

THÈSE

présentée pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE

École doctorale : TYFEP
Spécialité : Dynamique des Fluides

par

Guillaume DUFOUR

CONTRIBUTIONS À LA MODÉLISATION ET AU CALCUL DES ÉCOULEMENTS DANS LES COMPRESSEURS CENTRIFUGES : APPLICATION À LA CONCEPTION PAR LOIS DE SIMILITUDE

Thèse soutenue le 4 Octobre 2006, devant le jury composé de :

G.	BOIS	<i>Professeur à l'ENSAM-LML, Lille</i>	Rapporteur
G.A.	GEROLYMOS	<i>Professeur à l'Université Paris VI</i>	Rapporteur
P.	ARBEZ	<i>Ingénieur Études Amonts, Liebherr Aerospace Toulouse</i>	Examineur
X.	CARBONNEAU	<i>Enseignant-chercheur , ENSICA, Toulouse</i>	Examineur
J.-B.	CAZALBOU	<i>Enseignant-chercheur (HDR), ENSICA, Toulouse</i>	Directeur de thèse
P.	CHASSAING	<i>Professeur à l'INPT, Toulouse</i>	Examineur

Résumé

Ce travail s'inscrit dans le cadre d'une convention CIFRE entre Liebherr Aerospace Toulouse S.A. et le département de Mécanique des Fluides de l'ENSICA. En réponse à des objectifs industriels d'amélioration de la qualité des compresseurs centrifuges de systèmes de conditionnement d'air, et de réduction des délais, deux axes sont étudiés : le diagnostique et l'amélioration de l'outil de simulation numérique en place chez l'industriel, et le développement d'une méthode de conception en similitude.

La première partie traite des erreurs de simulation. Les erreurs numériques sont d'abord analysées par un plan d'expériences sur les paramètres de maillage, et quantifiées par l'extrapolation de Richardson. La contribution du modèle de turbulence est ensuite étudiée. Deux corrections pour les effets de rotation et courbure, développées pour des modèles au premier ordre, sont implantées dans le code de calcul. La méthode de vérification et validation permet leur évaluation sur des configurations académique et industrielles.

Une synthèse bibliographique des règles de dimensionnement des compresseurs centrifuges débute la seconde partie. L'optimisation d'une machine de référence sert de support à l'application de ces règles. Des résultats d'essais permettent d'évaluer le compromis atteint sur le rendement, la plage de fonctionnement et le bruit de raies émis.

La troisième partie concerne la conception par mise à l'échelle. L'approche proposée est basée sur l'application de similitudes restreintes le long de la ligne de meilleur rendement d'un étage. Cette méthode permet de définir un "potentiel de mise à l'échelle", caractéristique de l'ensemble des spécifications couvertes par un étage donné. Une telle notion permet d'envisager la conception de nouvelles machines en s'appuyant sur une base de données d'étages.

Abstract

This work results from a CIFRE partnership between Liebherr Aerospace Toulouse S.A. and the *département de Mécanique des Fluides* of the ENSICA. The main industrial goals are the quality improvement of air-conditioning centrifugal compressors and the reduction of development cycles. The problem is tackled through two thematics : the qualification of the computational fluid dynamic tool used by Liebherr, and the development of a conception method based on the similarity principle.

The first part deals with simulation errors. Numerical errors are first analyzed thanks to the design-of-experiments method applied to mesh-generation parameters, and quantified using the Richardson extrapolation technique. The contribution of turbulence modeling is then scrutinized. Two model corrections accounting for rotation and curvature effects, in the framework of first-order modeling, are implemented in the code. The method of verification and validation is used to test the corrected models on academic and industrial configurations.

The second part begins with a literature survey of centrifugal compressor design methods. These rules are applied to the optimization of an industrial baseline compressor. Experimental results are used to evaluate the trade-off between efficiency, operating range and tonal noise of the stage. The third part deals with scaling in a design context. The proposed method is based on the application of Reynolds-free scaling along the best-efficiency line of a given stage. This method is used to identify the "scaling potential" of an existing stage, defined as the ensemble of specifications that can be reached by the application of geometrical scaling. Such a method makes it possible to design compressors thanks to a database of existing stages.

Remerciements

Ce travail a représenté pour moi un long engagement personnel, mais il a aussi impliqué de nombreuses personnes sans qui le résultat aurait certainement été différent.

Je voudrais tout d'abord adresser mes remerciements les plus profonds et les plus sincères à mes directeurs de thèse Jean-Bernard Cazalbou et Xavier Carbonneau. Je tiens à témoigner de la confiance qu'ils m'ont accordée dès le début de la thèse, et du soutien indéfectible qu'il m'ont apporté durant tout son déroulement.

En particulier, je remercie Xavier pour sa présence constante, qui m'a fait profiter de sa rigueur et de son expérience scientifiques. Les discussions enrichissantes que nous avons eues à chaque étape de ce travail m'ont toujours permis de remettre les choses dans leur perspective globale, et d'apprécier les progrès effectués. D'un point de vue humain, j'ai découvert quelqu'un de profondément honnête et généreux, qui m'a grandement aidé dans les inévitables moments de doute.

Je voudrais particulièrement remercier Jean-Bernard pour sa disponibilité permanente et sa patience. Ses qualités pédagogiques et la rigueur de ses analyses m'ont fait énormément progresser. Je voudrais aussi lui témoigner ma reconnaissance pour son implication dans la relecture du mémoire ; son sens de l'essentiel a grandement contribué à la rédaction du manuscrit.

Je dois aussi témoigner de l'implication sans faille de l'ensemble équipes de Liebherr Aerospace Toulouse, dont la contribution a permis de faire de ce travail une véritable thèse Cifre.

