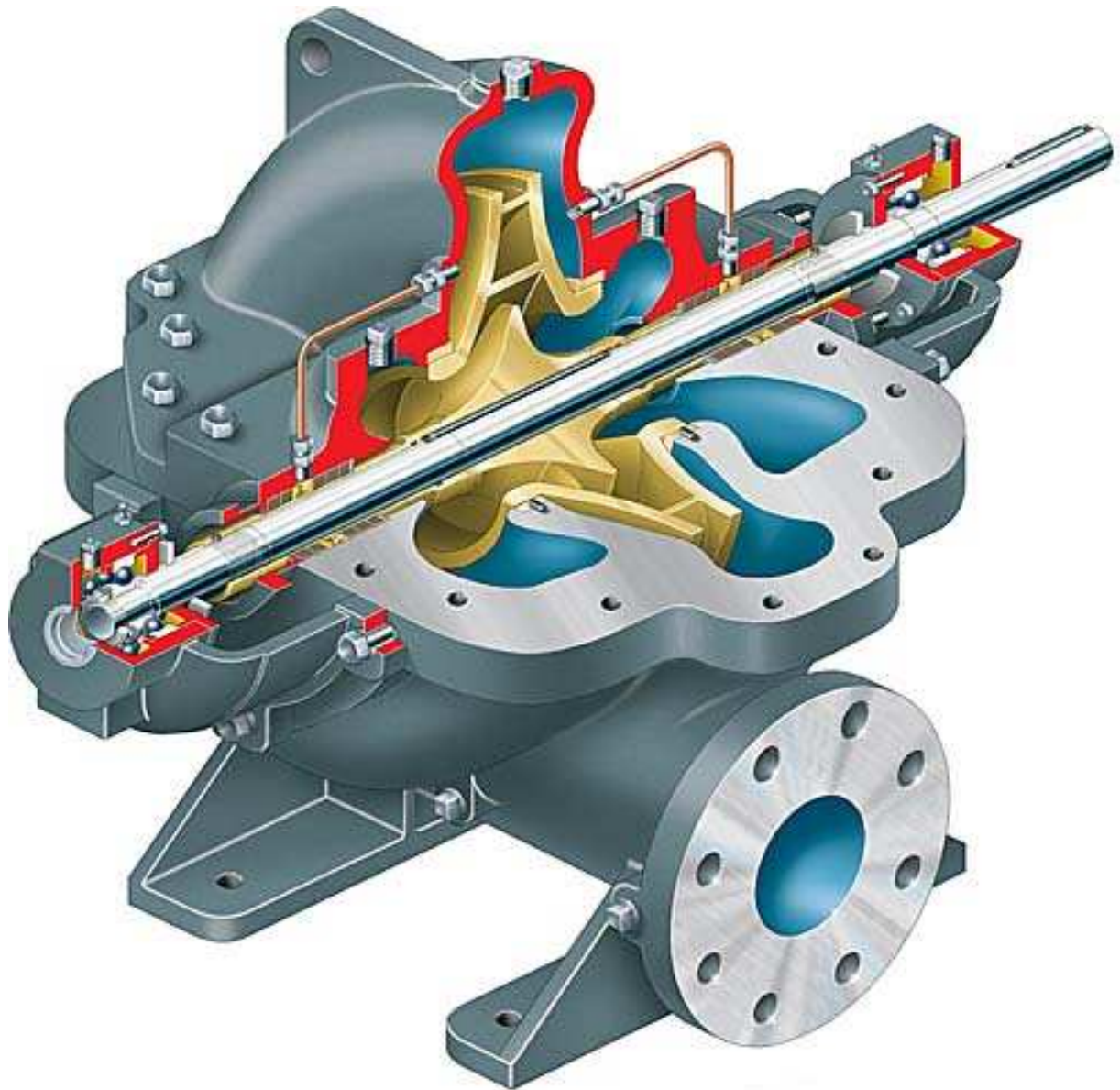


Figure 2-4 : Pompes verticale et horizontale à deux ouïes d'aspiration [2]

2.3.2 Contrailettes dorsales

Ce procédé est souvent utilisé pour les roues de petite dimension, il permet lui aussi d'équilibrer la poussée axiale à tous les régimes mais présente l'inconvénient de diminuer sensiblement le rendement global de la machine, en effet, la présence d'ailettes dorsales entraînant un freinage supplémentaire de la roue et donc une diminution du rendement mécanique.

La présence des ailettes sur la partie arrière de la roue entraîne le fluide à la vitesse de la roue et donne ainsi à partir du rayon R_m une nouvelle répartition $p'(r)$ plus « creusée ». La différence avec la répartition précédente tend à diminuer la poussée axiale (**Figure 2-5**).

Le gain considéré comme positif sur la poussée sera donc la différence d'effort entre ces deux répartitions. Il aura comme expression :

$$G = \int_{R_0}^{R_m} p(r) 2\pi r dr - \int_{R_0}^{R_m} p'(r) 2\pi r dr$$

La répartition $p'(r)$ est la même que celle de $p(r)$ mais cette fois, ω' est à remplacer par ω au lieu de $\frac{\omega}{2}$ et R_2 par R_m . Cela donne :

$$p'(r) = p_m - \frac{\rho\omega^2}{2}(R_m^2 - r^2)$$

et

$$p(r) = p_2 - \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - r^2)$$

La valeur de p_m se calcule facilement sachant que c'est la valeur prise par $p(r)$ au rayon R_m :

$$p_m = p_2 - \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - R_m^2)$$

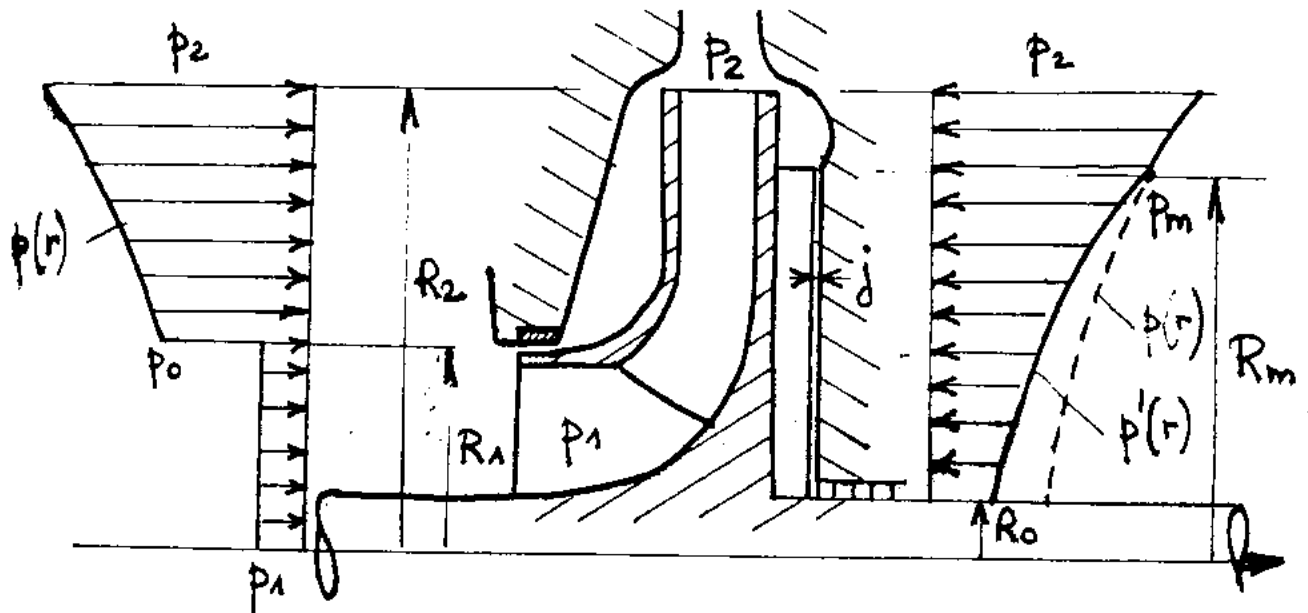


Figure 2-5 : Equilibrage par ailettes dorsales

Les calculs se simplifient puisque l'on obtient :

$$p(r) - p'(r) = \frac{3\rho\omega^2}{8}(R_m^2 - r^2)$$

L'intégration de G donnera alors :

$$G = \frac{3\rho\omega^2\pi}{16}(R_m^2 - R_0^2)^2$$

L'équilibrage parfait de la poussée axiale sera obtenu lorsque le gain dû aux ailettes dorsales sera égal à la poussée axiale P_A .

On calculera ainsi la valeur à donner au rayon R_m :

$$R_m = \sqrt{\sqrt{\frac{16|P_A|}{3\rho\omega^2\pi}} + R_0^2}$$

Exemple numérique : nous avons calculé dans un exemple précédent une poussée axiale ayant pour valeur $P_A = -3310$ N. Quelle est la valeur à donner au rayon R^m !!pour équilibrer complètement cette poussée ?

$$\begin{cases} |P_A| = 3310N \\ R_0 = 0.02m \\ \omega = 157rd / s \end{cases}$$

Le calcul donne :

$$R_m = \sqrt{\sqrt{\frac{16.3310}{3.1000.(157)^2 .3,1416}} + (0,02)^2}$$

$$R_m = 0,124m$$

On remarquera que ce résultat est intéressant puisque R_m reste inférieur au rayon extérieur de la roue $R_2 = 0,160m$.

Dispositions pratiques :

Dans la pratique, on dispose les ailettes dorsales de manière radiale avec un nombre allant de 6 à 8. Le jeu j entre les ailettes et le corps de la pompe doit être le plus faible possible sans toutefois présenter un risque de grippage (**Figure 2-5**).

Variation de vitesse :

Le gain G varie lui aussi comme le carré de la vitesse (ω^2) ; ainsi lorsque l'équilibre est réalisé à une vitesse donnée, il se conserve pour n'importe quelle autre vitesse.

Poussée dans les roues ouvertes :

La poussée est notablement plus élevée que dans les roues fermées car la répartition de pression à l'avant de la roue est de forme plus rentrante que dans le cas de la roue fermée.

L'intégrale des pressions donne la valeur :

$$P_A = \frac{\rho q_v^2}{\pi(R_1^2 - R_0^2)} - \frac{\pi R_2^2}{2} \left(\rho g H - \rho \frac{\omega^2}{8} R_2^2 \right)$$

2.3.3 Chambre d'équilibrage arrière

Ce dispositif très utilisé consiste à faire régner la pression d'entrée p_1 dans une chambre située à l'arrière de la roue (**Figure 2-6**). La communication est obtenue par des trous d'équilibrage réalisés dans le flasque. Pour limiter le débit de fuite, on dispose une nouvelle bague d'étanchéité à l'arrière dans laquelle on observera une chute de pression égale à $p_M - p_N$. La section des trous est choisie de manière à donner à la différence $p_Q - p_1$ la valeur la plus faible possible. En général, on aura :

$$\frac{p_Q - p_1}{\rho g} = k_1 q_{vfa}^2 \quad \text{dans les trous}$$

et

$$\frac{p_M - p_N}{\rho g} = k_2 q_{vfa}^2 \quad \text{dans la bague}$$

Il faut donc que $k_1 \ll k_2$ pour réaliser un équilibrage correct.

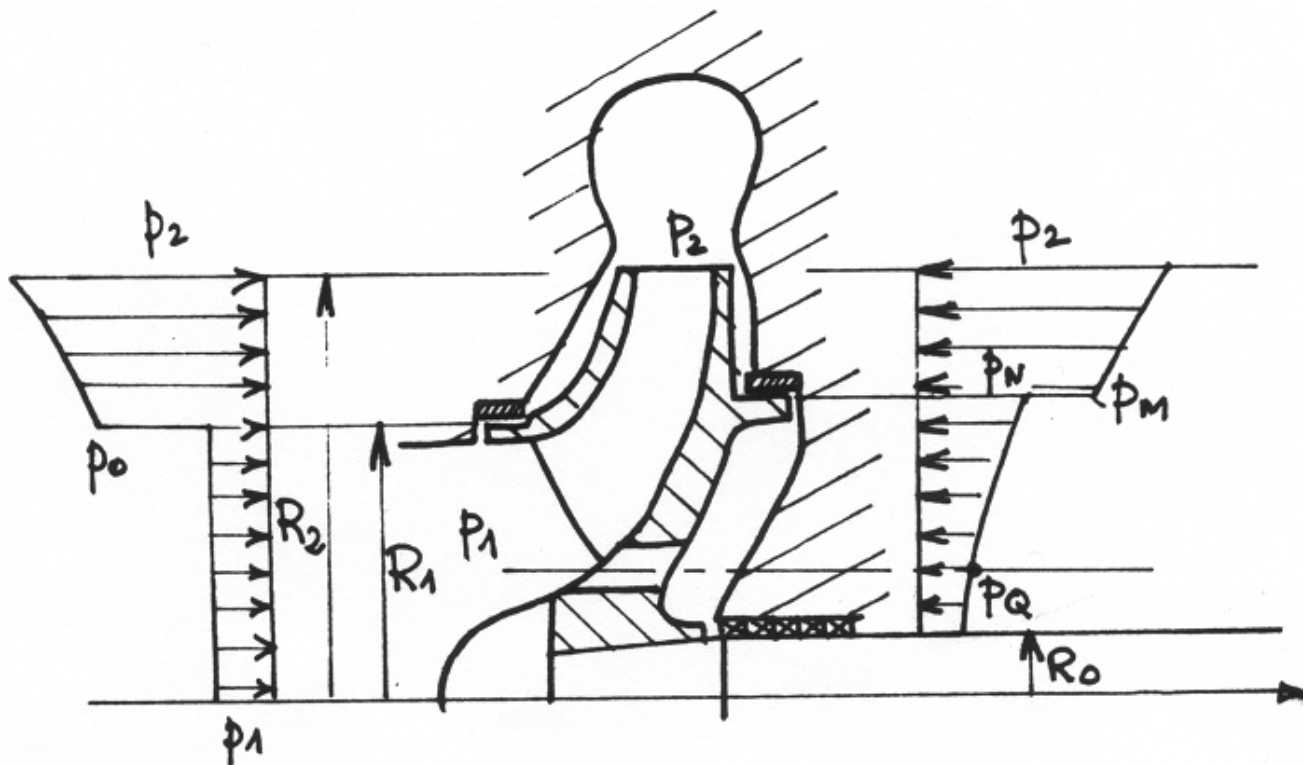
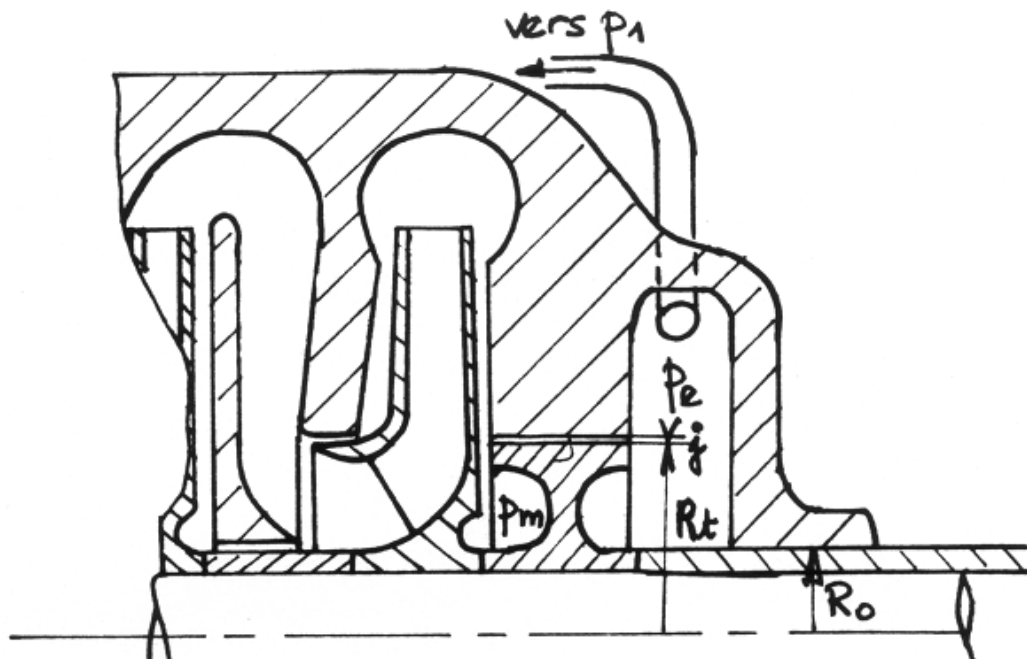


Figure 2-6 : Chambre arrière et trous d'équilibrage

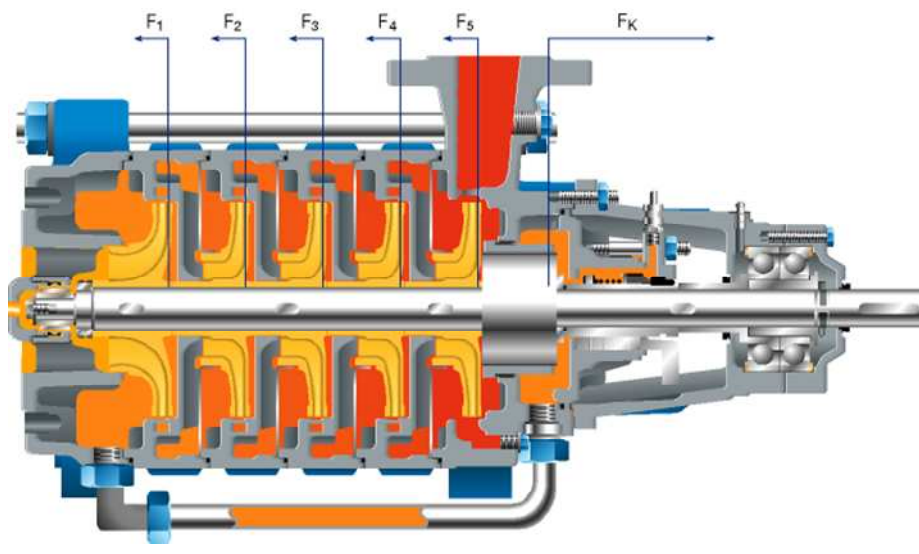
En général, ce dispositif d'équilibrage est utilisé pour les petites et moyennes roues. Il a pour effet de diminuer le rendement volumétrique de la pompe en augmentant le débit de fuite. En général, on dispose la bague d'étanchéité au même rayon que le rayon d'entrée R_1 ou à un rayon légèrement supérieur pour les raisons déjà énoncées. Ce procédé conserve l'équilibrage en cas de variation de vitesse.

2.3.4 Piston d'équilibrage

Ce procédé est employé uniquement pour les pompes multicellulaires. Comme le montre la **Figure 2-7**, le procédé consiste à disposer un piston d'un certain diamètre à l'extrémité de l'arbre situé à l'opposé de l'aspiration. Le piston tourne avec la roue, son rayon est noté R , et le jeu de fonctionnement j . pour des raisons de sécurité, le jeu j est de l'ordre de 0,1 à 0,5 mm, c'est lui qui conditionne le débit de fuite. Ce débit de fuite est le plus souvent ramené à l'aspiration de la pompe, si bien que p_e peut être prise égale à p_1 de la première roue en négligeant la perte de charge dans le retour.



Multitec - Fonction du piston d'équilibrage



1777-15

Figure 2-7 : Pompe multiétagée - Equilibrage par piston axial [5]

Pour n étages, la poussée sera égale à n fois la poussée dans une seule roue.
L'effort appliqué au piston est donné par l'équation :

$$F_t = (p_m - p_e)\pi(R_t^2 - R_0^2)$$

On fait en général les hypothèses suivantes :

$$- p_e \ll p_m$$

- p_m est égale à la pression des n-1 premiers étages plus la moitié de celle délivrée par le dernier.

Cela donnera :

$$p_m = (n-1)\rho gH + 1/2\rho gH = \frac{2n-1}{2}\rho gH$$

La poussée totale sera équilibrée lorsque l'on aura :

$$\frac{2n-1}{2}\rho gH\pi(R_t^2 - R_0^2) = n|P_A|$$

Cette relation permet alors de calculer la valeur du rayon du piston d'équilibrage R_t :

$$R_t = \sqrt{\frac{2n|P_A|}{(2n-1)\rho gH\pi} + R_0^2}$$

Exemple de calcul : soit une pompe constituée de 18 étages identiques à celui déjà présenté.

$$\begin{cases} |P_A| = 3310N \\ H = 38m \\ R_0 = 0,02m \end{cases}$$

La formule donne :

$$R_t = 0,057m$$

Par suite de l'usure, le jeu j augmente ainsi que la pression p_e , diminuant ainsi l'efficacité de l'équilibrage.

2.3.5 Piston d'équilibrage automatique

Le piston d'équilibrage automatique est lui aussi employé pour les pompes multicellulaires. Il est présenté sur la **Figure 2-8** suivante :

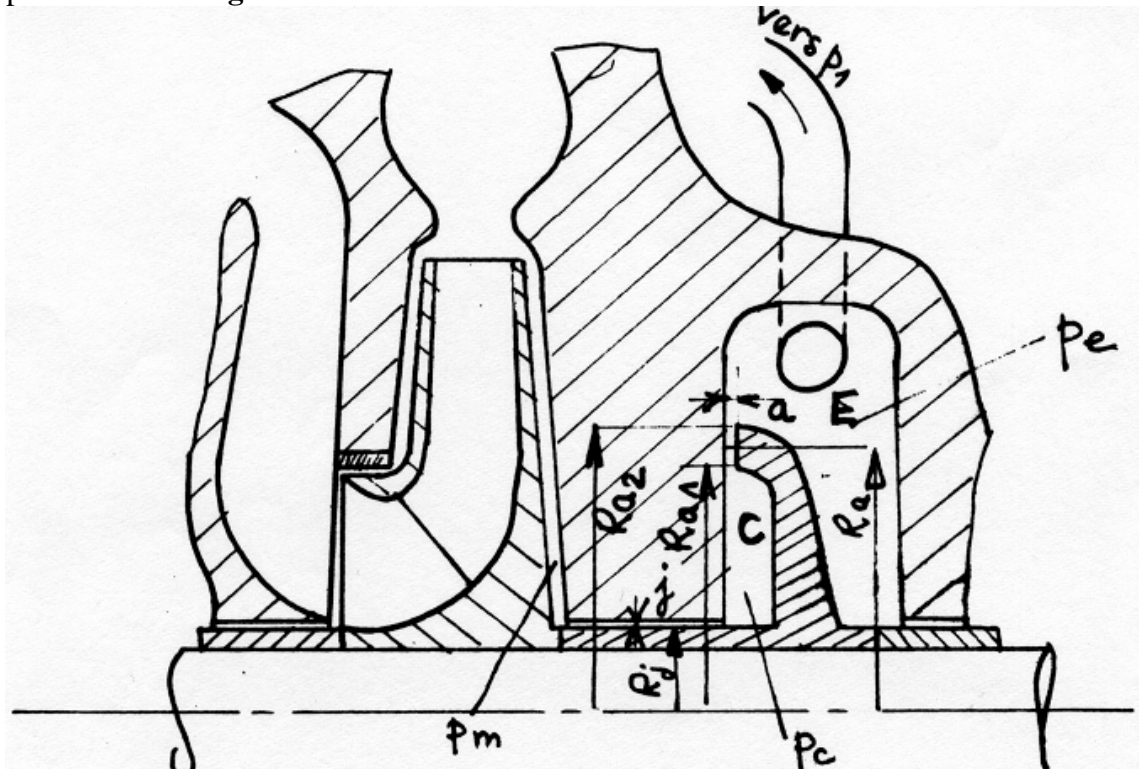


Figure 2-8 : Piston d'équilibrage automatique

La pression p_c régnant dans la chambre C s'adapte automatiquement pour équilibrer la poussée axiale. La variation est obtenue par le jeu a .

En effet, la pression p_c , le jeu a et le débit de fuite sont liés par les relations classiques des pertes de charge. Si la poussée axiale vient à augmenter, elle tire l'ensemble du mobile vers la gauche; cette opération a pour effet d'augmenter la pression p_c puisque le jeu a diminué. Cette augmentation de p_c rétablit l'égalité des efforts et crée un nouvel équilibre. On raisonnera de la même façon pour une diminution de poussée axiale.

Choix du rayon R_a du piston :

On suppose que sous l'action de la poussée maximale, le jeu a est nul, la pression p_c devient alors égale à la pression p_m déjà vue dans le paragraphe précédent :

$$p_m = \frac{2n-1}{2} \rho g H$$

Où H est la hauteur produite par un étage de la pompe et n le nombre d'étages. Si comme précédemment, on suppose p_e sensiblement égale à la pression d'entrée, l'équilibre du piston sera donné par :

$$p_m \pi (R_{a1}^2 - R_j^2) = n |P_A|$$

Ces deux dernières relations permettent de calculer le rayon intérieur du disque d'équilibrage. On majorera la valeur trouvée pour que, sous l'effet de la poussée axiale maximale, le jeu a ne devienne pas nul.

Ce dispositif présente l'inconvénient d'être peu efficace en cas de régime varié de la pompe : démarrage, brusque variation de charge, coup de bélier dans la conduite. De nombreux accidents de fonctionnement sont cités par les constructeurs lors de l'emploi de ce dispositif.

Autres dispositifs :

Il s'agit, avec ces dispositifs de contrebalancer la poussée axiale par l'intermédiaire de butées à billes. Dans ce cas, le rendement de la pompe est peu modifié mais son prix est plus élevé. Dans le cas où la pompe est de faible puissance et où le rendement a moins d'importance on utilisera toujours les procédés cités au début de ce chapitre.

2.4 Poussée radiale

Pour les pompes monoétagées, le corps de pompe à volute l'emporte sur le corps à diffuseur pour des raisons de simplicité, de commodité et de rendement.

- **Section** : tout le débit de la pompe passe par la section AB de la volute, toutes les autres sections sont traversées par une fraction du débit total. Cette fraction dépend de la position de la section repérée par l'angle α (**Figure 2-9**). Les sections augmentent pour tenir compte de l'augmentation de débit sortant de la périphérie de la roue.

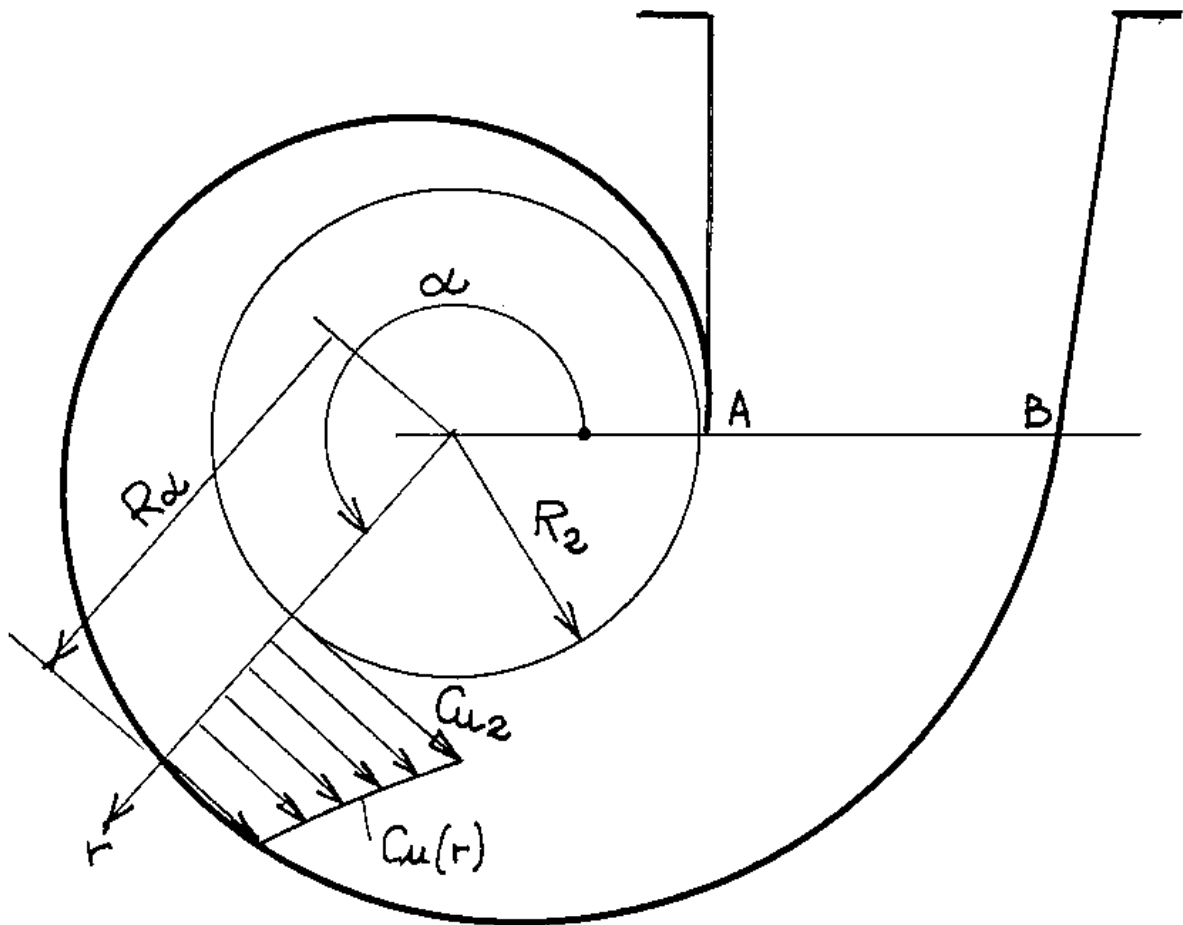


Figure 2-9 : Evolution de la section de la volute

Le calcul de la volute est basé sur l'hypothèse d'une composante circumférentielle obéissant à la loi du vortex libre (écoulement potentiel) :

$$r \, C_u = cste$$

Le calcul de la constante s'effectue facilement par la condition à la sortie de la roue :

$$r \, C_u = cte = R_2 \, C_{u2} \tag{1}$$

Rappelons que d'après l'équation d'Euler :
$$H_{th} = \frac{U_2 C_{u2}}{g}$$

Par définition du rendement hydraulique de la machine, on aura par ailleurs :
$$\eta_H = \frac{H}{H_{th}}$$

d'où :

$$R_2 C_{u2} = \frac{gH}{\omega \eta_H}$$

Débit : on peut admettre que le débit dans une section quelconque de la volute (pour l'angle α) est donné par :

$$q_{v\alpha} = \frac{\alpha}{360} \cdot q_v$$

q_v : débit total de la pompe et α angle en degrés.

Dans l'hypothèse simplificatrice d'une volute de section rectangulaire, le débit élémentaire dans la section $b.dr$ sera donné par :

$$dq_{v\alpha} = b C_u dr$$

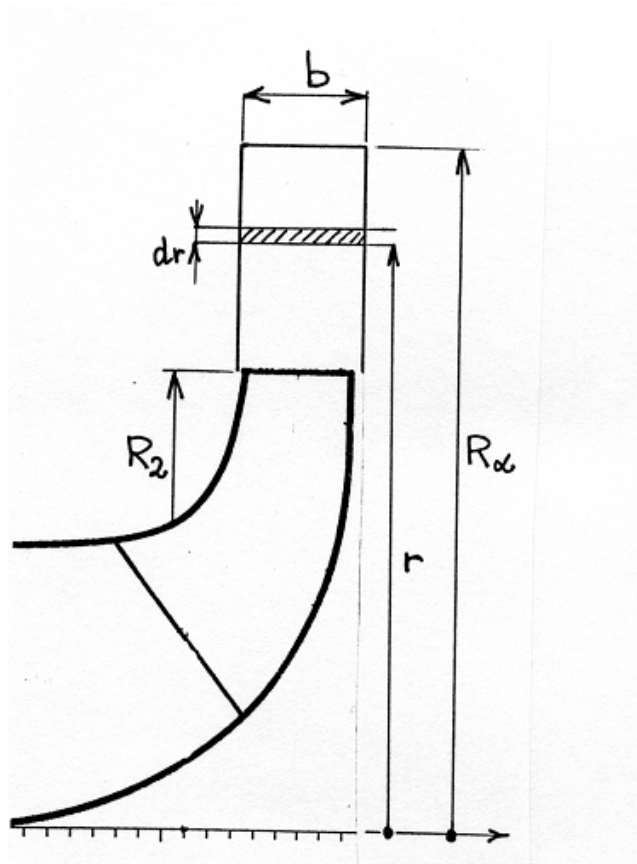


Figure 2-10 : Section de volute rectangulaire pour l'angle α quelconque

Compte tenu de (1), on peut exprimer Cu :

$$dq_{v\alpha} = \frac{b R_2 Cu_2}{r} \cdot dr$$

puis intégrer de R_2 à R_α :

$$q_{v\alpha} = \frac{\alpha}{360} \cdot q_v = R_2 Cu_2 \int_{R_2}^{R_\alpha} \frac{dr}{r} \cdot b$$

Dans l'hypothèse où $b = cte$, l'intégration donne :

$$\frac{\alpha}{360} \cdot q_v = b R_2 Cu_2 [\ln r]_{R_2}^{R_\alpha}$$

et finalement :

$$R_\alpha = R_2 \exp\left(\frac{\alpha q_v}{360 b R_2 Cu_2}\right)$$

Cette relation donne la variation du rayon extérieur de la volute avec l'angle α .

Pour éviter une valeur de $R_{\alpha_{max}}$ trop importante, on donne à la volute une forme arrondie ayant la même section.

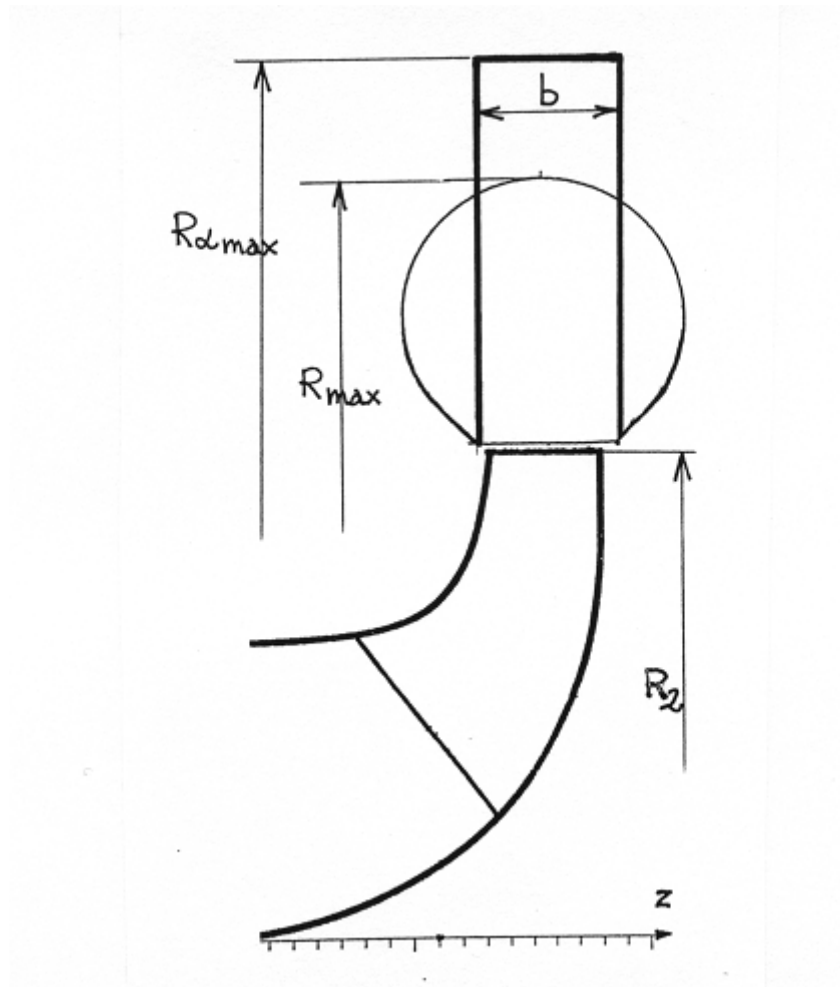


Figure 2-2 : Volute rectangulaire et volute classique

Répartition de pression dans la volute - Poussée radiale.

De part et d'autre du point nominal, la pression n'est plus uniforme à la sortie de la roue comme le montre la figure ci-dessous, correspondant à des calculs numériques et à des relevés expérimentaux. Ce déséquilibre, dû à une mauvaise répartition des vitesses, est à l'origine de la poussée radiale ou poussée de volute.

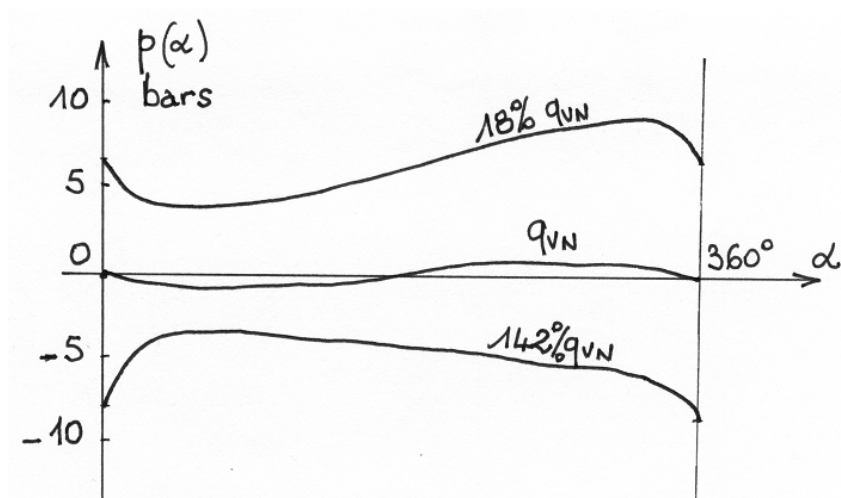
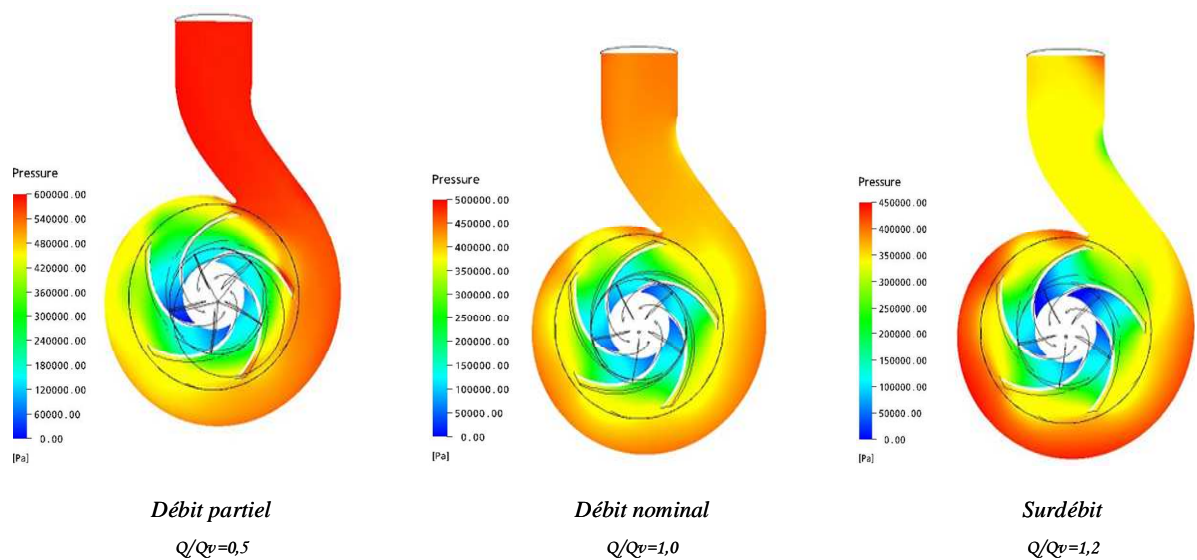


Figure 2-3 : Evolution de la pression autour de la roue

La poussée radiale F_R est calculable par la formule empirique de Stepanoff :

$$F_R = K H D_2 (b_2 + 2e_2) 10^{-3}$$

- F_R : force en daN
 H : hauteur de la pompe en m
 D_2 : diamètre extérieur de la roue (en mm)
 b_2 : largeur de roue (en mm)
 K : coefficient de poussée variant suivant la forme empirique :

$$K = 0,36 \left[1 - \left(\frac{q_v}{q_{vN}} \right)^2 \right]$$

- e_2 : épaisseur des flasques à la sortie de la roue (mm).

Cette formule montre que la poussée radiale est maximale à vanne fermée. Elle vaut dans ce cas :

$$F_{\max} = 0,36 H_{vf} D_2 (b_2 + 2e_2) 10^{-3}$$

En débit partiel, la poussée axiale est dirigée à 60° par rapport au bec de volute.

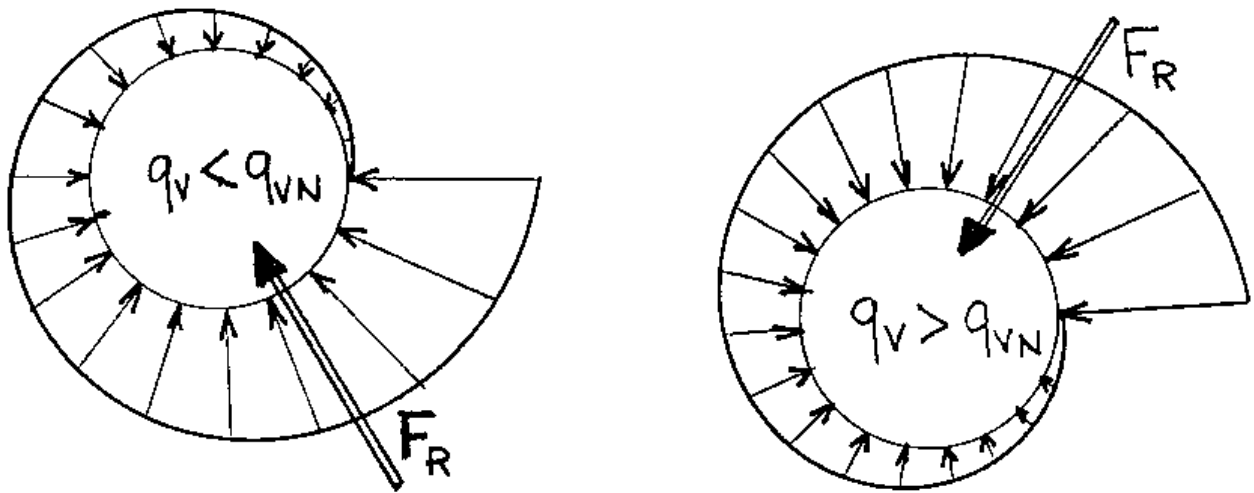


Figure 2-4 : Positionnement de la poussée radiale

Moyens de réduire la poussée radiale

On peut limiter la poussée radiale par l'utilisation d'une volute double. Il en résulte en principe 2 poussées partielles de direction opposée.

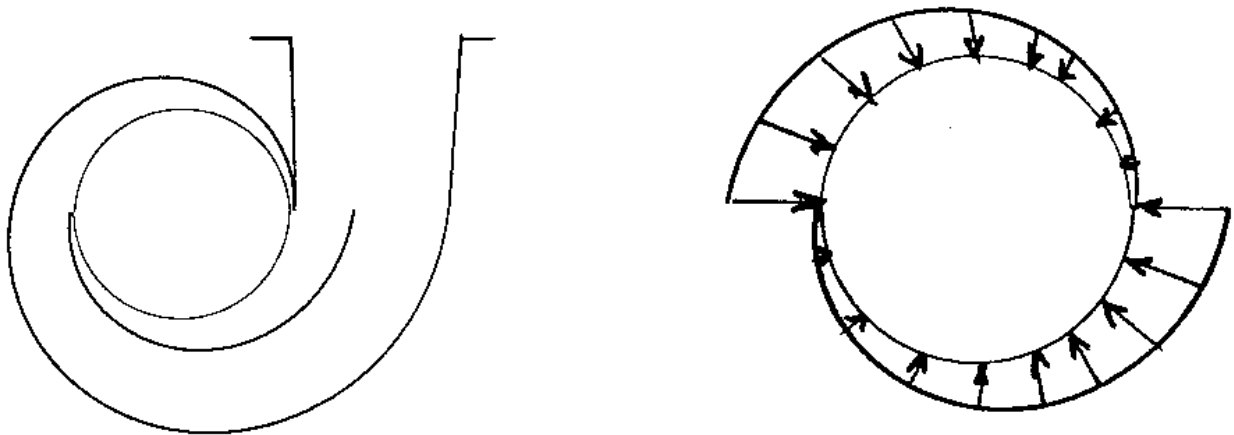


Figure 2-5: Répartition de pression dans une volute double

La double volute est peu employée (sauf pour les grandes pompes) car elle complique la réalisation et rend donc plus onéreuse la fabrication du corps de pompe. De plus, la double volute n'élimine pas complètement la poussée radiale.

2.5 Première vitesse critique de flexion de l'arbre de la pompe

L'arbre de pompe est dimensionné pour transmettre le couple moteur et encaisser la poussée axiale et la poussée radiale.

Les déformations de l'arbre doivent en principe être inférieures aux jeux radiaux entre parties mobiles et parties fixes. Cela est particulièrement important pour les dispositifs d'étanchéité et les pistons montés sur l'arbre pour contrebalancer la poussée axiale. Un danger certain existe également sur la bague d'étanchéité située à l'ouïe d'aspiration.

Même pour les rotors soigneusement équilibrés, il subsiste toujours de légers déséquilibres engendrant des forces centrifuges venant se superposer au poids des roues et de l'arbre. Ces efforts de direction variable sont à l'origine de vibrations dont les amplitudes sont d'autant plus grandes que l'on se trouve au voisinage d'une vitesse critique. Les calculs sont effectués ici pour des paliers supposés infiniment rigides.

2.5.1 Vitesse critique d'une roue sur un arbre non pesant

Soit une roue de masse m dont le centre de gravité se trouve à la distance e de l'axe sur laquelle elle est montée et soit y la flèche acquise par l'arbre pour une vitesse angulaire quelconque ω . La force centrifuge qui en résulte sera donnée par :

$$F = m (y+e)\omega^2$$

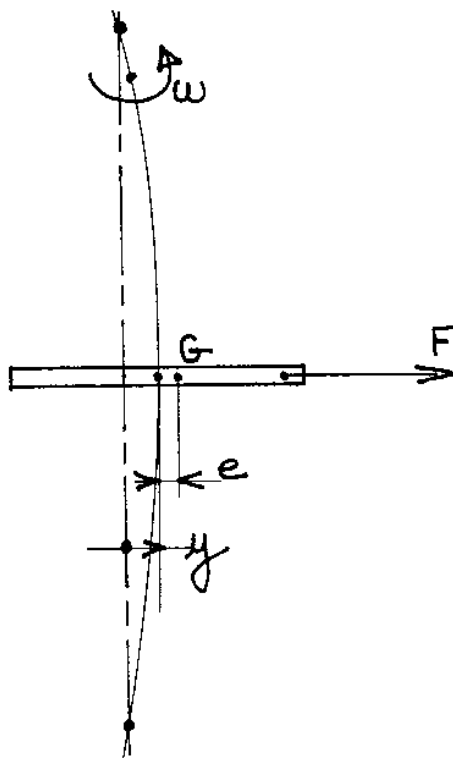


Figure 2-6 : Déformation de l'arbre en rotation

La déformation y provoquée par la force F sera, d'autre part, donnée par $F = k y$ où k représente la raideur de l'arbre.

A l'équilibre, on détermine la valeur de y par l'équation :

$$k y = m (y + e) \omega^2$$

soit la flèche :

$$y = \frac{m e \omega^2}{k - m \omega^2}$$

La valeur de y devient théoriquement infinie lorsque le dénominateur s'annule :

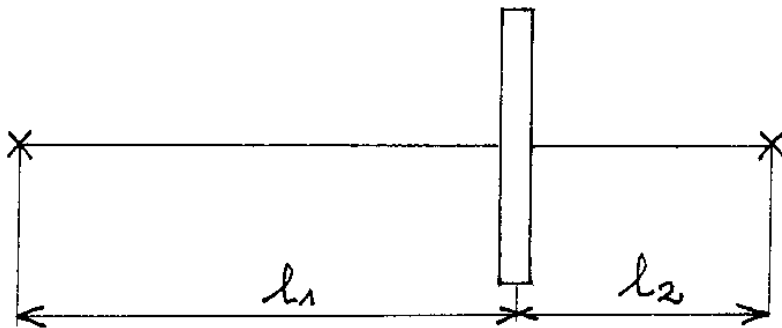
$$k - m \omega^2 = 0$$

On définit ainsi la vitesse critique de flexion par :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

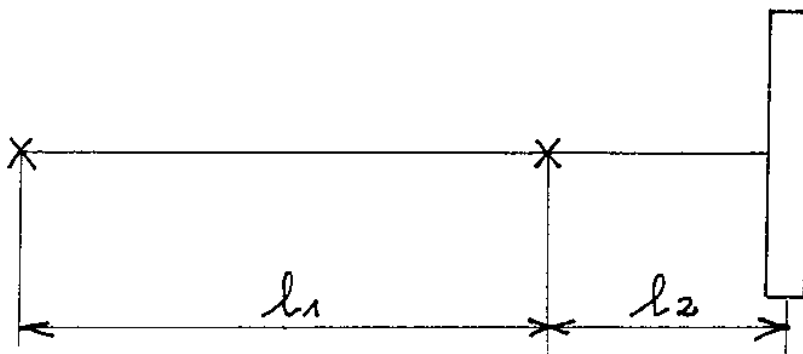
Valeurs de k :

Les valeurs de k dépendent du diamètre de l'arbre et de la position du disque par rapport aux appuis. Deux cas principaux sont à envisager : le disque entre les paliers et le disque en porte à faux.



$$k = \frac{3EI (l_1 + l_2)}{l_1^2 \cdot l_2^2}$$

- m : masse de la roue
 I : moment d'inertie de l'arbre par rapport à l'un de ses diamètres
 E : module d'élasticité du matériau



$$k = \frac{3EI}{l_2^2 (l_1 + l_2)}$$

2.5.2 Cas général : arbre pesant de section variable

Dans le cas général d'un arbre pesant associé à plusieurs disques, on emploie la formule de Dunkerley :

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{\omega_a^2} + \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} + \dots$$

- ω : vitesse critique de l'ensemble
- ω_a : vitesse critique de l'arbre seul
- ω_1 : vitesse critique du disque 1 monté sur l'arbre non pesant
- ω_2 : vitesse critique du disque 2 monté sur l'arbre non pesant
- ⋮

Vitesse critique de l'arbre.

Dans le cas général d'un arbre de masse m en porte à faux, on calcule ω_a à partir du diagramme suivant (**Figure 2-7**) où on peut lire le coefficient a en fonction de la longueur en porte à faux l_2/l_1 .

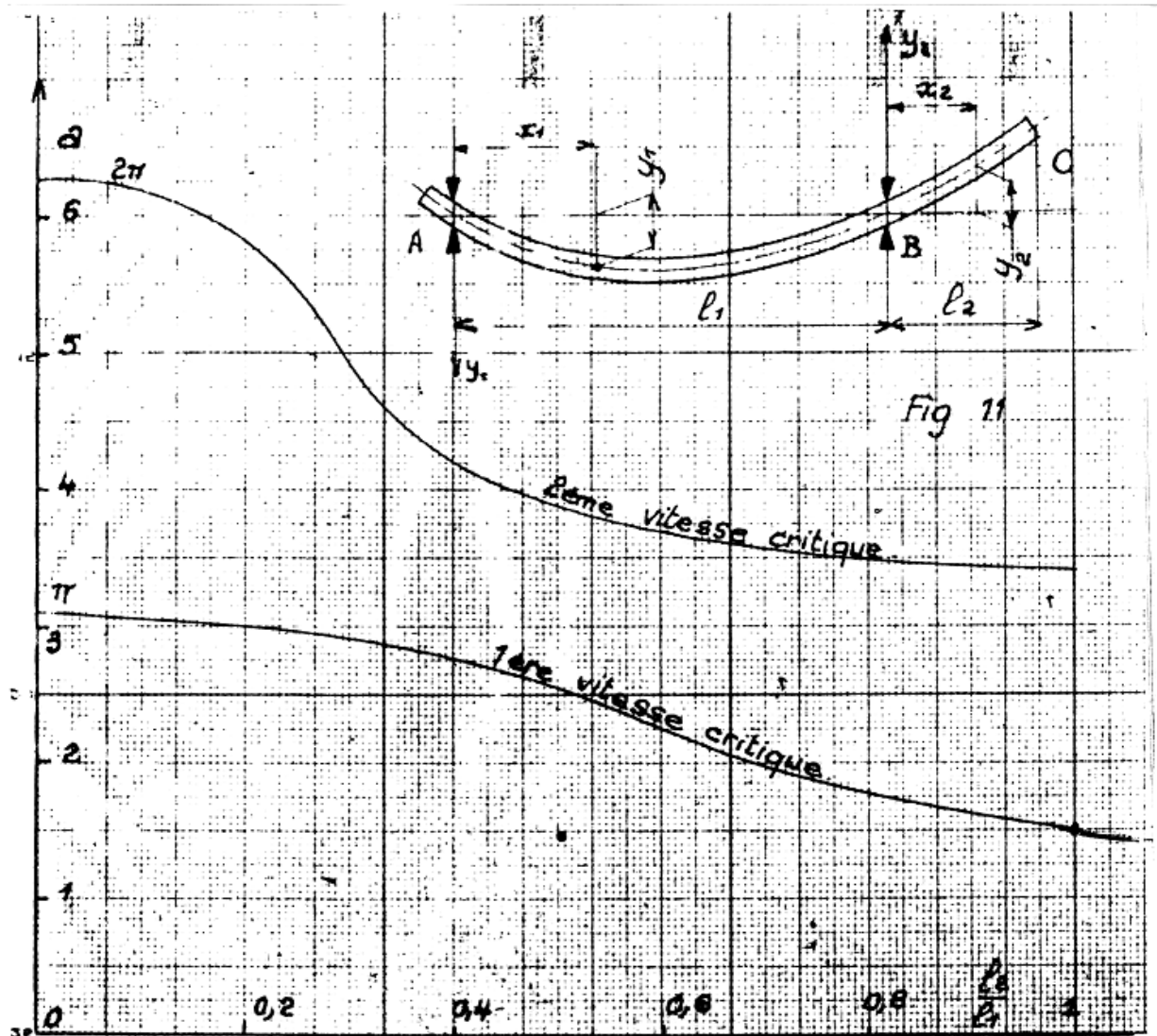


Figure 2-7 : Première et seconde vitesse critique d'un arbre en porte à faux

On calcule la vitesse critique par la relation générale :

$$\omega_a^2 = \frac{a^4 \cdot E I (l_1 + l_2)}{m I_1^4}$$

Dans le cas d'un arbre de section variable, on recherche le diamètre équivalent d par :

$$d = \frac{d_1 l_1 + d_2 l_2 + \dots + d_5 l_5}{l}$$

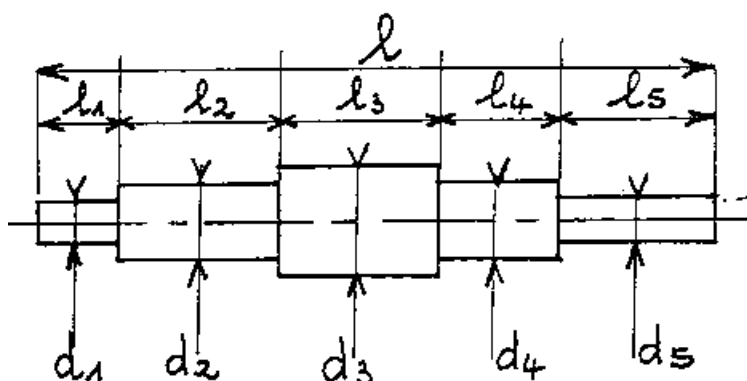


Figure 2-8 : Arbre de section variable

Exemple : soit un arbre de diamètre équivalent $d = 30$ mm et de longueur $l = 400$ mm porté par 2 appuis situés comme indiqué ci-dessous. Il porte deux disques de masses m_1 et m_2 (roue centrifuge et accouplement).

Calculer la vitesse critique de l'ensemble pour un arbre ayant comme caractéristiques : $\rho = 7780$ kg/m³ et $E = 21000$ daN/mm²

$$I_{x'x'} = \frac{\pi d^4}{64} \quad , \quad m = \rho V = \rho \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot l = 2,2 \text{ kg}$$

Calcul de la vitesse critique de l'arbre : le porte à faux est calculé pour $l_2/l_1 = 0,33$ qui donne en Figure 2-6 le coefficient a égal à 2,85.

$$k_a = (2,85)^4 \frac{21000 \cdot \pi \cdot 30^4 \cdot 400}{(300)^4 \cdot 64} = 2720 \text{ daN/mm} = 2720 \cdot 10^4 \text{ N/m}$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{2720 \cdot 10^4}{2,2}} = 3516 \text{ rad/s}$$

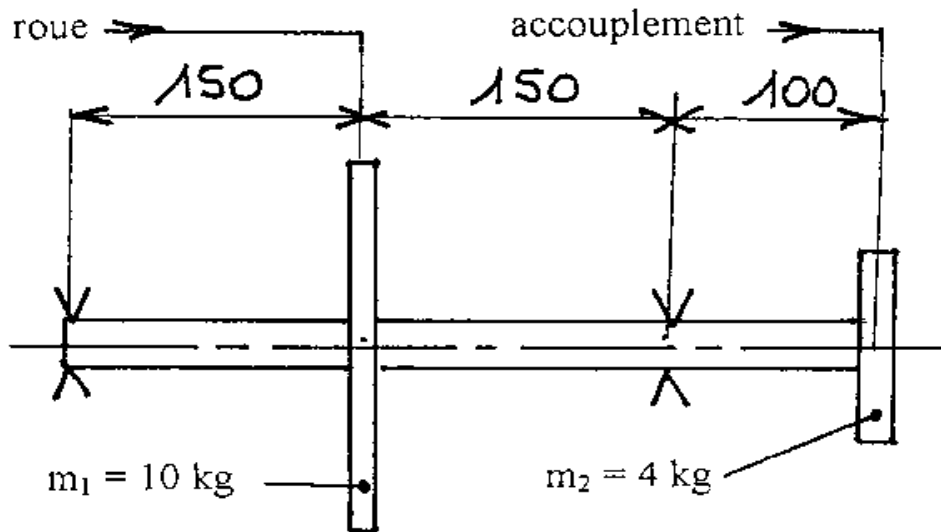


Figure 2-9 : Exemple d'arbre sur deux appuis et supportant deux masses

Calcul du ω_1 :

$$k_1 = \frac{3EI \cdot 300}{150^2 \cdot 150^2} = \frac{3 \cdot 21000 \cdot \pi \cdot (30)^4 \cdot 300}{64 \cdot (150)^4}$$

$$k_1 = 1484 \quad \text{daN/mm} = 1484 \cdot 10^4 \text{ N/m}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{1484 \cdot 10^4}{10}} = 1218 \text{ rad/s}$$

Calcul de ω_2 :

$$k_2 = \frac{3EI}{100^2 \cdot 400} = \frac{3 \cdot 21000 \cdot \pi \cdot (30)^4}{64 \cdot 100^2 \cdot 400}$$

$$k_2 = 626 \quad \text{daN/mm} = 626 \cdot 10^4 \cdot \text{N/m}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{626 \cdot 10^4}{4}} = 1251 \text{ rad/}$$

Vitesse critique de l'ensemble :

$$\frac{1}{\omega_c^2} = \frac{1}{\omega_a^2} + \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2}$$

$$= 0,81 \cdot 10^{-7} + 6,74 \cdot 10^{-7} + 6,39 \cdot 10^{-7}$$

$$= 13,94 \cdot 10^{-7}$$

$$\boxed{\omega_c = 847 \text{ rad/s}}$$

Soit :

$$N_c = \frac{30 \omega_c}{\pi} = 8088 \text{ tr/mn}$$

2.6 Efforts sur l'arbre et sur les paliers

Le chargement complet de l'arbre est récapitulé sur la **Figure 2-10**, les différents entraxes entre paliers permettent de calculer :

- le diamètre minimal de l'arbre dans l'hypothèse de superposition des états de charge : torsion, traction, flexion alternée liée à l'effort radial sur la roue et sur une éventuelle poulie située côté accouplement.
- Les efforts sur les différents roulements dont la durée de vie doit correspondre à au moins 16 000 heures.
- La vitesse critique de l'ensemble mobile équipé d'une roue et d'une poulie.

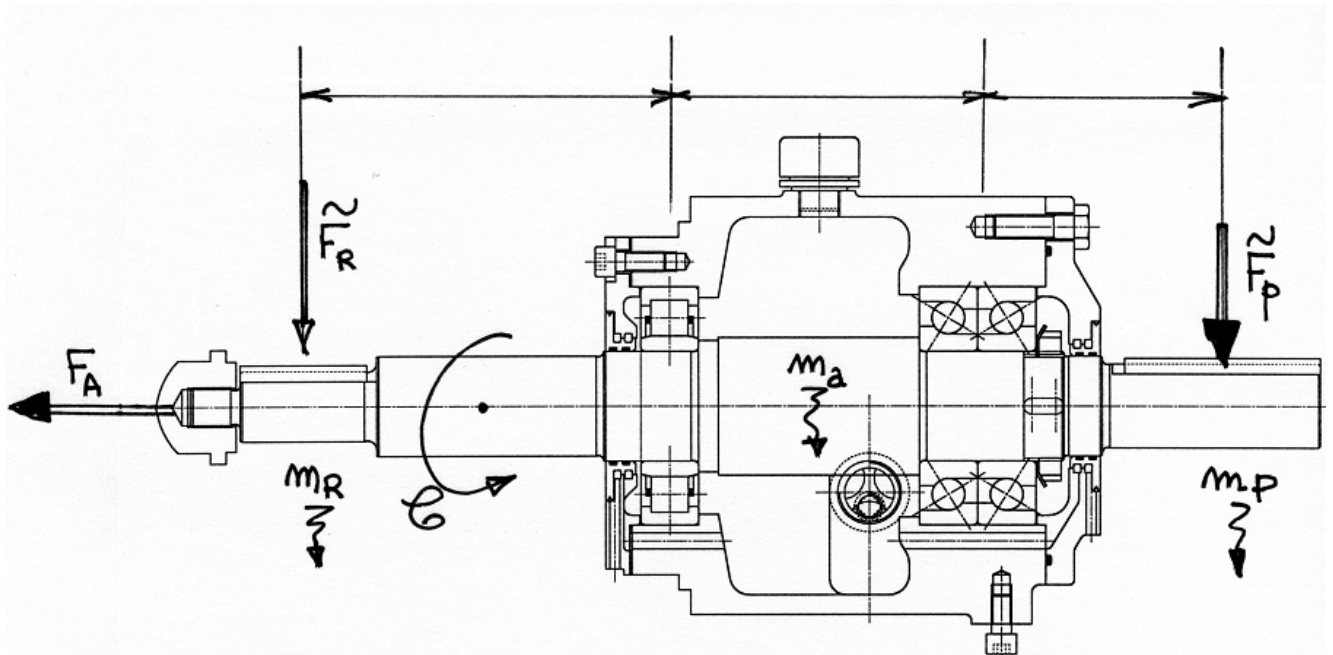


Figure 2-10 : Chargement de l'arbre et des paliers [1]

3 - TURBINES A GAZ ET A VAPEUR

Les applications des turbines à gaz et à vapeur sont nombreuses et variées. Elles sont justifiées par la grande puissance massique de ces machines :

- Applications aéronautiques : turboréacteurs et turbomoteurs (**Voir annexe 5-2**).
- Applications spatiales : turbopompes.
- Production électrique centralisée par unités de plusieurs centaines de MW (**Figure 5-13**).
- Production électrique décentralisée avec ou sans cogénération et/ou cycles combinés (**Figure 5-14**).

Les enjeux économiques et industriels en relation avec ces machines sont donc très importants et relèvent largement d'efforts et d'investissement multinationaux.

Dans les turbines à gaz ou à vapeur, les étages sont de type à action ou à réaction. Le degré de réaction caractérise la chute de d'enthalpie assurée par la roue ramenée à la chute d'enthalpie dans l'étage. Cette caractéristique est obtenue par une géométrie d'aubages très caractéristique (**Figures 3-1 et 3-2**).

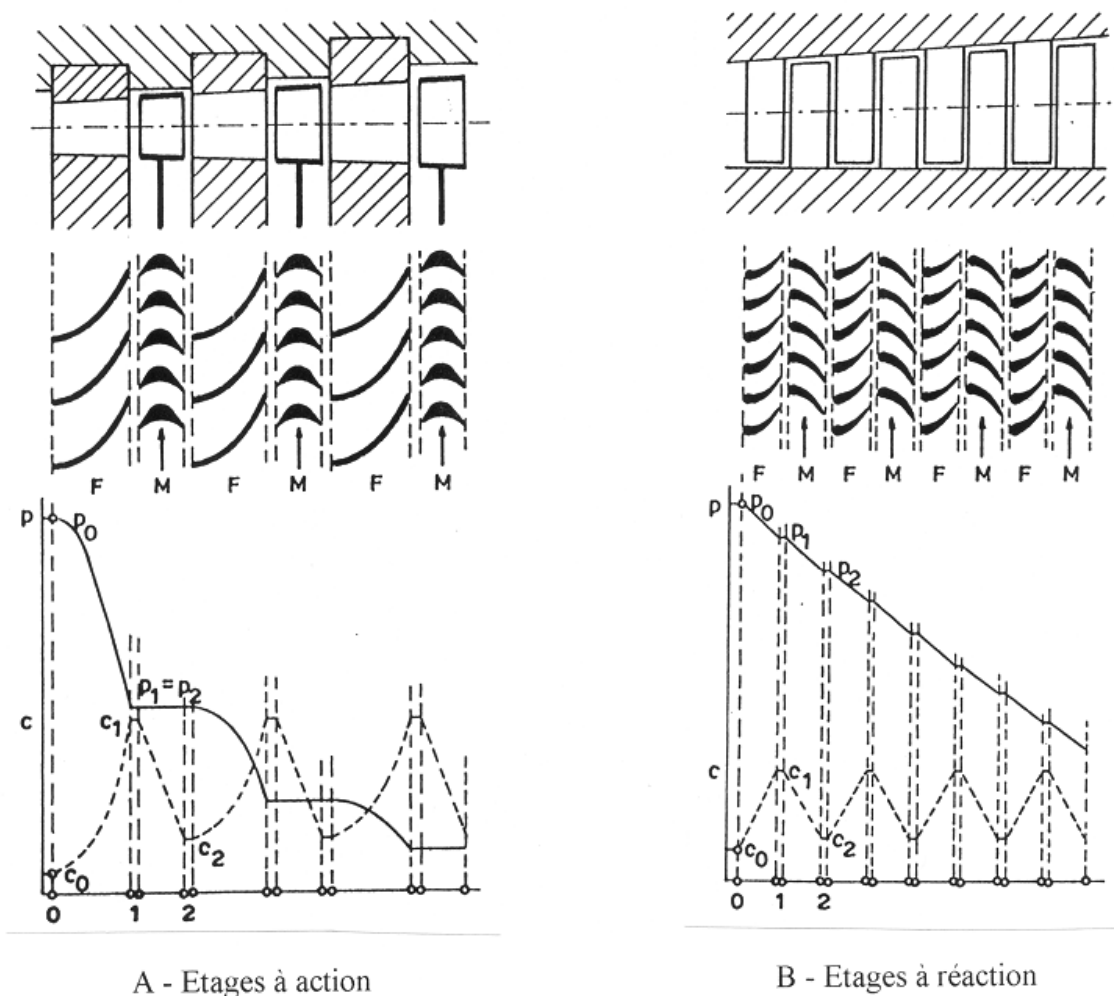


Figure 3-1 : Etages à action et à réaction [8]

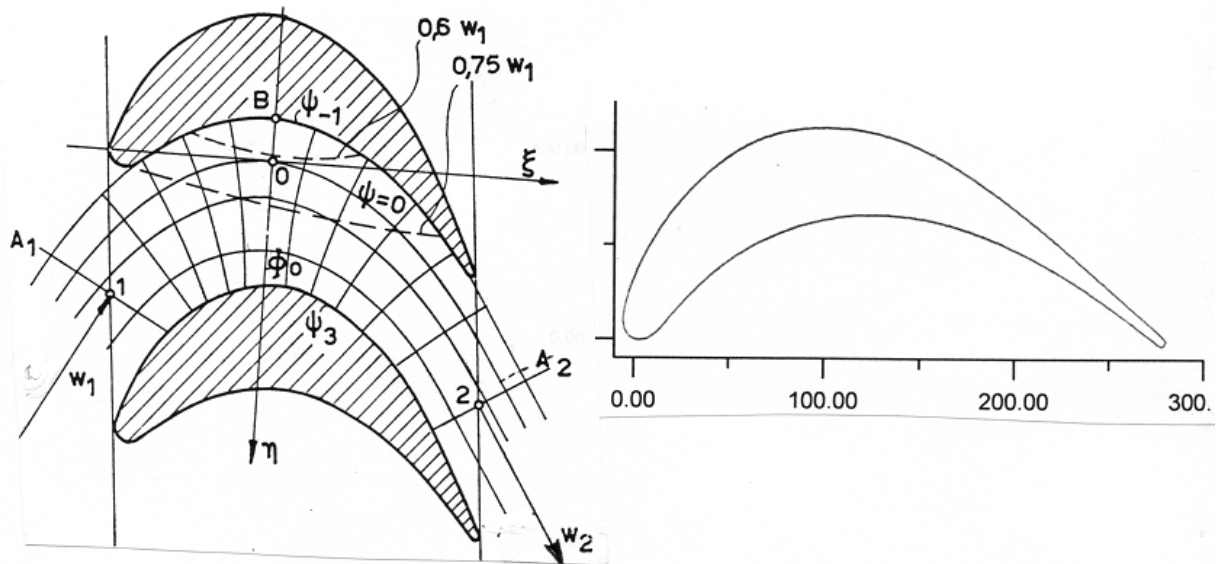


Figure 3-2 : Formes typiques d'aubages rotoriques à action [8]

Pour conserver une vitesse débitante axiale constante, on observe une augmentation de l'envergure des aubages en cours de détente. Dans certains cas, l'ensemble est ceinturé à la périphérie (Figure 3-3). En général, les aubages rotoriques sont rapportés sur le disque formant la roue (Figure 3-4).

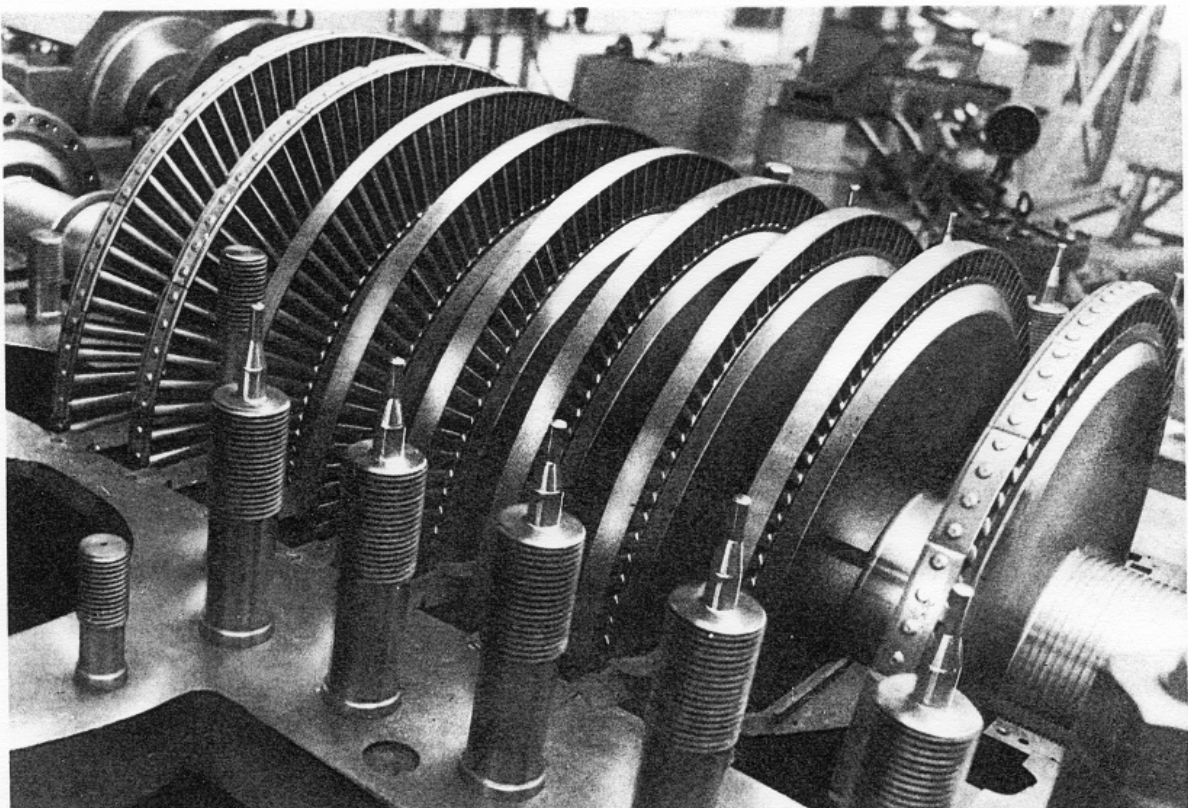


Figure 3-3 : Turbine à vapeur multiétage à plan de joint horizontal [9]

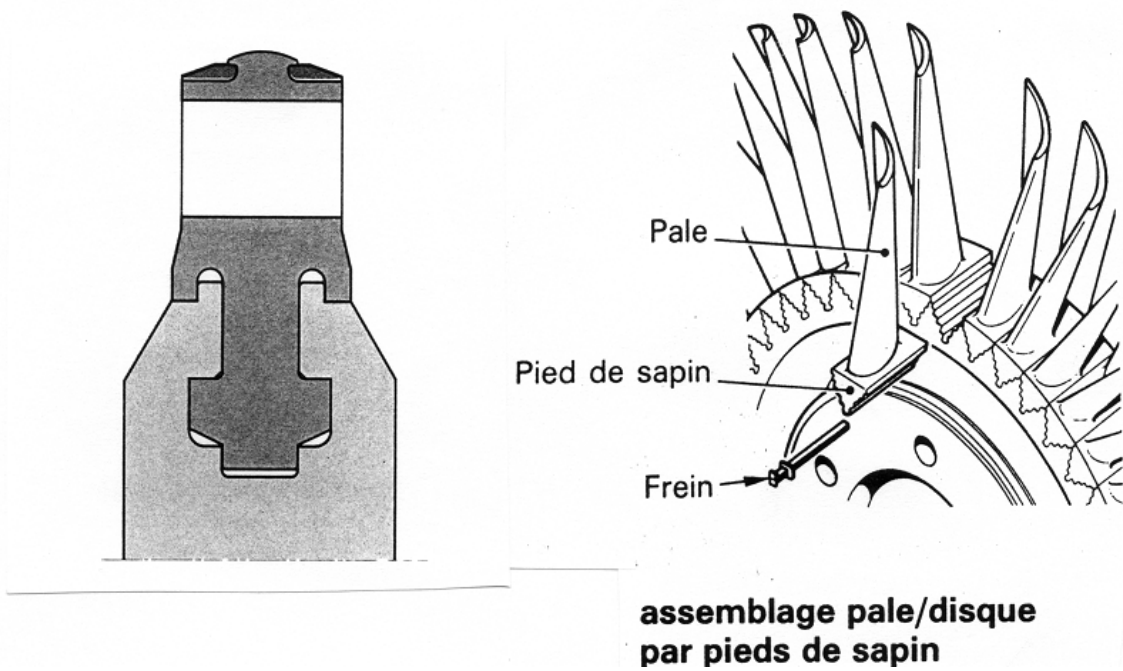


Figure 3-4 : Divers dispositifs de fixation des pales [TECHNIQUES de l'INGENIEUR-10]

La majorité des turbines à vapeur sont à plan de joint horizontal avec des dispositifs d'étanchéité sans contact de type labyrinthes (**Figures 3-5 et 3-6**).

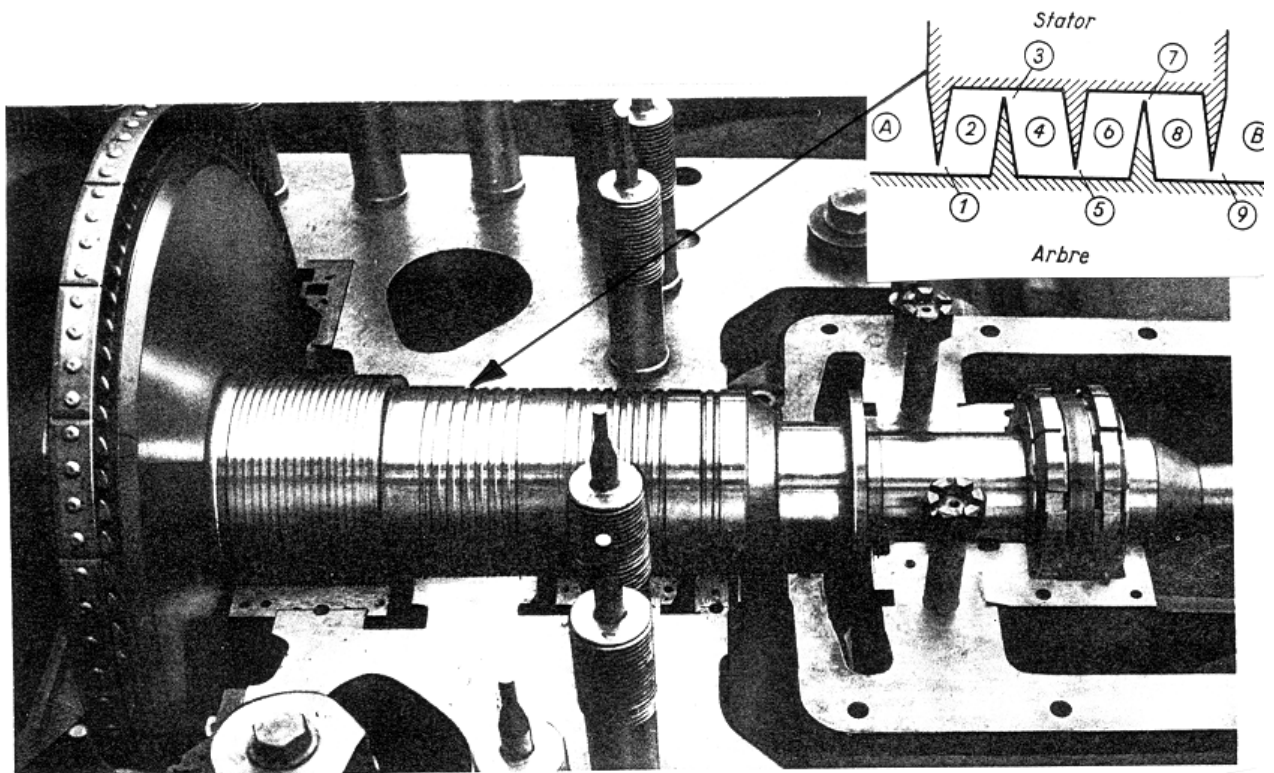


Figure 3-5 : Dispositif d'étanchéité vers l'extérieur de type labyrinthe [9]

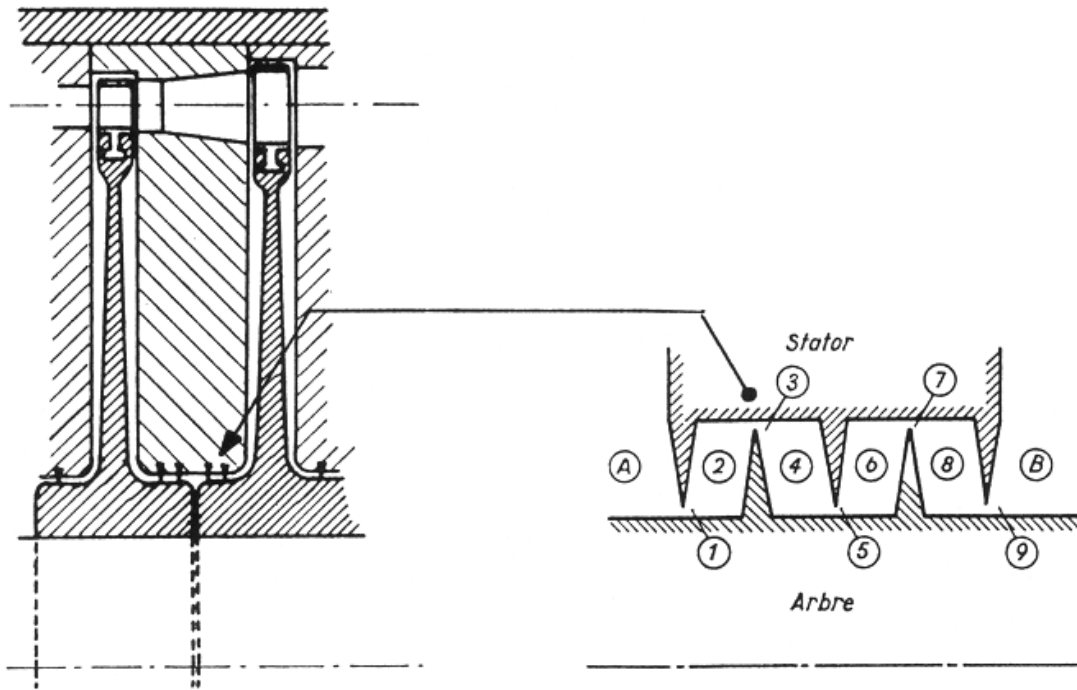


Figure 3-6 : Etanchéité inter-étages [8]

Les turbines à gaz sont constituées de trois sous-ensembles distincts : les compresseurs, la chambre de combustion et les étages de turbines (**Figure 3-7**).

Suivant les cas, l'étage de détente est mono-arbre (turbine liée) ou séparée en deux parties : l'étage ou les étages entraînant les compresseurs et les étages dits à turbine libre entraînant le récepteur ; alternateur, rotor d'hélicoptère, etc...

Les **Figures 3-7 et 3-8** montrent ces particularités :

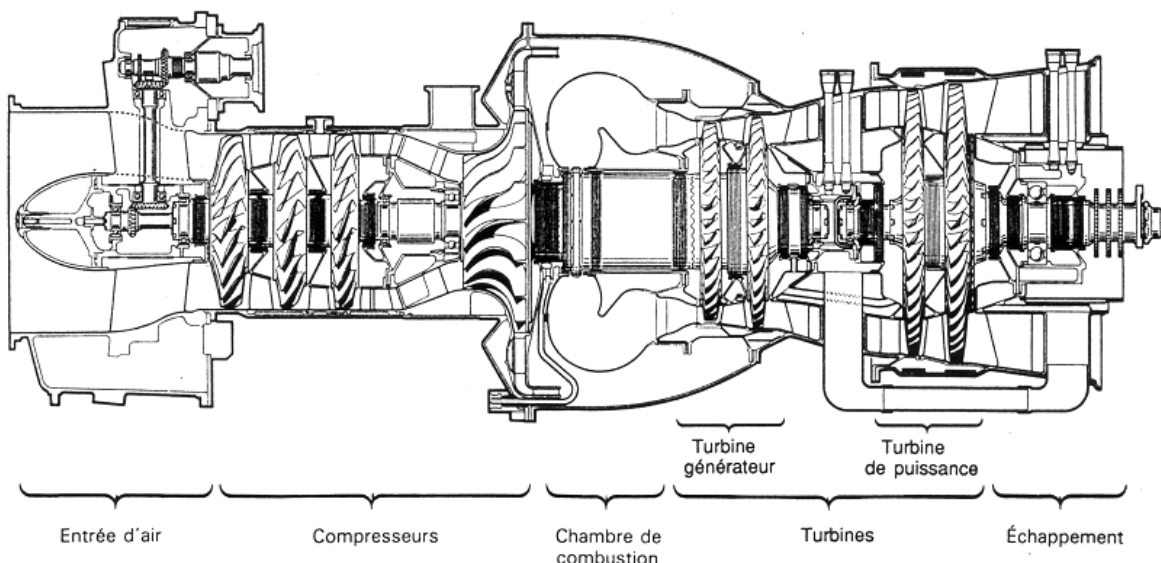


Figure 3-7 : Sous-ensembles constituant la turbine à gaz [TURBOMECA-11]

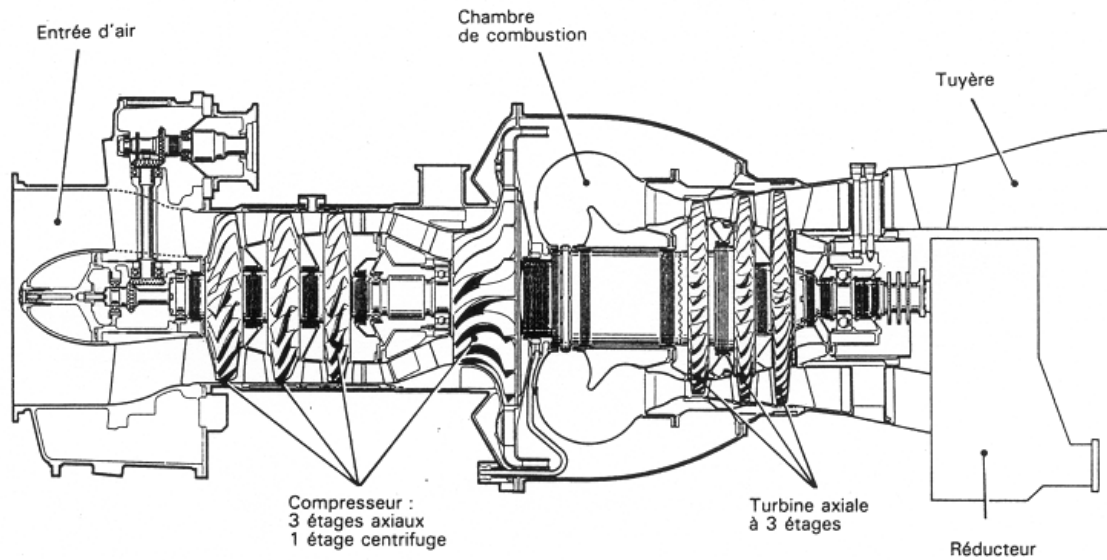


Figure 3-8 : Turbomoteur à turbine liée Makila 3G [11]

Le rendement global des turbines dépendant directement de la température à la sortie de la chambre de combustion, la tenue mécanique des aubes du distributeur et du rotor du premier étage nécessite un refroidissement. Ils sont aujourd'hui refroidis par un certain débit d'air prélevé en sortie des compresseurs. Comme on peut l'observer sur la **Figure 3-9**, la réalisation des aubes en est rendue beaucoup plus difficile.

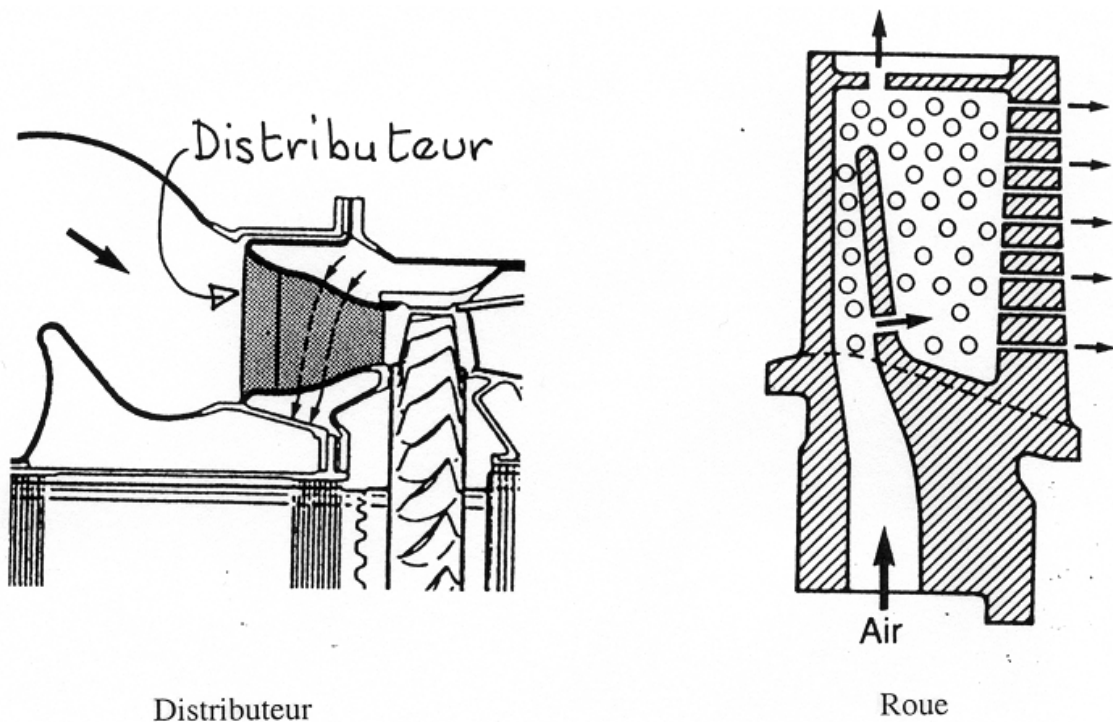


Figure 3-9 : Ailettes refroidies

La **Figure 3-10** montre une petite turbine à vapeur où l'on peut voir les dispositifs d'étanchéité internes et externes ainsi que les paliers et la butée hydrodynamique.

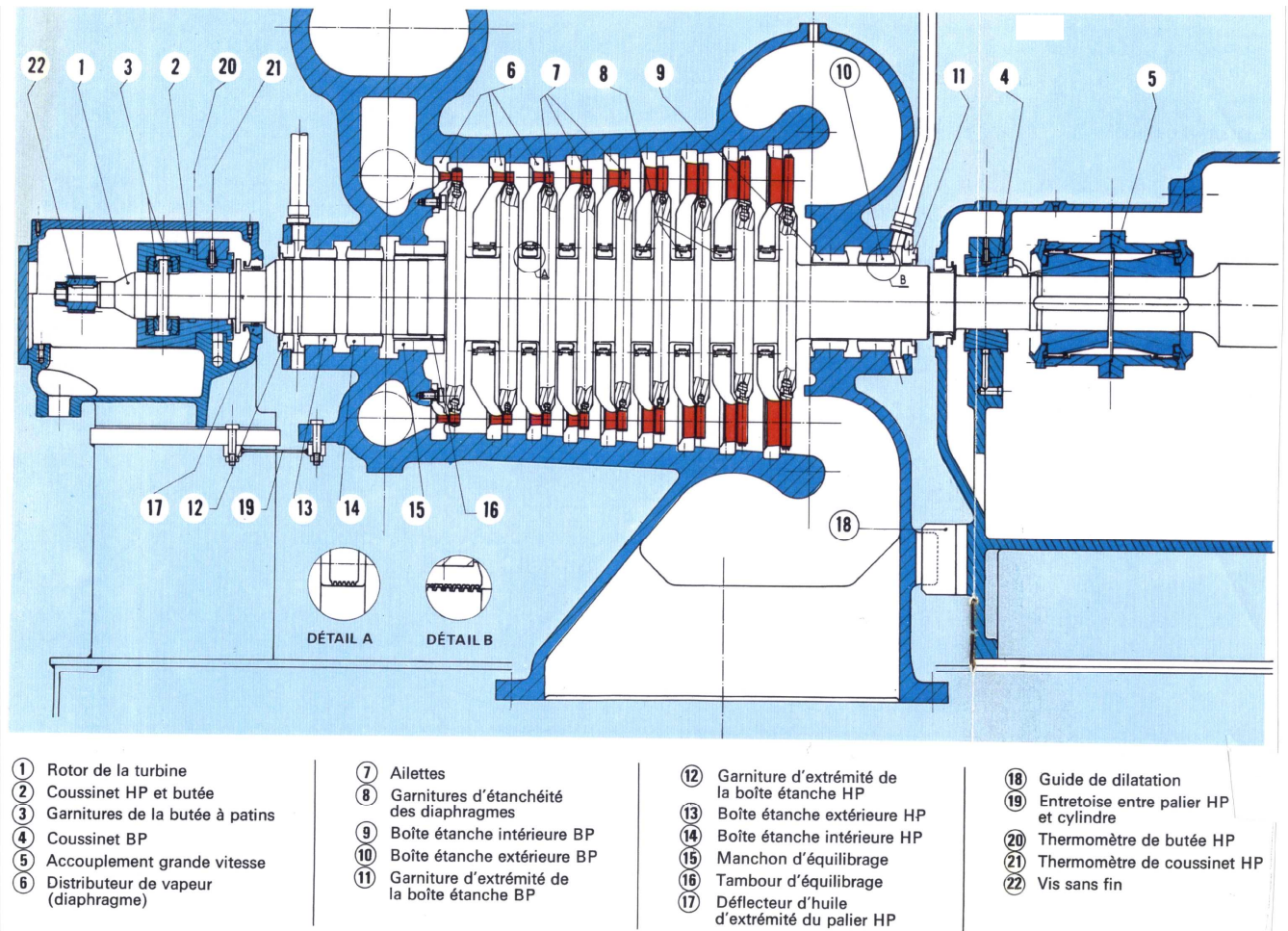


Figure 3-10 : Turbine à contrepression de 15 MW

4 – COMPRESSEURS

Les compresseurs se présentent sous des formes très variées en fonction de leurs conditions d'utilisation et de leurs caractéristiques de pression et de débit.

Deux grandes classes de machines peuvent être retenues : les compresseurs rotodynamiques ou turbocompresseurs axiaux et centrifuges et les compresseurs volumétriques.

4.1 Turbocompresseurs

Les turbocompresseurs voient un certain nombre d'application dans l'industrie mais leur application principale est constituée par l'aéronautique où ils assument la compression d'air de la majorité des turbines à gaz (**Figures 5-13 et 5-14**).

- Les compresseurs axiaux (**Figure 4-1**) se distinguent par leur faible rapport de compression par étage et leur débit volume très élevé. Un grand nombre de ces machines est le siège d'écoulements supersoniques.
- Les compresseurs centrifuges d'allure très caractéristique (**Figure 4-2**) ont un taux de compression plus élevé.

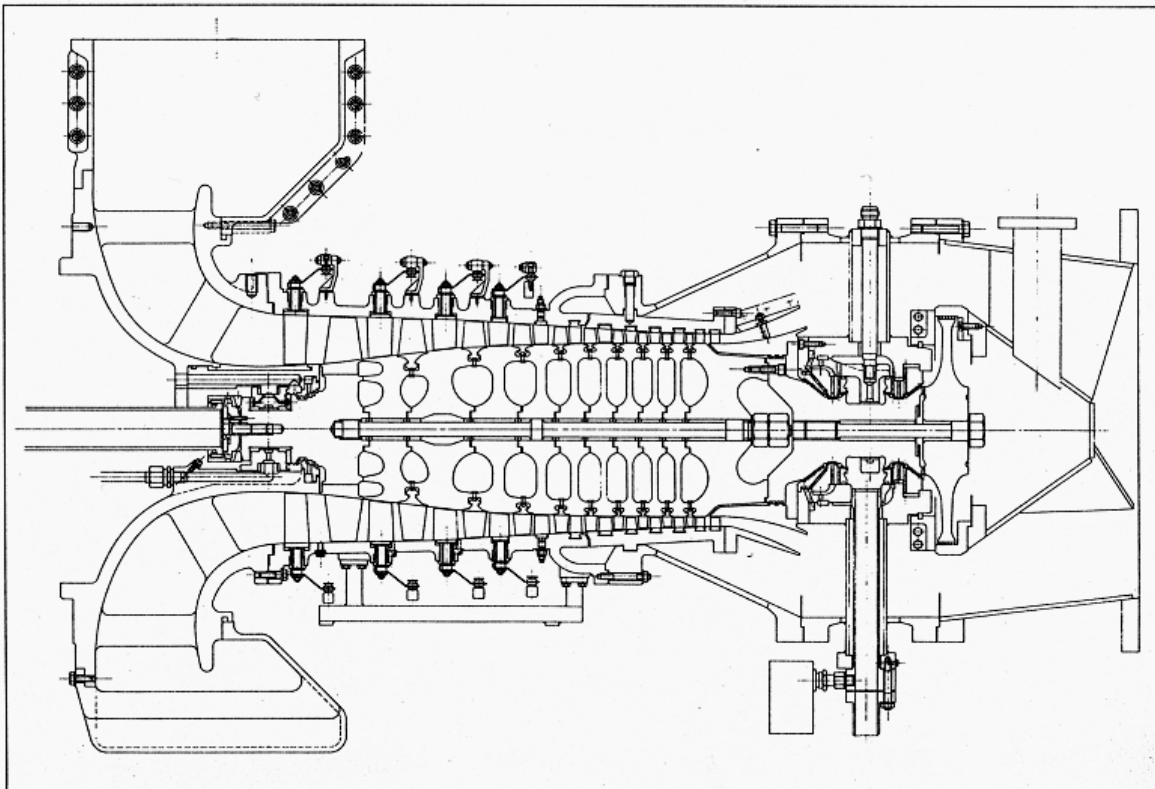


Figure 4-1A : Compresseur axial 5 [ALSTOM]

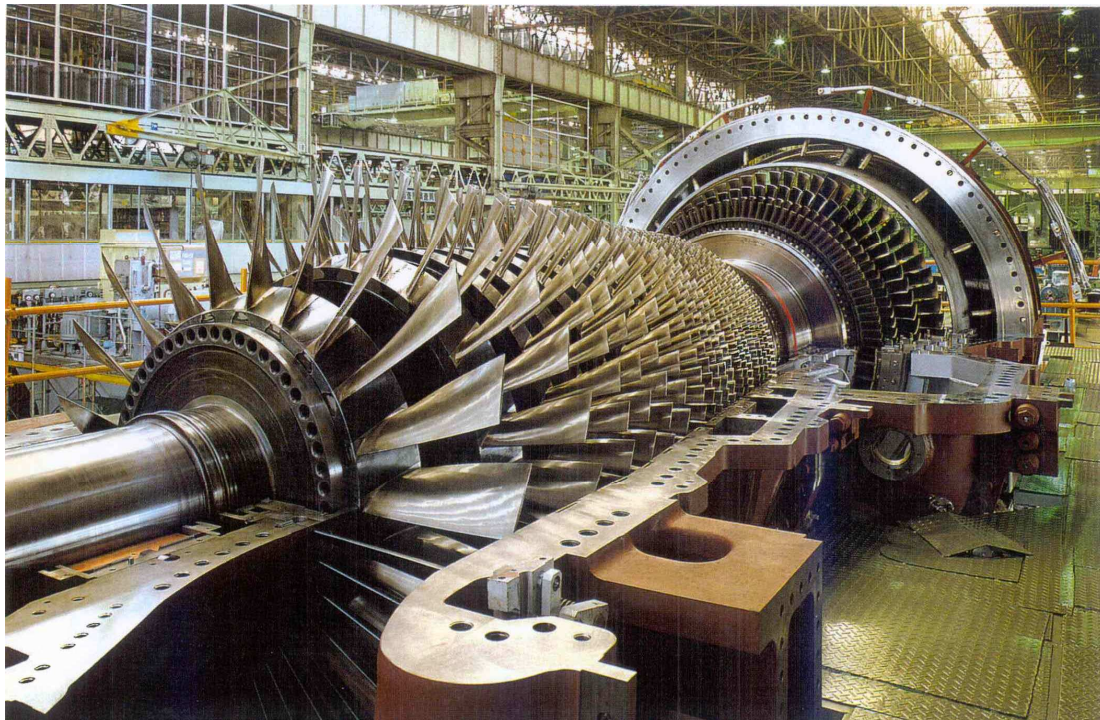


Figure 4-2B : Compresseur axial [MITSUBISHI]

L'empilement des étages s'effectue suivant deux principes essentiels : la construction à tambour et la construction à disque (**Figure 4-3**).

L'envergure des ailettes varie le long de l'écoulement pour compenser les variations de la masse volumique du fluide et pour conserver à la vitesse débitante axiale une valeur constante.

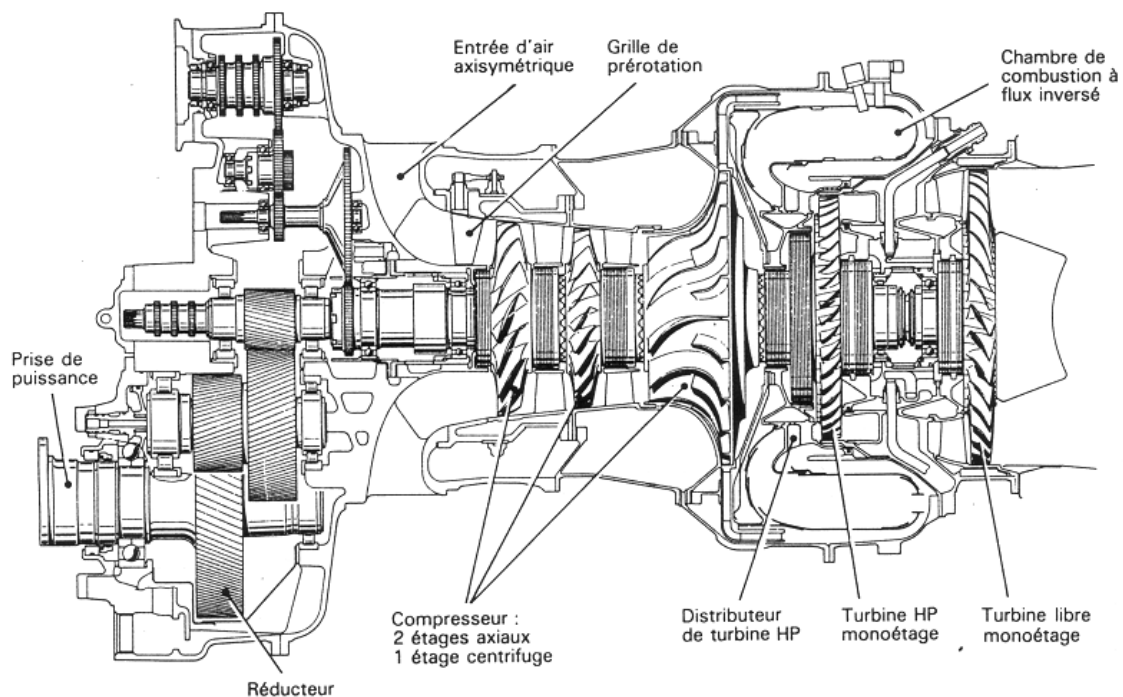


Figure 4-3 : Compresseurs axiaux et centrifuge d'un turbomoteur [11]

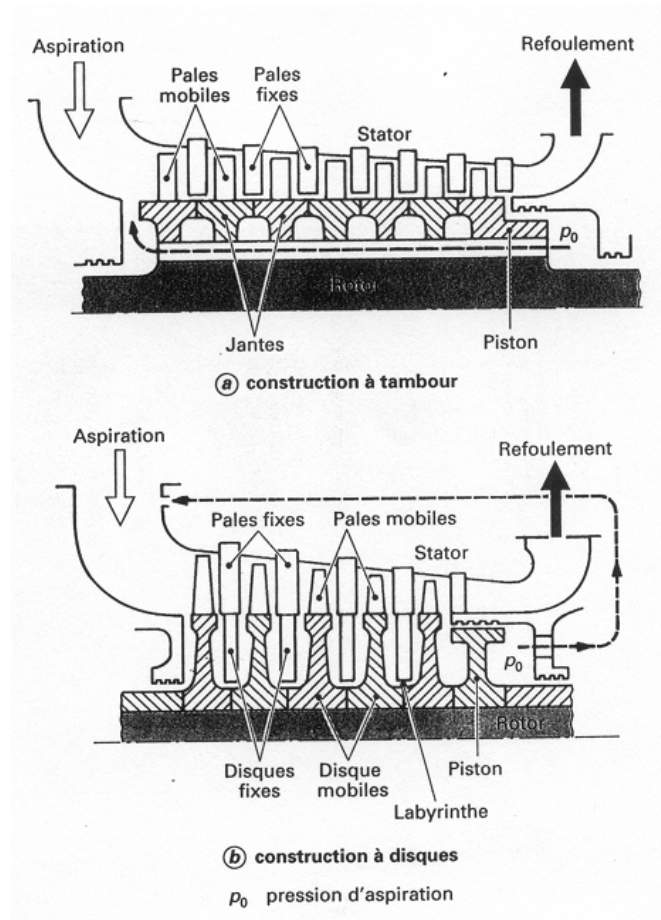


Figure 4-4 : Construction à disques ou à tambour[10]

Les ailettes rotoriques sont rapportées sur le disque ou le tambour par divers systèmes d'attache (**Figure 4-4**) dont certains très complexes en forme de sapin (**Figure 4-5**). Les disques statoriques sont souvent en deux parties avec plan de joint horizontal (**Figures de l'annexe 5-3**).

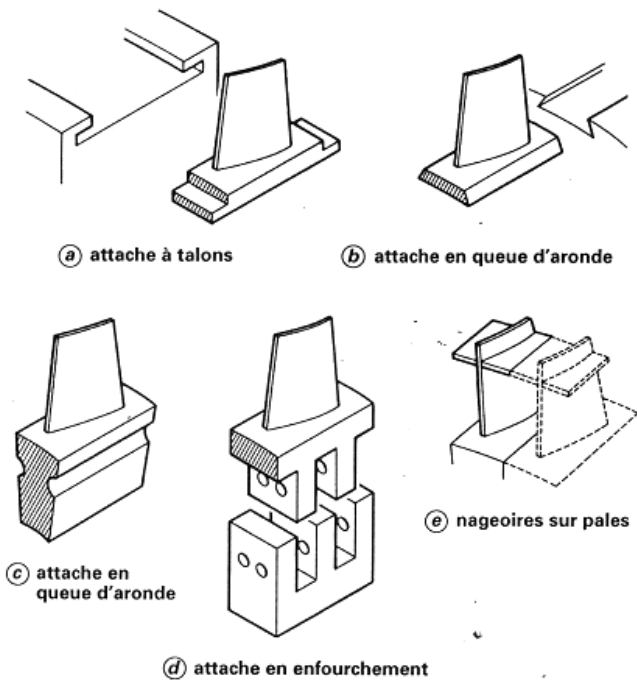


Figure 4-5 : Différents systèmes de fixation [10]

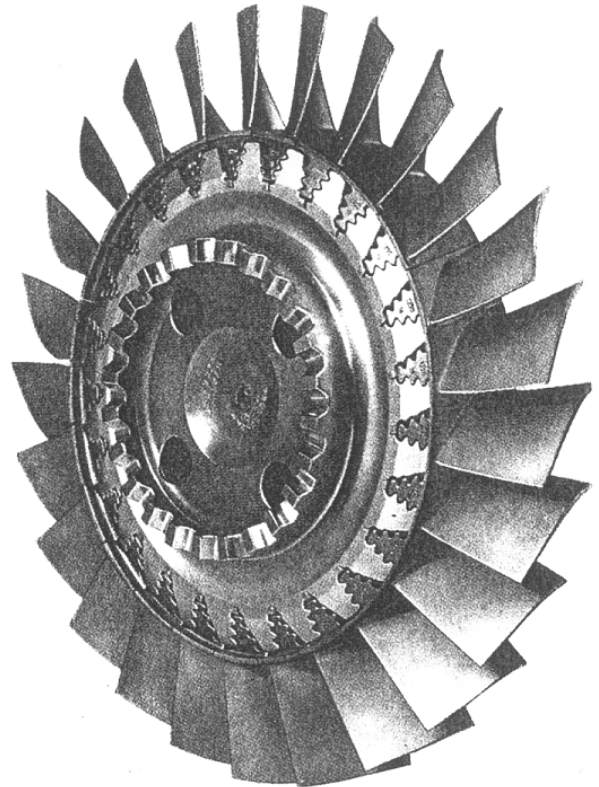


Figure 4-6 : Fixation des pales d'un compresseur axial [11]

Les dispositifs d'étanchéité interne et externe conditionnent directement le rendement volumétrique. L'équilibrage de la poussée axiale s'effectue par un piston d'équilibrage sur lequel agissent de part et d'autre les pressions de refoulement et d'aspiration (Figures 4-1 et 4-6).

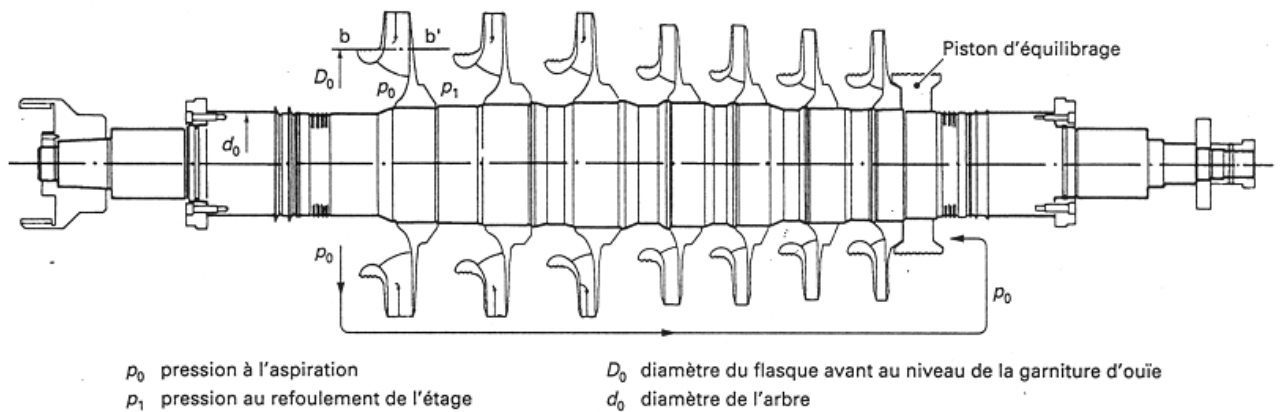


Figure 4-7 : Dispositif d'équilibrage de la poussée axiale [10]

Pour les compresseurs terrestres, divers dispositifs mécaniques permettent de modifier l'orientation des aubages statoriques (Figure 4-7) en vue de maintenir un bon rendement pour divers débits d'utilisation.

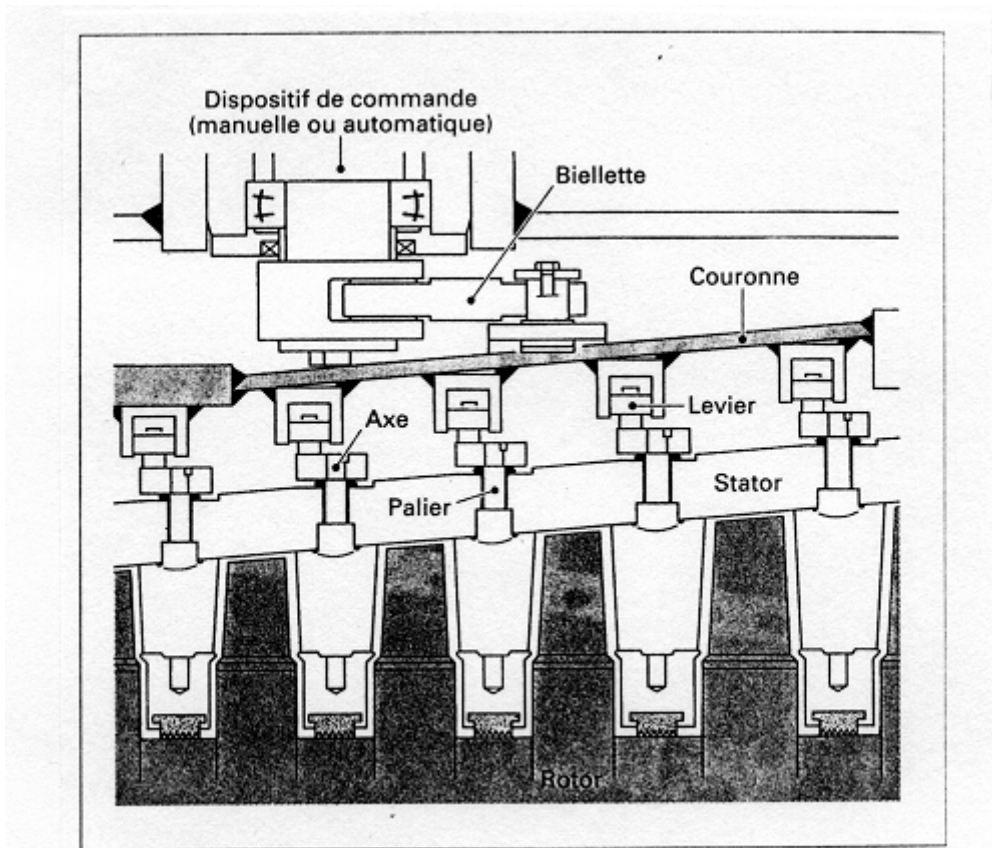


Figure 4-8 : Dispositif d'orientation des aubages statoriques [10]

4.2 Compresseurs volumétriques

Les compresseurs volumétriques ont pour principe général la variation de volume d'une cavité entre l'entrée et la sortie de la machine. Ils sont classés en deux grands types : les compresseurs alternatifs et les compresseurs rotatifs (**Figure 4-8**). Ils se caractérisent par un rapport de compression pouvant atteindre des valeurs très élevées mais sont limités en débit.

La compression fractionnée en plusieurs étages favorise l'insertion de dispositifs de refroidissement du gaz permettant de réduire le travail moteur (**Figure 4-9**).

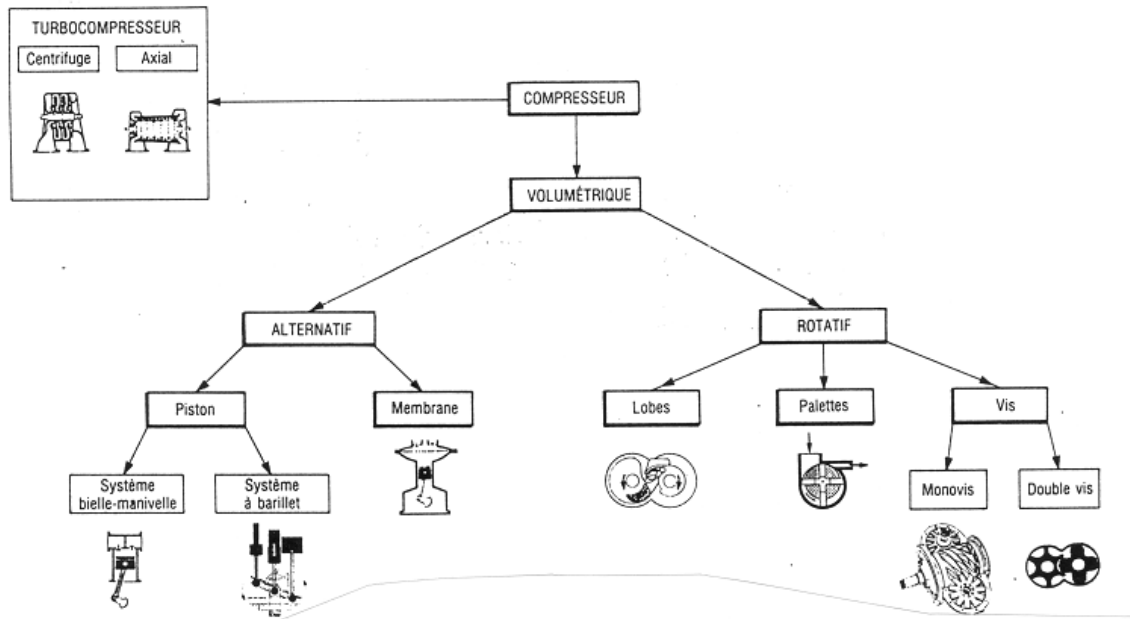


Figure 4-9 : Classification des compresseurs [10]

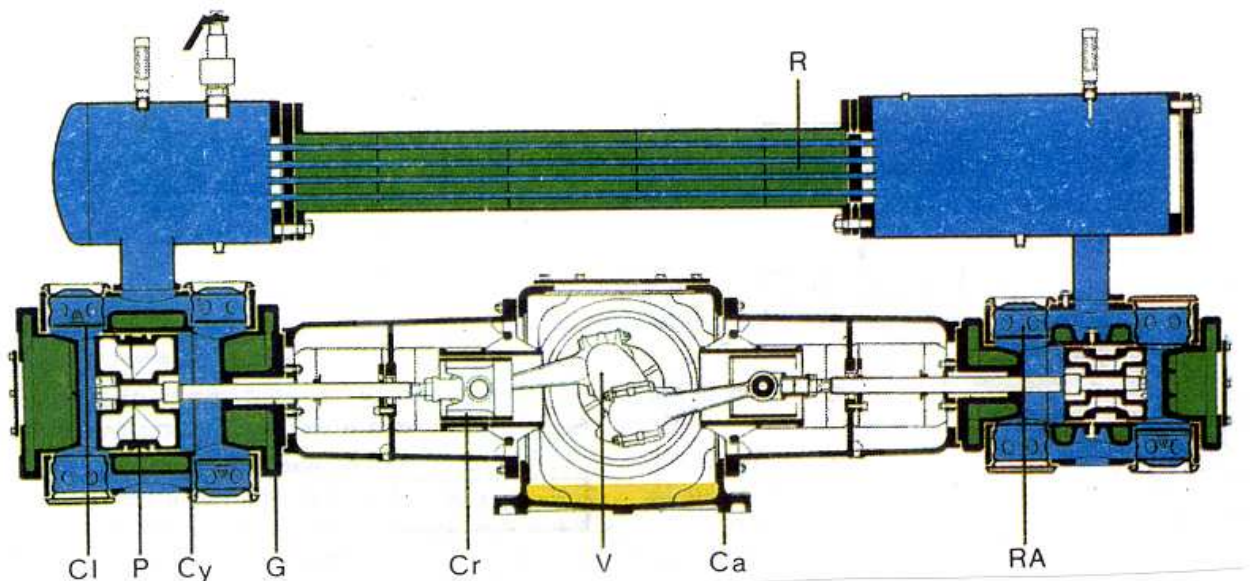


Figure 4-10 : Compresseur industriel à deux étages et double effet avec réfrigération intermédiaire [10]

L'aspect mécanique est très soigné en particulier le guidage axial, les différents dispositifs d'étanchéité (**Figure 4-10**). De nombreuses configurations de compression sont envisageables grâce à la forme et au mode de travail des pistons (**Figure 4-12**).

Dans ces machines, les clapets d'aspiration et de refoulement jouent un rôle très important : le volume mort ne doit pas augmenter. Les courses des clapets doivent être très faibles pour réduire les temps d'ouverture et de fermeture mais les pertes de charge doivent être réduites (**Figure 4-11**). Comme pour les moteurs thermiques on peut disposer plusieurs clapets par cylindres.

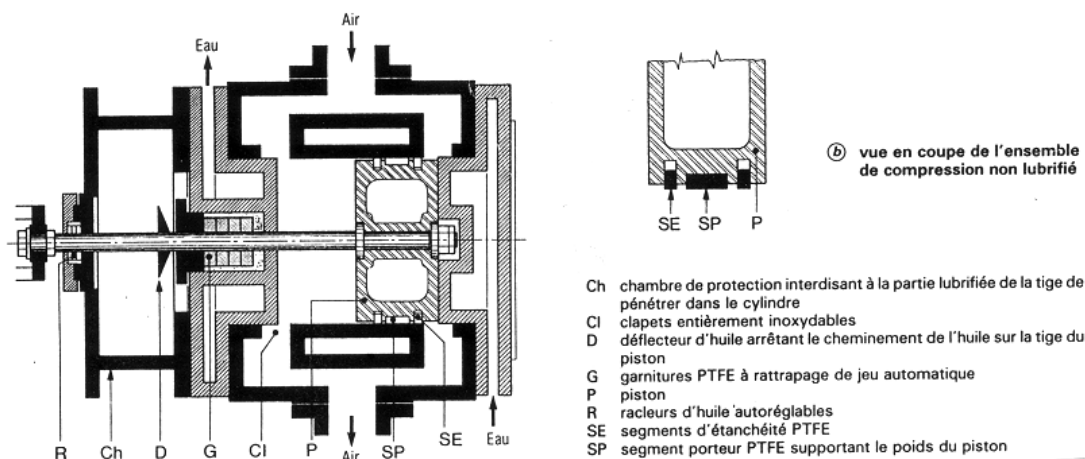


Figure 4-11 : Etanchéité du piston alternatif – Segments et garnitures [10]

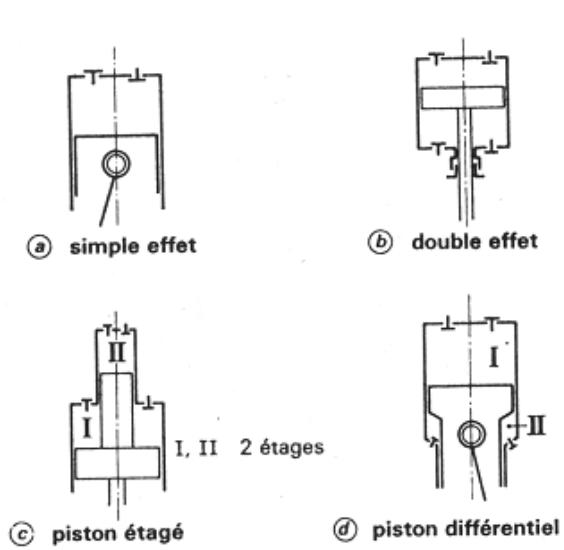


Figure 4-12 : Différents modes de travail du piston [10]

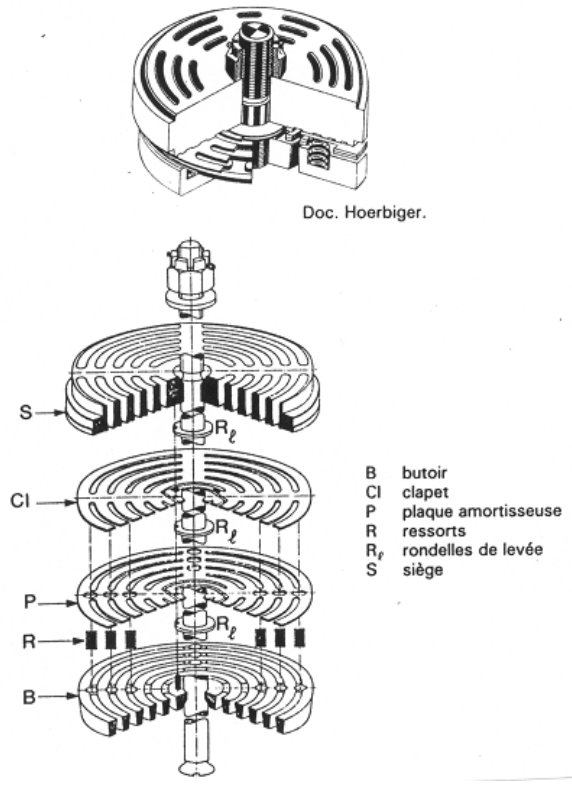


Figure 4-13 : Clapet de compresseur alternatif [HOERBINGER]

Comme pour les compresseurs alternatifs, les principes utilisés pour les compresseurs rotatifs sont innombrables (Figures 4-13 et 4-14).

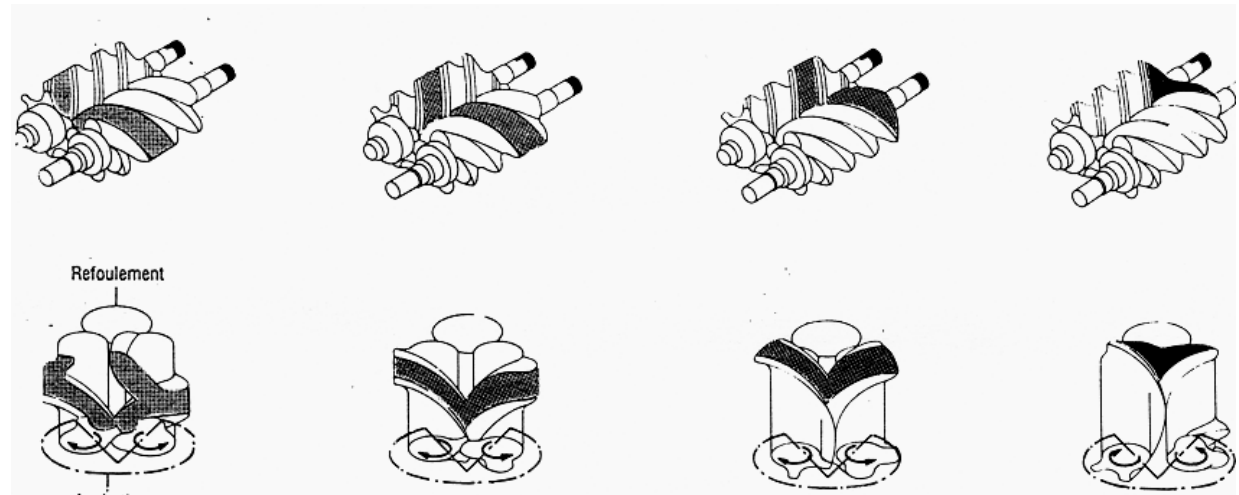




Figure 4-14 : Compresseurs à vis [10]

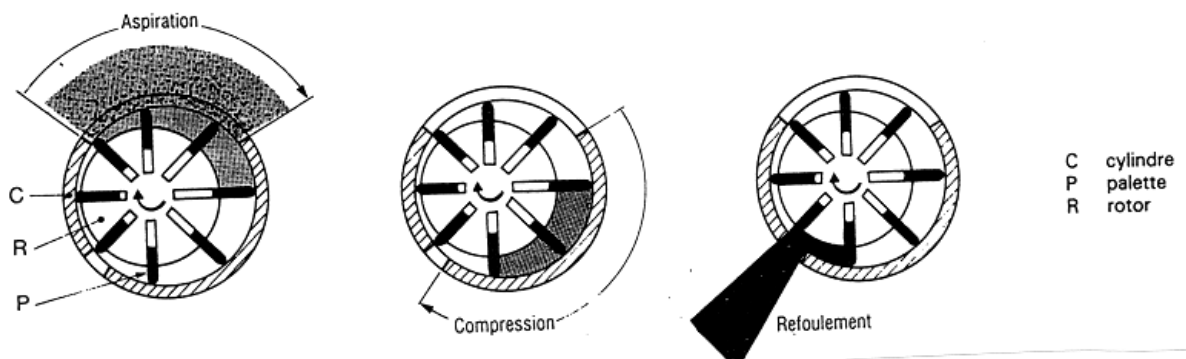


Figure 4-15 : Compresseur à palettes [10]

Références des constructeurs.

- [1] - Pompes ENSIVAL-MORET- 02100 - SAINT QUENTIN.
- [2] - Pompes SIHI - 78130 - TRAPPES
- [3] - Pompes FAPMO - 62230 - OUTREAU
- [4] - Pompes CAPRARI - 78310 - MAUREPAS
- [5] - Pompes KSB GUINARD - 92400 - COURBEVOIE
- [6] - Pompes GOURDIN – (voir ALSTOM)
- [7] - Pompes SULZER - ZURICH - SUISSE
- [8] - Les turbines - A. HOUBERECHTS - 1972 - Ed. VANDER
- [9] - Turbines à vapeur à contre pression - FIVES - CAIL – BABCOCK - LILLE
- [10] - Les Techniques de l'Ingénieur – Tome B4 – Machines hydrauliques et thermiques
- [11] - Turboméca - BORDES

5 – ANNEXE : EXEMPLES DE REALISATIONS INDUSTRIELLES

5.1 - Pompes rotodynamiques

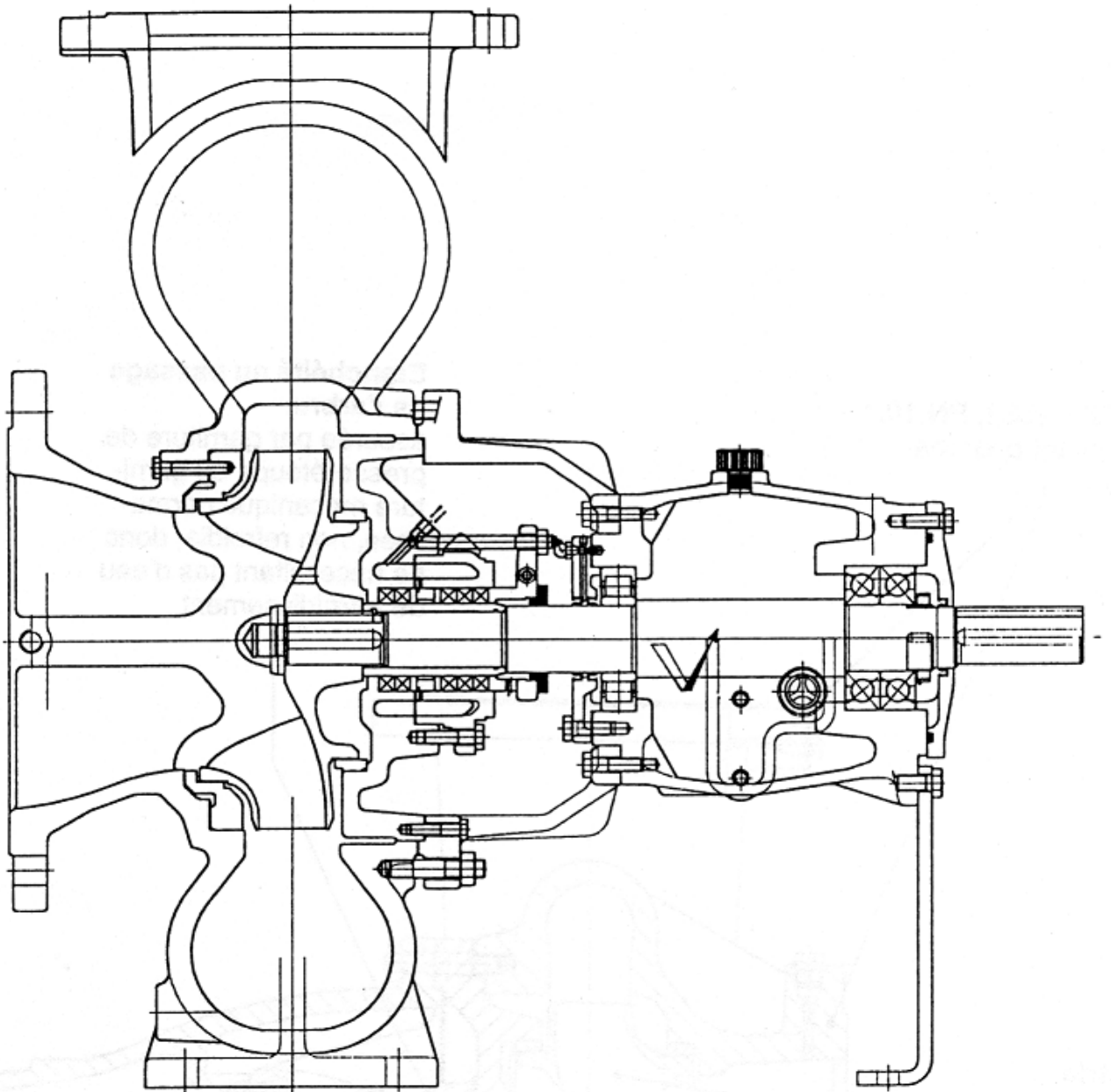


Figure 5-1 : Pompe A de grande vitesse spécifique [1]

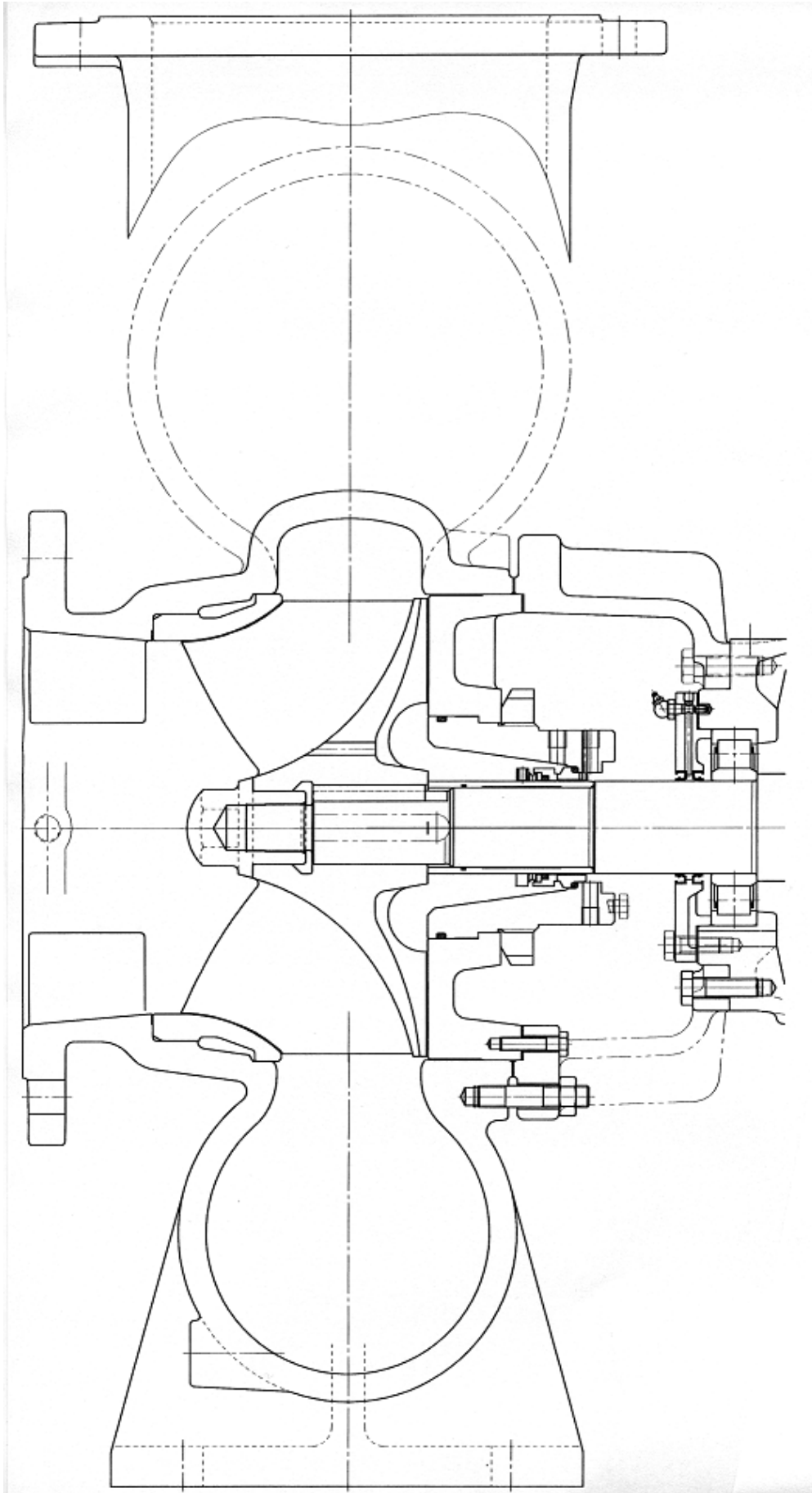


Figure 5-2 : Pompe B de grande vitesse spécifique [1]

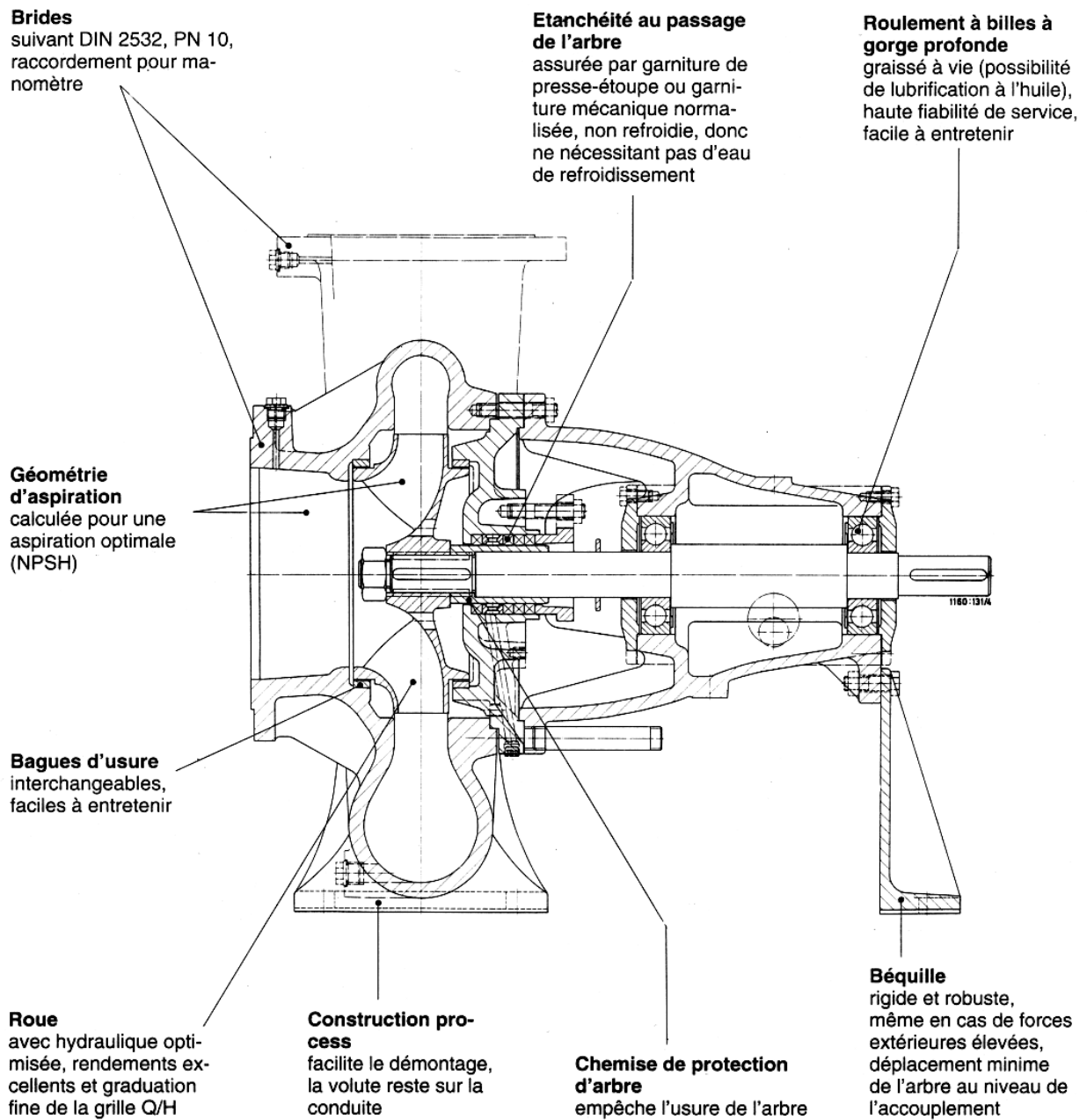


Figure 5-3 : Pompe centrifuge provenant d'un autre constructeur [5]

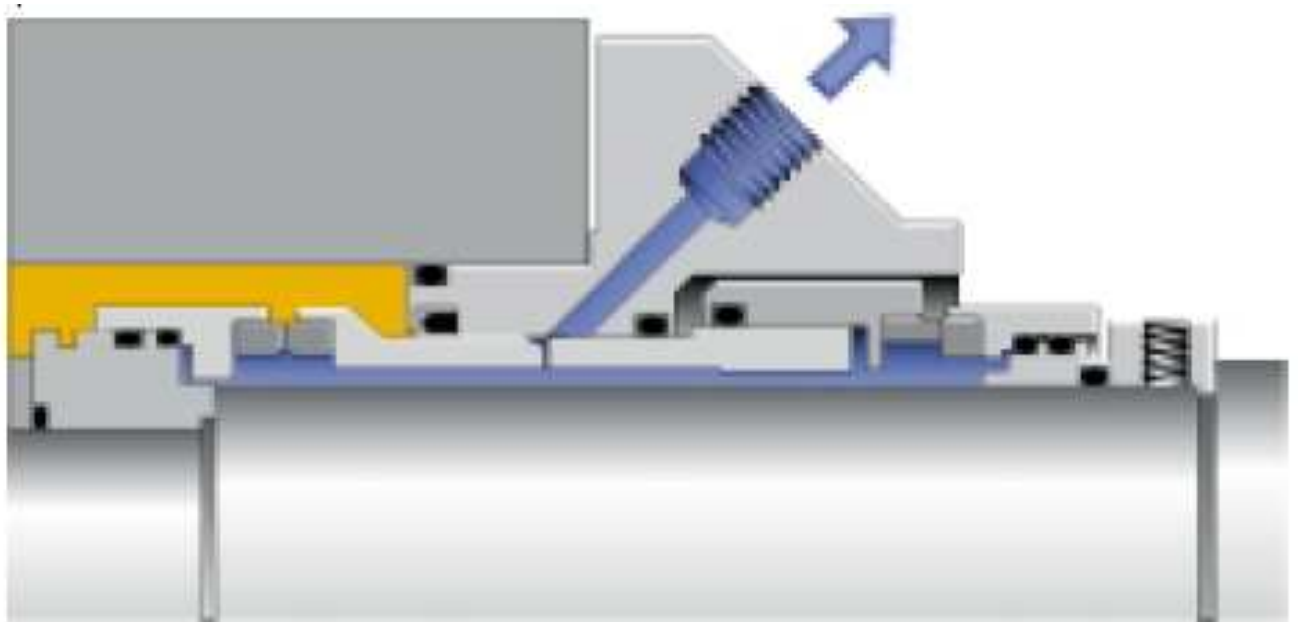
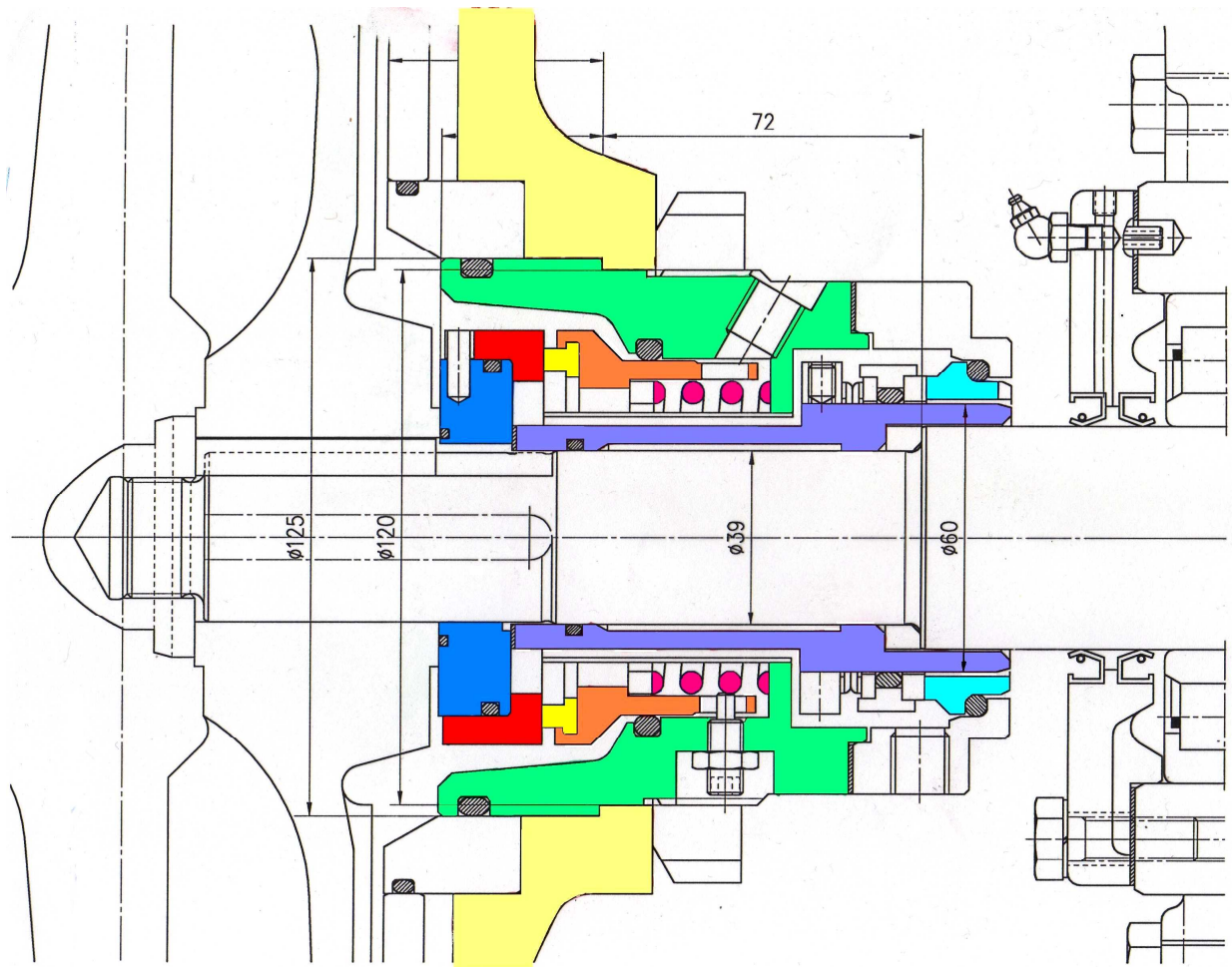


Figure 5-4 : Dispositif d'étanchéité par double garniture mécanique avec circulation d'un liquide de barrage [1]

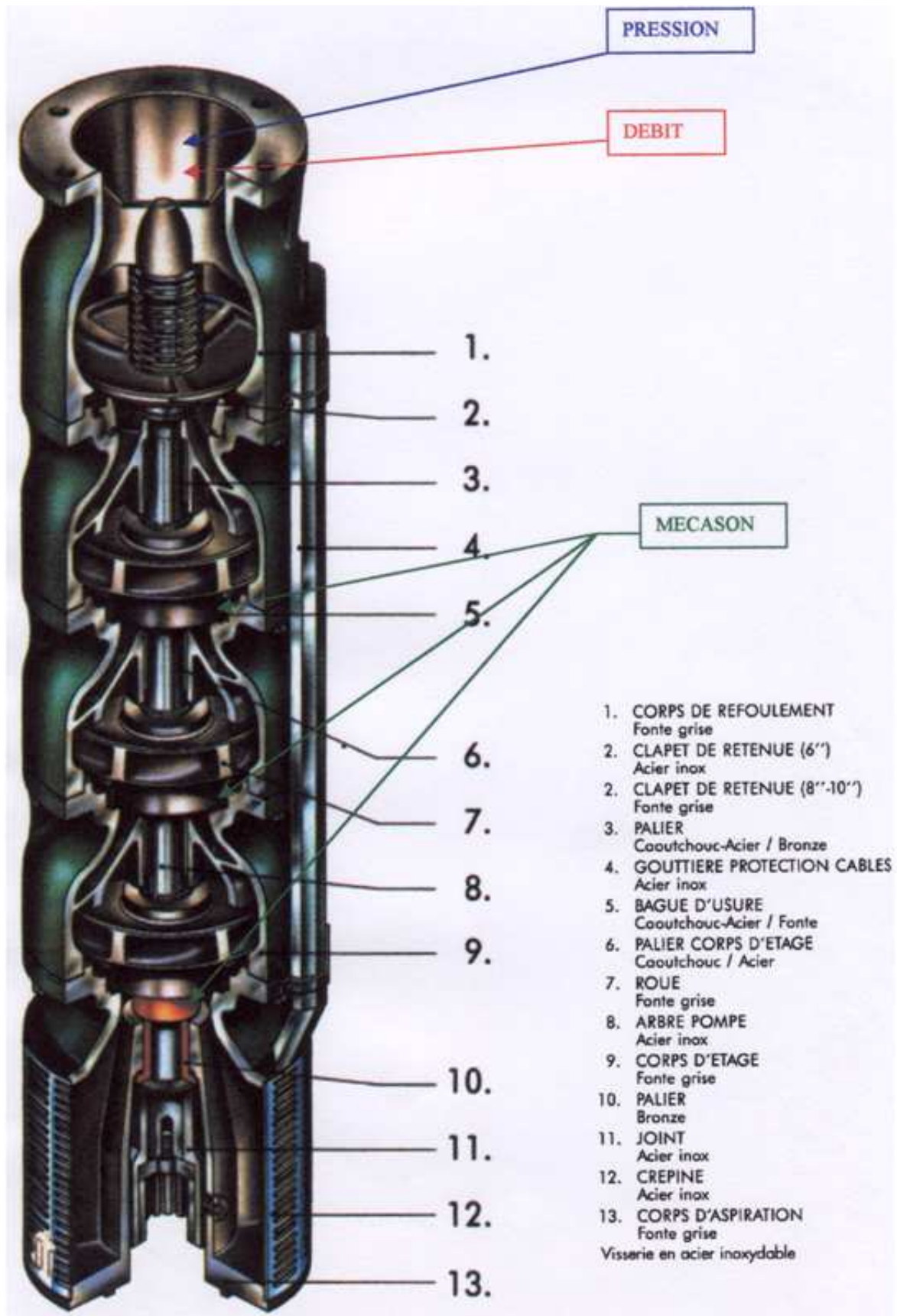


Figure 5-5 : Electropompe de forage – Architecture de la partie hydraulique [4]

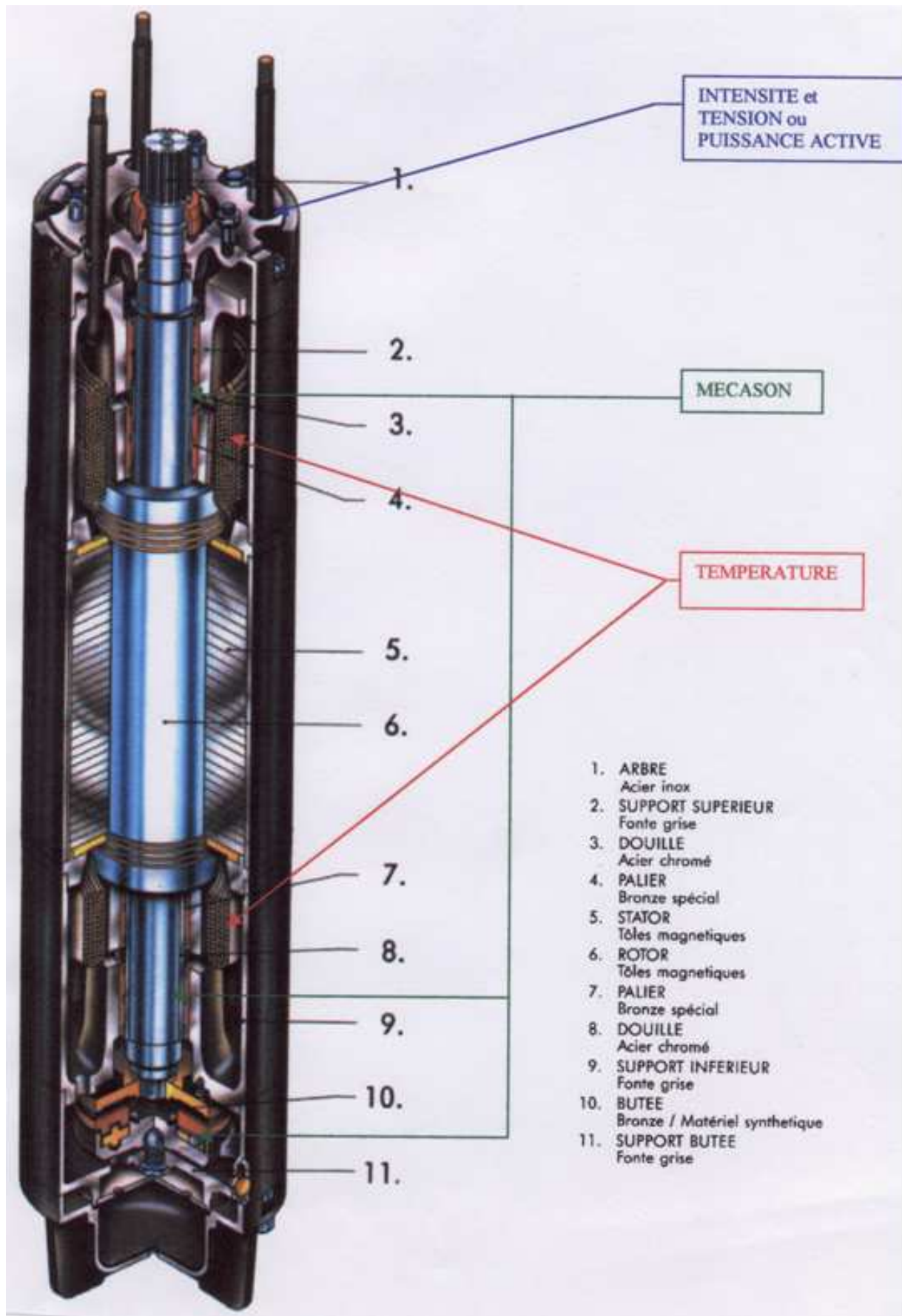


Figure 5-6 : Electropompe de forage – Architecture du moteur immergé [4]

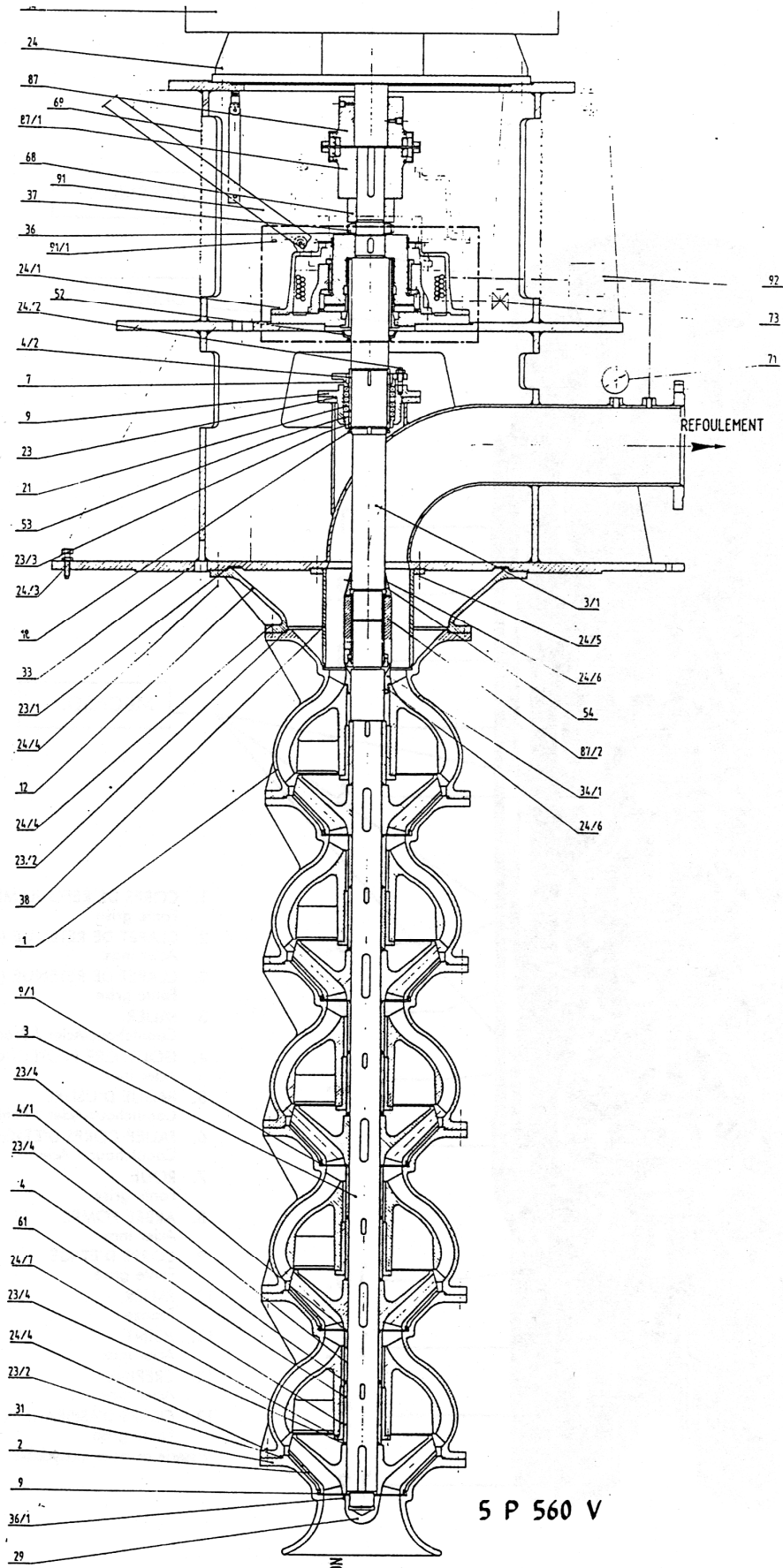


Figure 5-7 : Pompe verticale multiétagée [5]

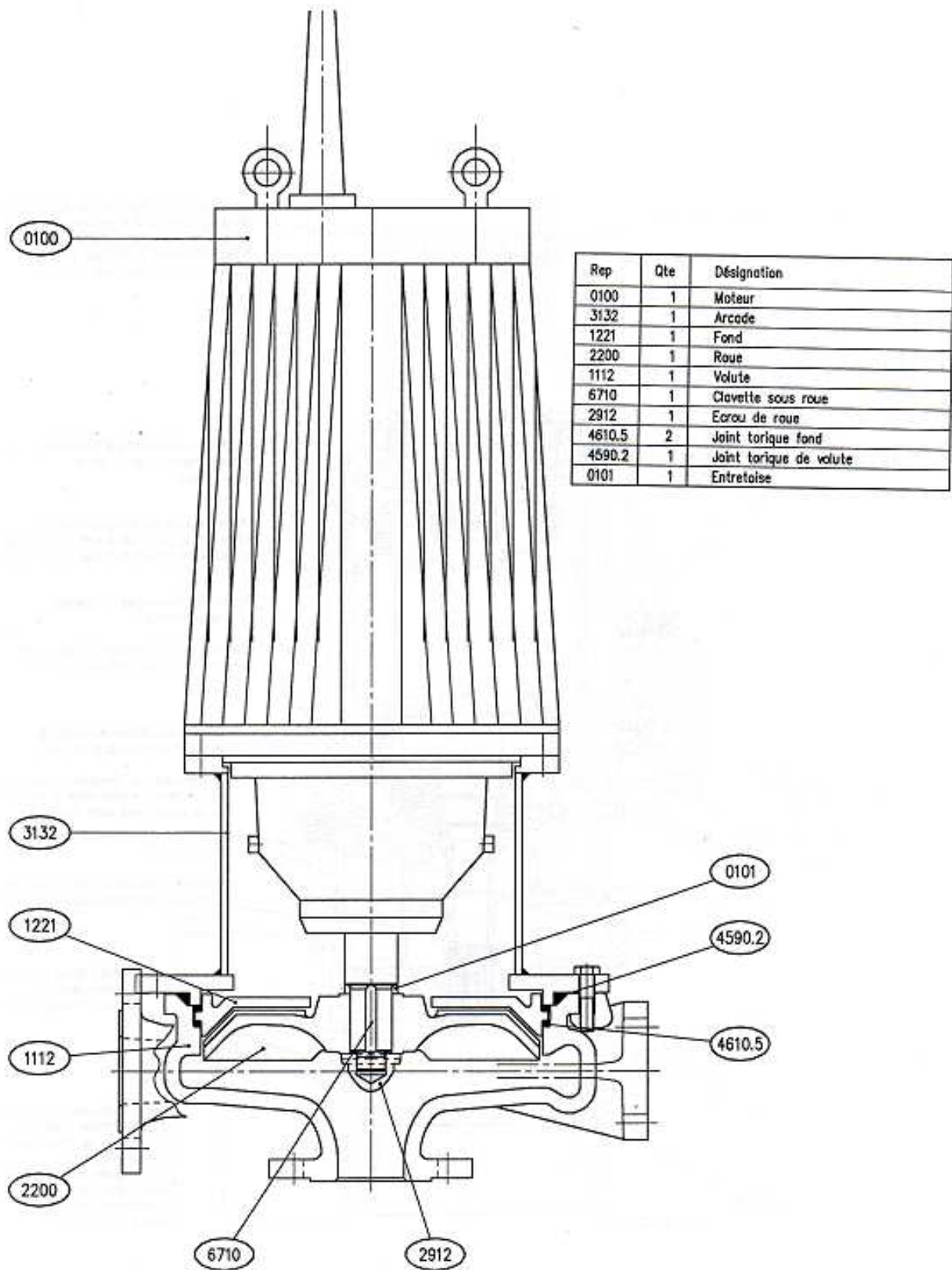
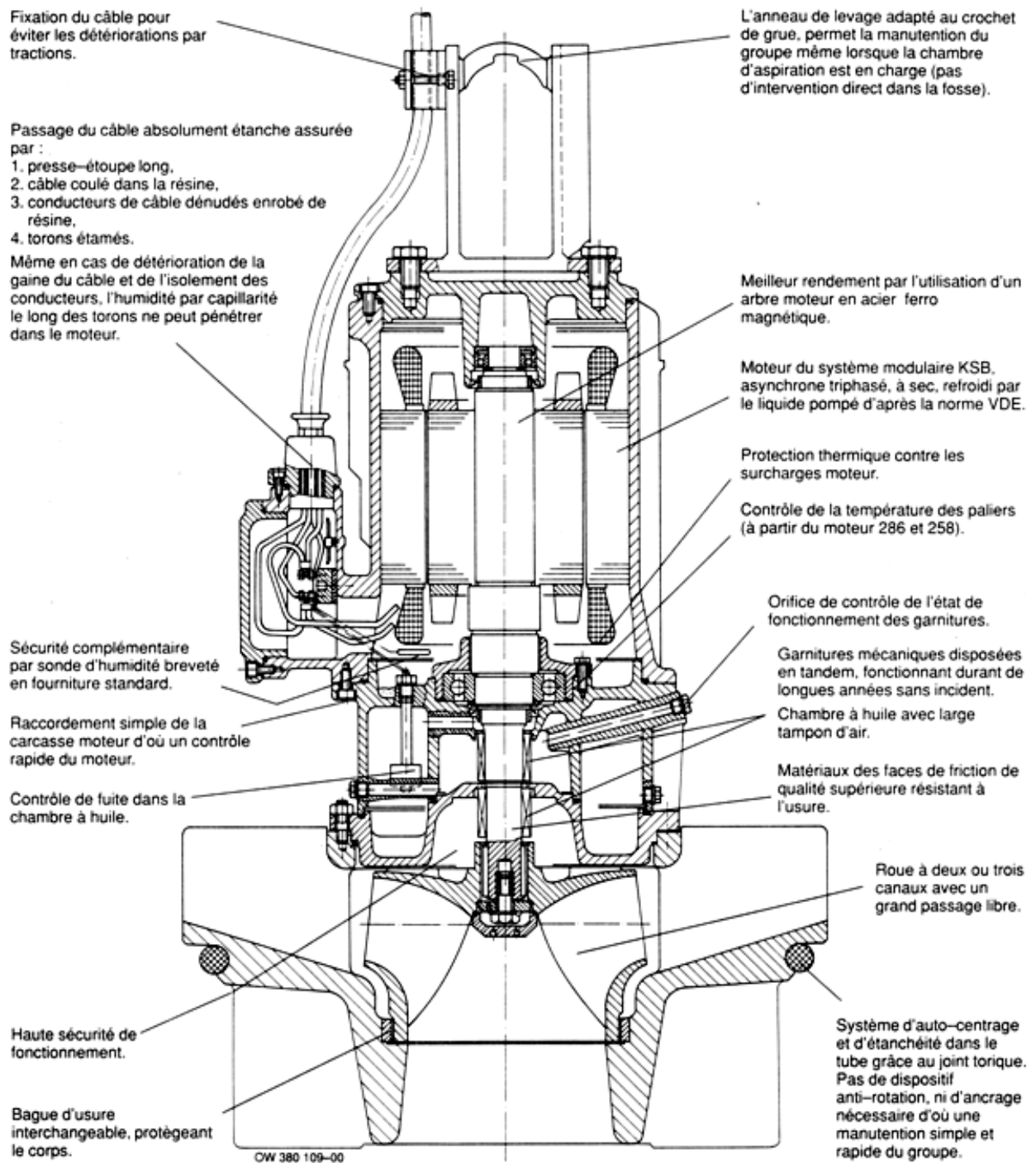


Figure 5-8 : Pompe submersible à roue vortex [1]



Représentation Amacan K 1000-420

Figure 5-9 : Pompe submersible – Détail du moteur [5]

5.2 - Turbines à gaz et à vapeur



Figure 5-10 : Turbofan-Engine [SNECMA]



Figure 5-11 : Turbine en cours de montage

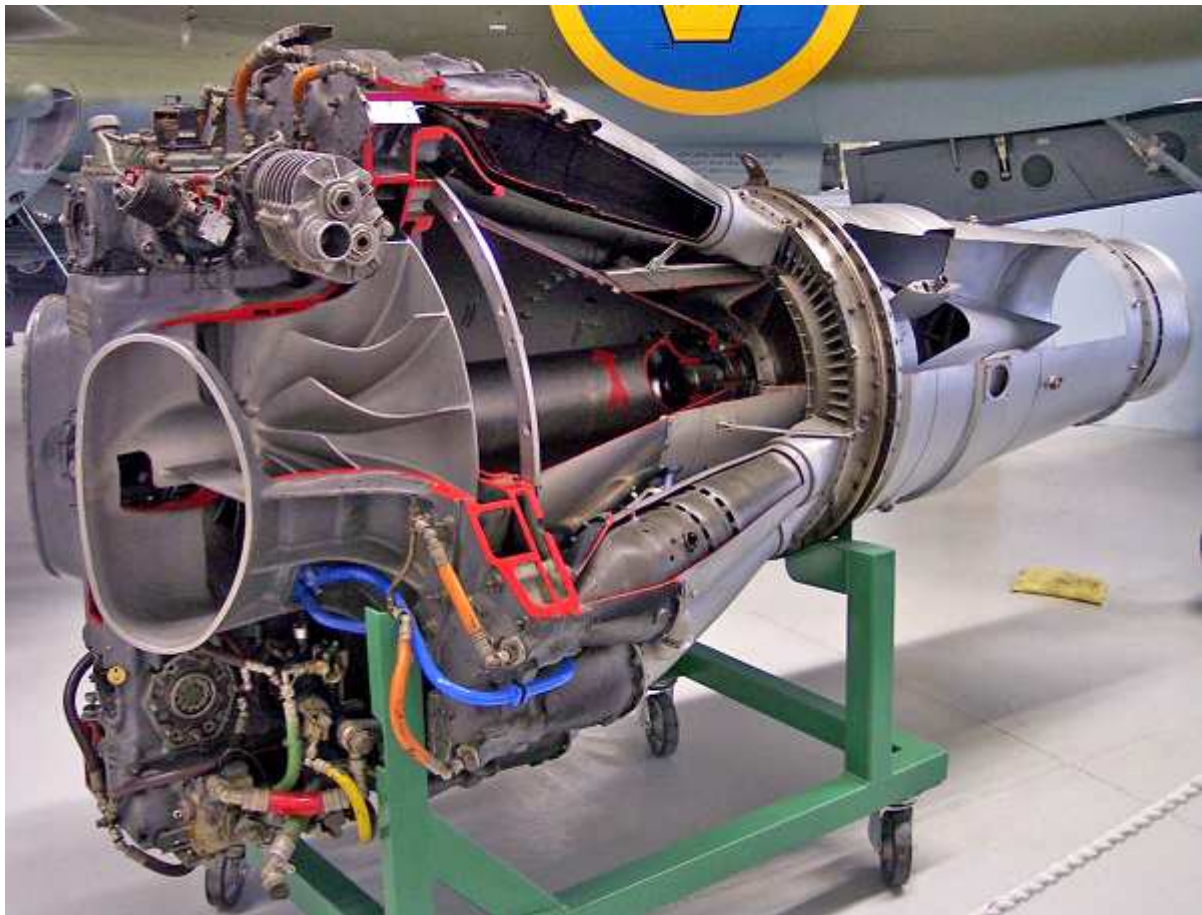


Figure 5-12 : Vue en coupe du moteur Rolls Royce Goblin II

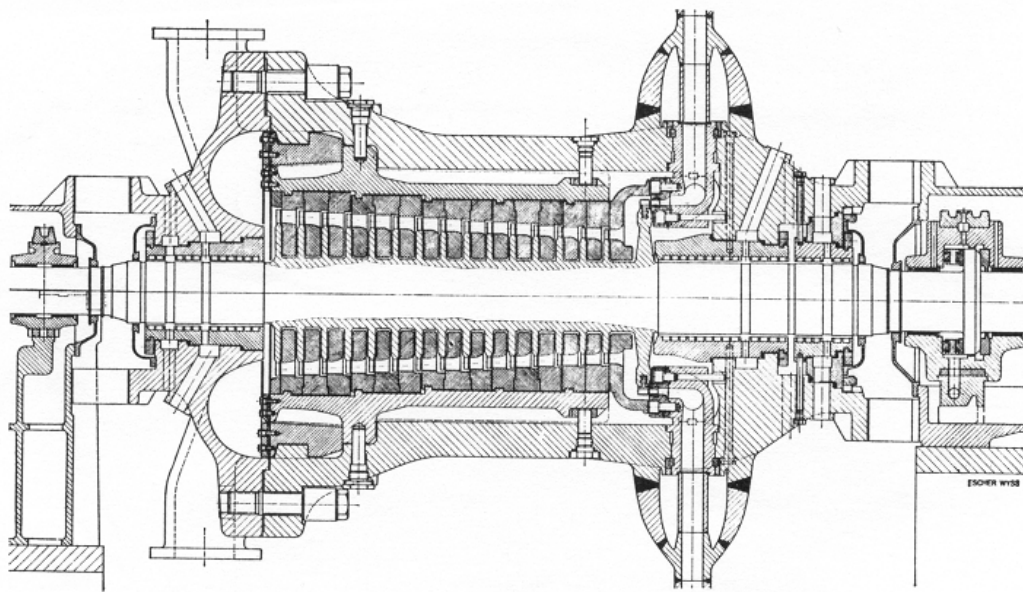


Figure 5-13 : Turbine à vapeur de 250 MW – 250 bars – 540°C. [9]

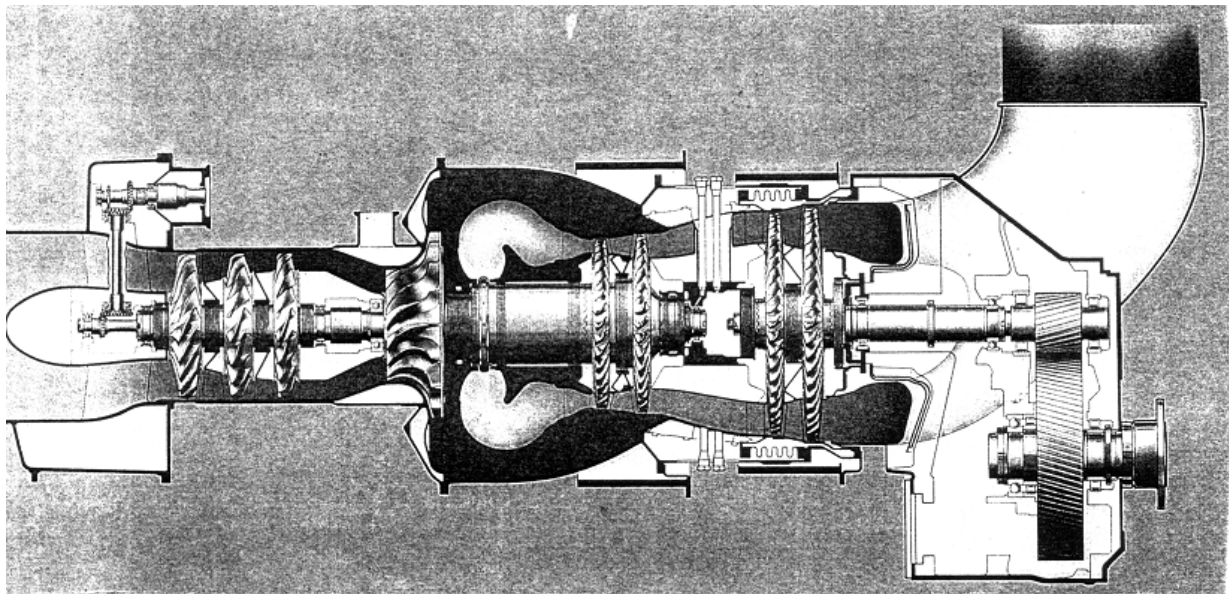


Figure 5-14 : Turbomoteur utilisé dans le cadre de la cogénération. [11]

5.3 - Compresseurs



Figure 5.13 : Compresseurs en cours de montage [7]

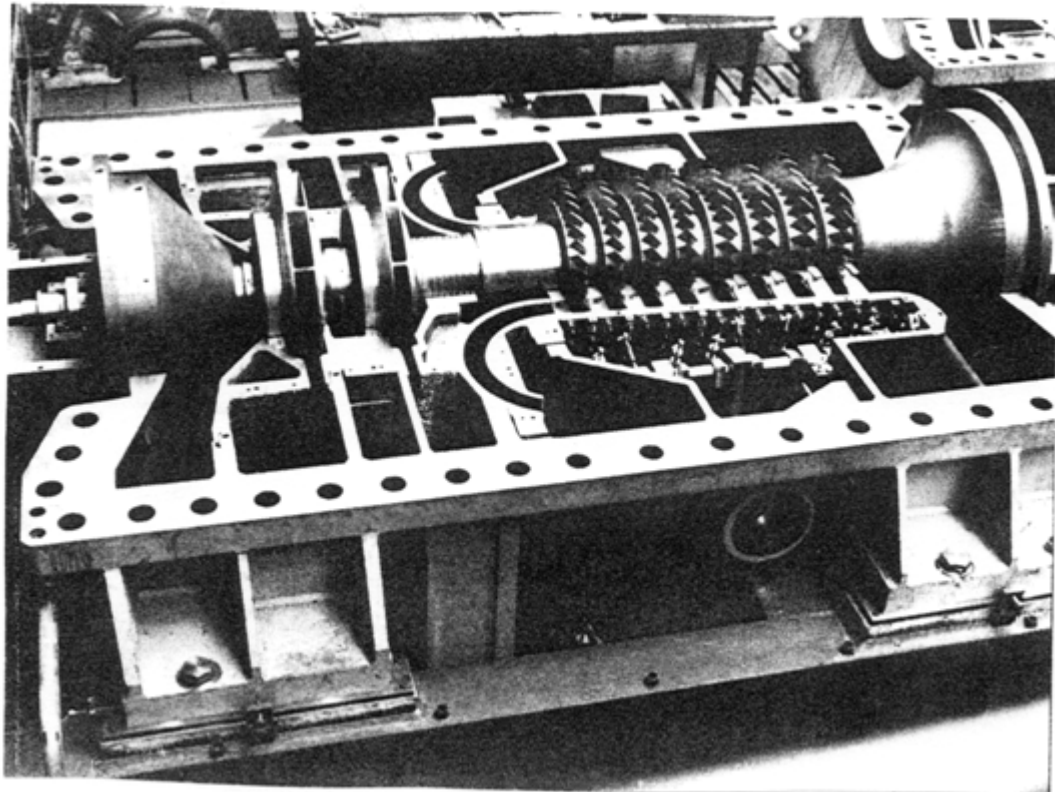
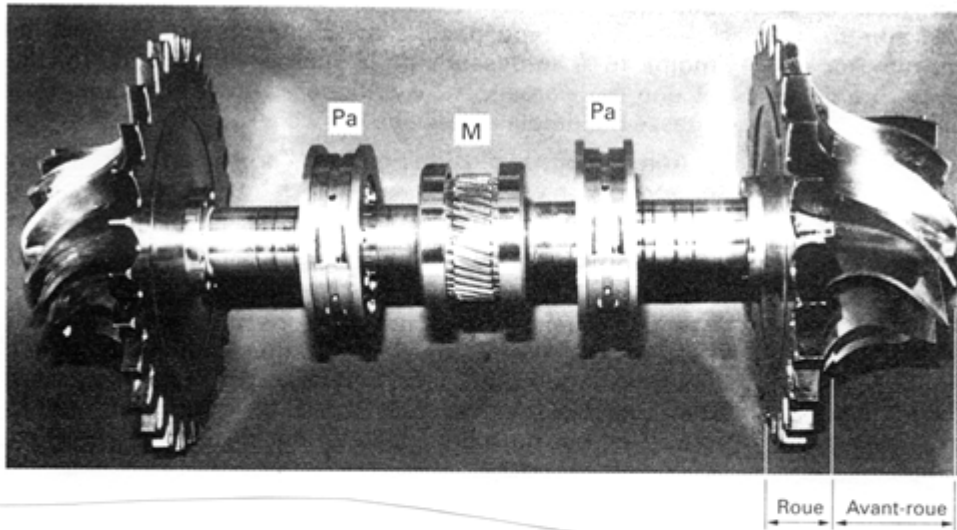


Figure 5.14 : Compresseurs centrifuge et axial [ALSTOM]

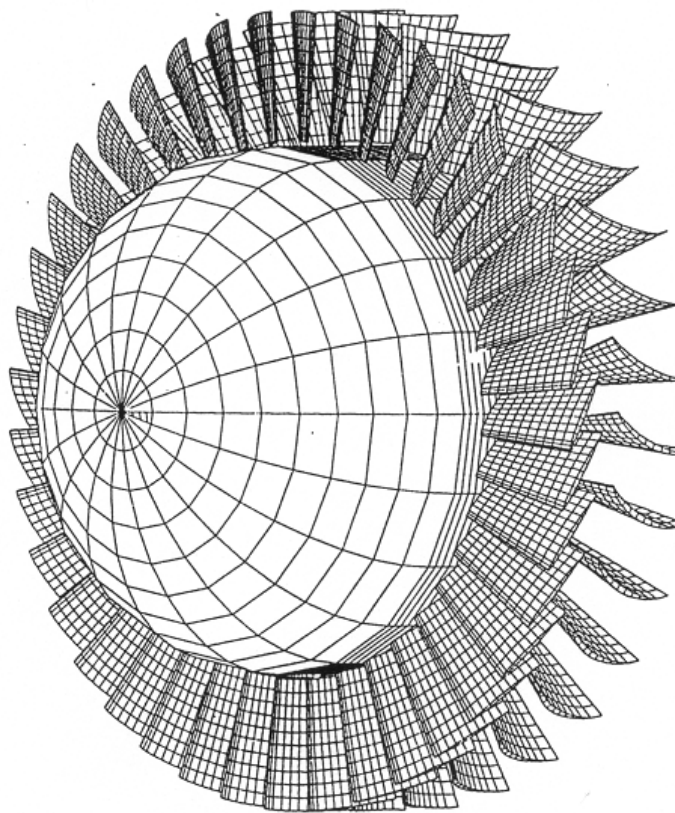
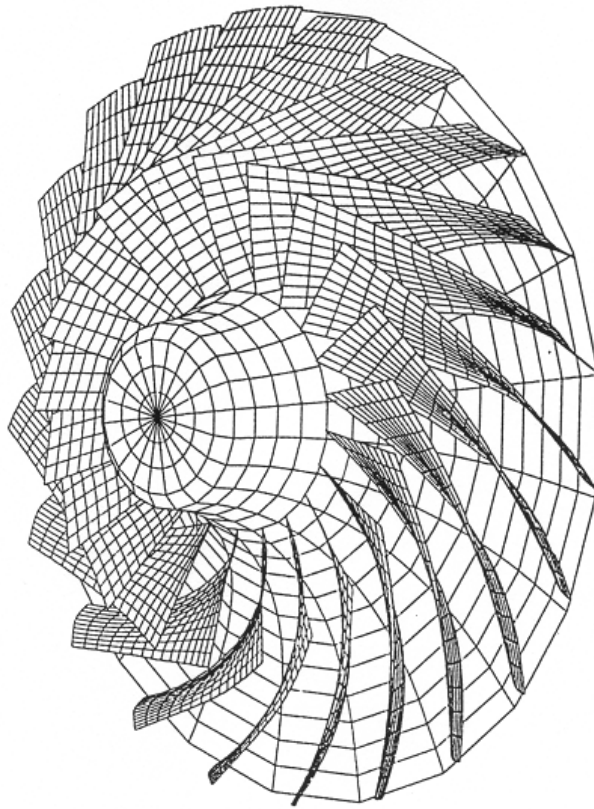


Figure 5.15 : Compresseurs centrifuge et axial – Dessin 3D

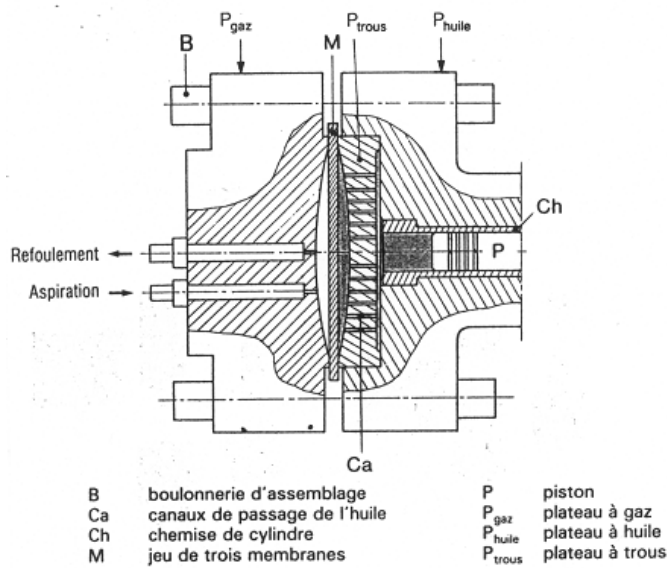
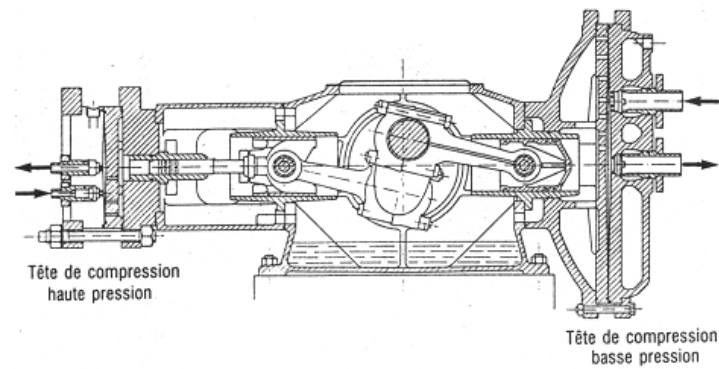
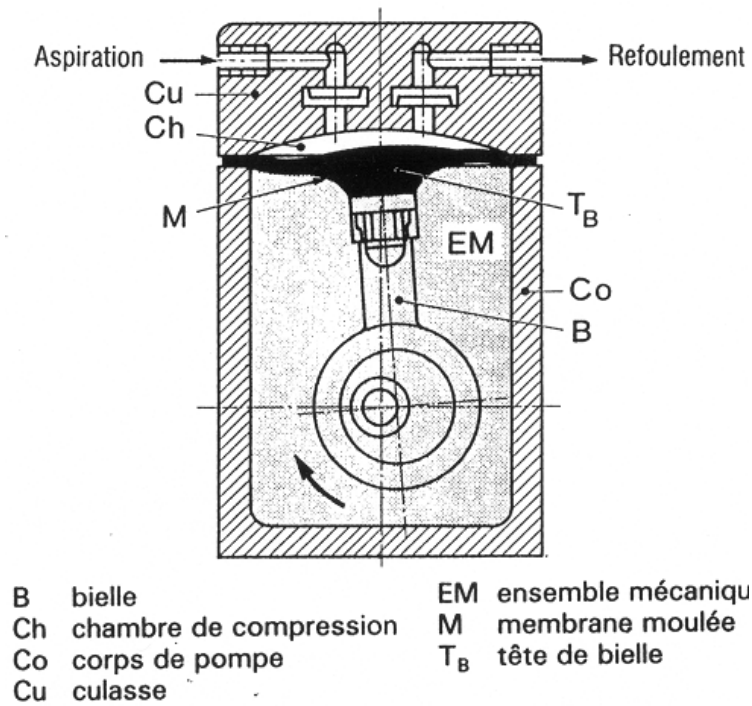


schéma d'une tête de compression

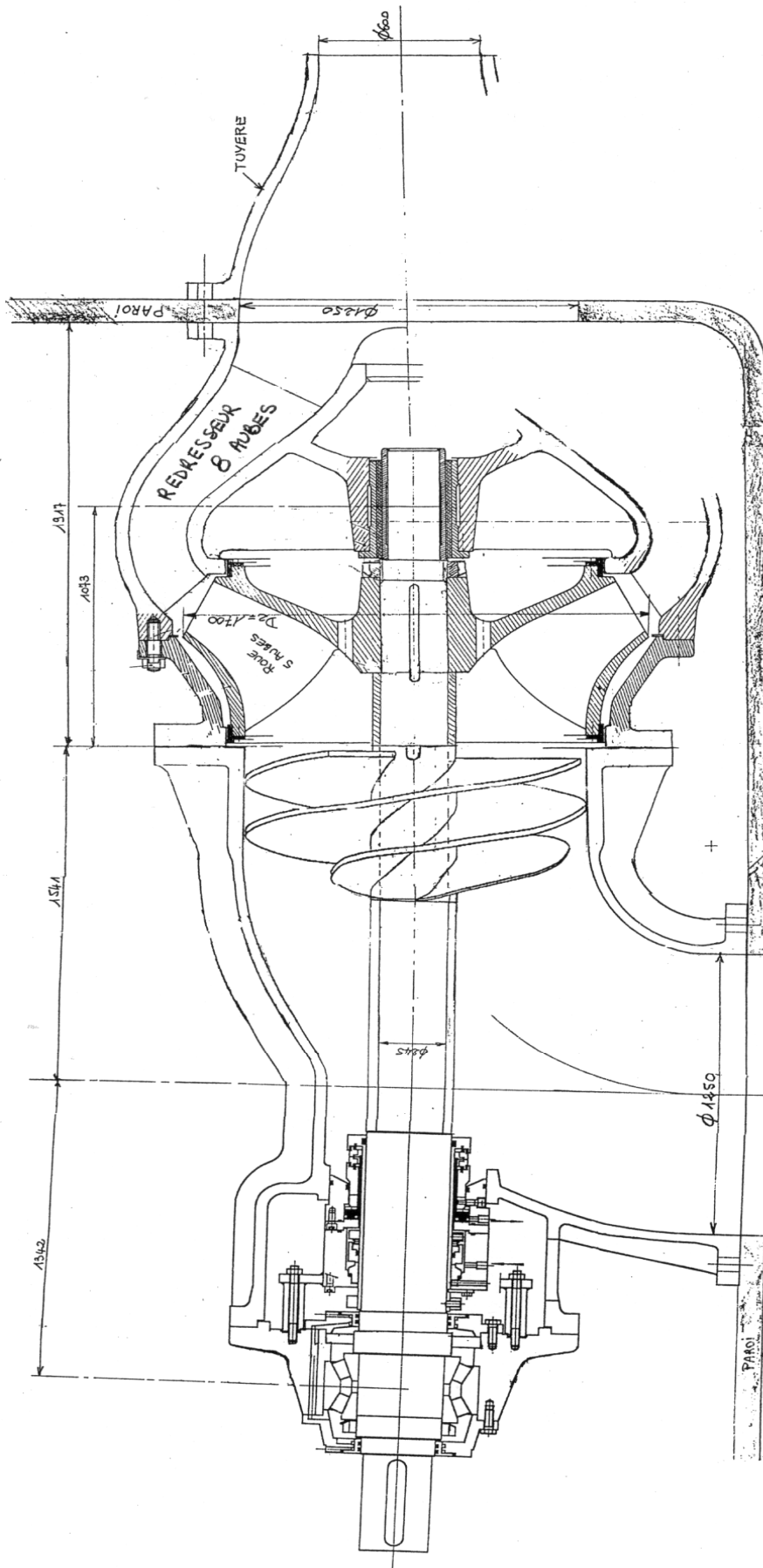
Figure 5.16 : Compresseurs à membrane Mono et Biétagé [10]

6– EXERCICES ET PROBLEMES TYPES

6.1- Etude d'un propulseur par hydrojet

La figure ci-jointe représente le plan partiel d'un propulseur par hydrojet équipant une vedette rapide. Il est constitué de deux étages de pompes : une roue de gavage (inducteur) et une roue hélico-centrifuge équipée d'un redresseur. L'ensemble pompe tourne à 600 tr/mn, il est suivi d'une tuyère propulsive de diamètres principaux 1250/600 mm. Le débit est de $10 \text{ m}^3/\text{s}$ pour une poussée de 200 kN à 15 m/s de vitesse d'avance.

1. Commenter le choix et les particularités des éléments du plan d'ensemble suivant :
 - paliers
 - garnitures mécaniques
2. Calculer la poussée axiale totale dans les conditions suivantes :
 - hauteur Roue de gavage $H_1 = 15 \text{ m}$
 - hauteur Roue hélico-centrifuge $H_2 = 60 \text{ m}$
3. Déterminer la poussée radiale.
4. Calculer la puissance mécanique absorbée pour de l'eau de mer de masse volumique 1050 kg/m^3 avec un rendement global de pompe de 80%.
5. Calculer la première vitesse critique de flexion de la ligne d'arbre en supposant :
 - masse de l'inducteur $m_1 = 400 \text{ kg}$
 - masse de la roue $m_2 = 2000 \text{ kg}$Commentez ce résultat.
6. Le roulement à rouleaux coniques est lubrifié à l'huile. Le dessin proposé est incomplet et présente une anomalie. Veuillez préciser ces points.



6.2- Prédimensionnement d'un arbre de pompe

Etude 1 – (12 points)

L'étude concerne le prédimensionnement d'un arbre de pompe hélice (pompe 1) montée en coude de $\varnothing = 400$ mm. Les performances de la pompe sont les suivantes, pour $N = 1500$ tr/mn et pour un fluide véhiculé assimilable à de l'eau.

| Q m/h³ | H m | η | P kW |
|------------------------------------|----------------------|--------------------------|-----------------------|
| 500 | 20,5 | 0,35 | 80 |
| 1000 | 14,5 | 0,50 | 80 |
| 1500 | 10 | 0,60 | 68 |
| 1800 | 8 | 0,55 | 71 |

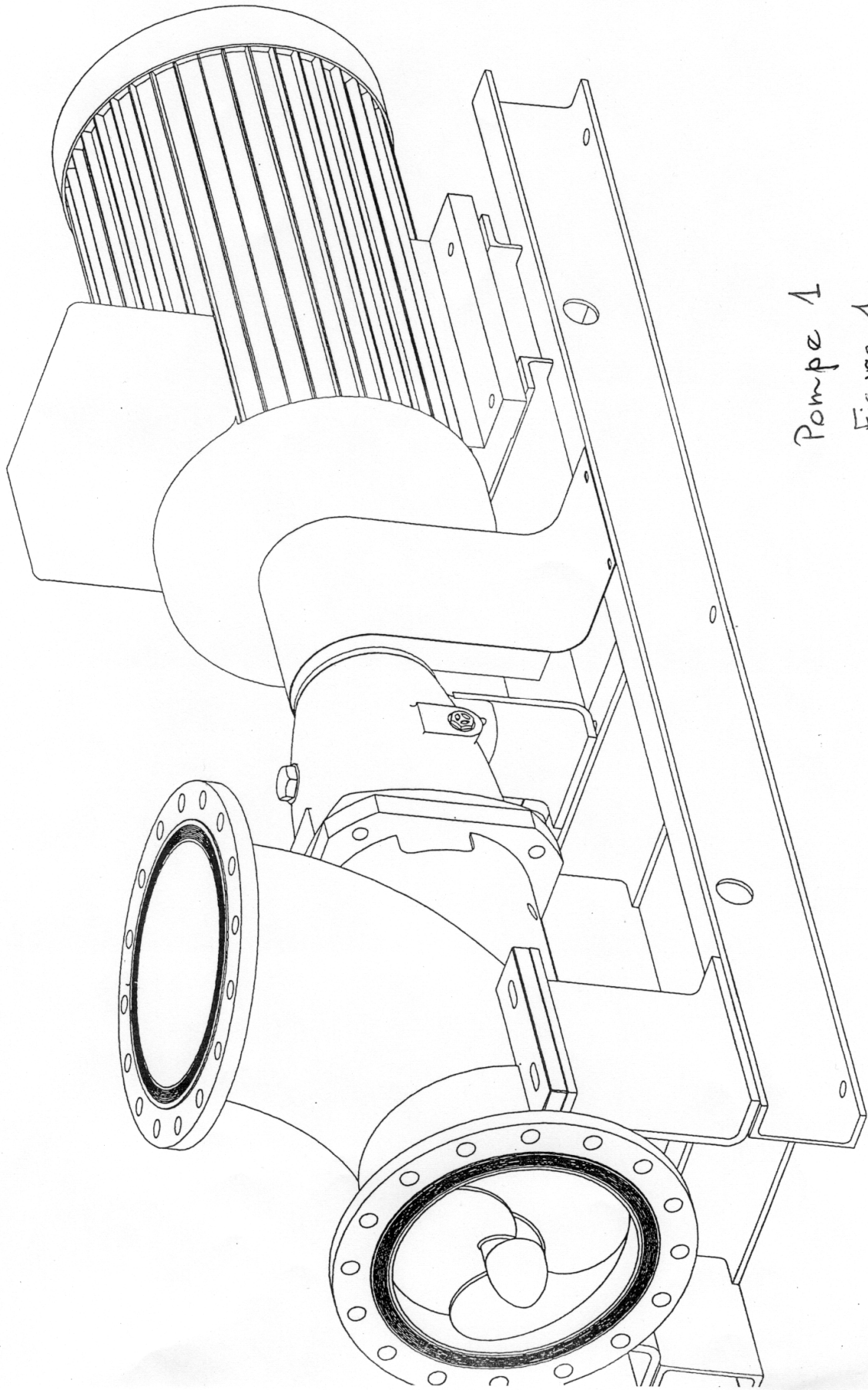
1. Commentez en quelques phrases l'ensemble des dispositions constructives décrites sur les figures 1 et 2 : châssis, fixation pompe, paliers, système d'étanchéité, moteur.
2. Lister les efforts et contraintes sur l'arbre et les paliers en précisant les types de roulements à retenir. Calculer la poussée axiale maximale.
3. Partant de l'échelle retenue pour la figure 2, déterminer approximativement le diamètre équivalent et la masse de l'arbre (acier).
4. Calculer la vitesse critique de l'ensemble tournant pour une masse de roue de 32 kg. En déduire la vitesse maximale de rotation.

Etude 2 – (8 points)

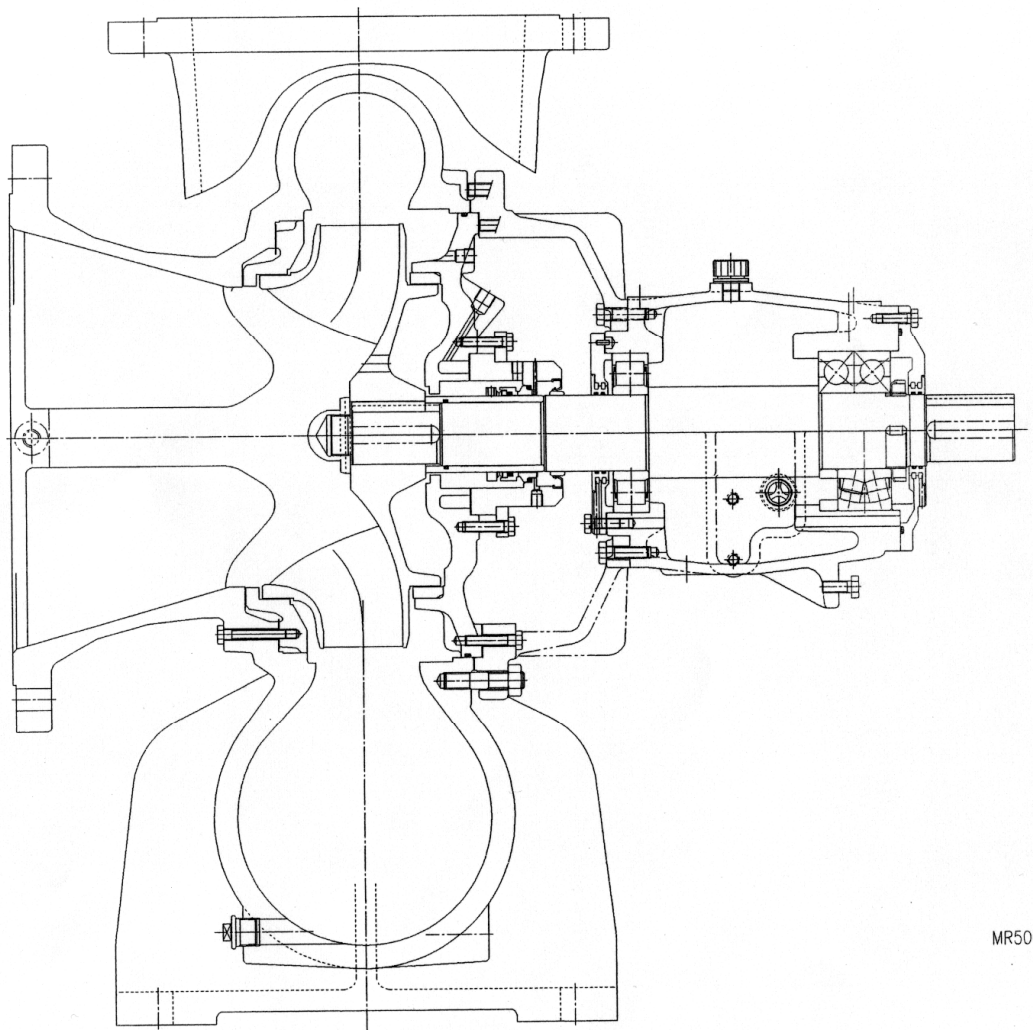
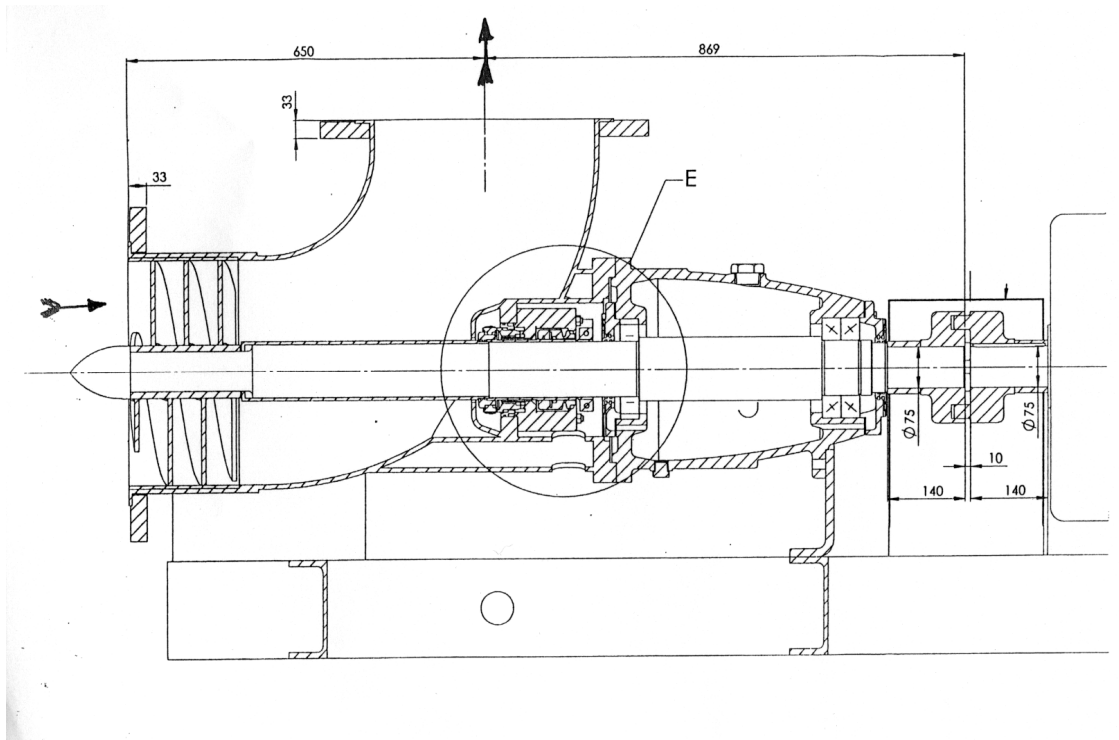
La pompe 2 (figure 3) est une alternative proposée pour remplacer éventuellement la pompe 1.

Pour tous les calculs, toutes les dimensions utiles seront relevées sur la figure 3.

1. Vérifier, à partir de la figure 4, la cohérence de cette opération à la vitesse de rotation de 600 tr/mn. Discuter des différents avantages et inconvénients des deux solutions.
2. Quelles sont les principales caractéristiques constructives de cette seconde machine.
3. Calculer la poussée axiale et la poussée radiale à 1500 m³/h.
4. En déduire les efforts sur les paliers.



Pompe 1
Figure 1



MR500.4



MR 500.400.500

FIGURE 4

600 tr/mn
à - to
1000 tr/mn
Rpm

H1273