Je remercie Pierre Arbez pour m'avoir fait découvrir le savoir-faire industriel de l'entreprise, et pour avoir bien voulu partager avec moi ses nombreuses qualités techniques. Sa contribution m'aura véritablement aidé à progresser et à comprendre les préoccupations inhérentes à la réalité industrielle.

Je tiens aussi à remercier Sylvain Miklaszewski de m'avoir permis par sa patience et sa pédagogie de m'approprier les notions d'acoustique indispensables au bon déroulement de ce travail. Son apport sur ce point dans la thèse est substantiel. Ses grandes qualités humaines et dans le travail ont permis que nos interactions soient toujours un plaisir.

Je tiens enfin à témoigner à Mireille Lemasson ma profonde reconnaissance pour m'avoir accepté dans ce projet. Je dois la remercier pour avoir su guider cette thèse en conciliant les besoins industriels et les préoccupations scientifiques. Que soient soulignées sa franchise et son honnêteté, qui ne sont que les plus marquantes de ses nombreuses qualités humaines.

Je tiens tout particulièrement à signifier ma gratitude aux rapporteurs, Gérard Bois et Georges Gerolymos, pour avoir accepté d'accorder de leur temps à la lecture de mon travail. Je dois souligner leur implication et la qualité des rapports, qui par leurs nombreuses remarques m'ont permis d'améliorer le manuscrit final. Je les remercie enfin pour les critiques constructives et stimulantes qu'ils ont soulevées durant la soutenance.

Je tiens à remercier dans son ensemble le Département de Mécanique des Fluides de l'ENSICA, et en particulier Patrick Chassaing pour m'y avoir accueilli. Ce fut un réel plaisir d'y travailler, ces années passées au sein du DMF resteront un grand souvenir. Que chacun y soit remercié, car une telle atmosphère de travail est le fruit de toutes les personnes qui ont pu passer par le département. Je dois quand même tout particulièrement remercier Jérôme : après 2 ans en binôme et plusieurs années de "co-bureautage", notre amitié me semble maintenant à toute épreuve ! Que mon autre "co-bureauteur" Nicolas soit aussi assuré de mon amitié, j'espère que nous aurons encore ensemble de nombreuses discussions passionnées, sur les turbomachines bien sûr, mais aussi le reste !

C'est aussi l'occasion de remercier toute ma famille pour tant de choses que je ne pourrais toutes les citer ici. Je voudrais dire à ma mère et à mon père tout l'amour que j'ai pour eux, et combien le leur m'a permis d'arriver ici aujourd'hui.

Enfin, mon dernier mot pour finir ce que je n'ai réussi à dire lors de la soutenance : Ema, ces dernières années n'auraient pu se faire sans toi. Je te remercie pour la patience que tu as eue durant tout le temps qu'a duré cette thèse. Ton soutien m'a été plus que précieux. Que tout mon amour puisse transparaître à travers ces quelques lignes ...

Guillaume, le 21 Novembre 2006.

Table des matières

Introduction	3
1 Motivation et problématique	3
1.1 Contexte de l'étude	3
1.2 Enjeux industriels et scientifiques	4
1.3 Démarche et organisation du mémoire	7
2 Données générales	9
2.1 Le système de conditionnement d'air	10
2.2 Le compresseur centrifuge	13
2.3 Aérodynamique des compresseurs centrifuges	21
2.4 Notions d'acoustique pour les compresseurs centrifuges	34
I Prédicativité : Qualification de l'outil CFD	39
3 Cadre de l'approche numérique : vérification et validation	41
3.1 Introduction : qualité et confiance dans la CFD	42
3.2 Concepts et définitions	43
3.3 Procédures pour la vérification et la validation	47
4 Influence du maillage	53
4.1 Influence des paramètres de définition du maillage	53
4.2 Quantification des erreurs numériques	67
5 Modèles de turbulence sensibilisés aux effets de rotation et courbure	77
5.1 Position du problème	78
5.2 Physique et modélisation	78
5.3 Implantation des corrections	102
5.4 Évaluation des modèles corrigés sur un compresseur académique	117
6 Prédicativité dans un contexte industriel	135
6.1 Données expérimentales sur configurations industrielles	136
6.2 Études de sensibilité	144
6.3 Validation des simulations	153
6.4 Comparaison des incertitudes dans un processus de validation	161

II Performances : Travail sur les méthodes de conception	165
7 Règles et méthodes de conception	167
7.1 Synthèse de l'état de l'art	167
7.2 Application à l'optimisation d'un compresseur de référence	190
8 Analyse des essais et bilan sur la conception	211
8.1 Analyse des résultats d'essais	211
8.2 Comparaisons simulations et essais	220
8.3 Retour sur la conception	224
III Similitude : Vers la gamme d'étages	231
9 Similitude et lois de mise à l'échelle	233
9.1 Position du problème	234
9.2 Lois classiques de mise à l'échelle	234
9.3 Mise à l'échelle et réponse à une spécification	241
9.4 Mise à l'échelle sur la ligne de meilleur rendement	245
10 Influence de la conception sur le potentiel de mise à l'échelle	249
10.1 Position du problème	249
10.2 Analyse de l'effet du nombre de Reynolds	250
10.3 Analyse de la ligne de meilleur rendement	254
Conclusion	267
11 Conclusions et perspectives	267
Bibliographie	272
Annexes	283
A Outils de Conception	285
A.1 Prédiction 1D (PREDIG)	285
A.2 Modélisation géométrique 3D et prédictions 2D/2.5D (CCAD)	287
A.3 Outil d'optimisation	288
A.4 Calculs acoustiques (CORAIL)	290

Nomenclature

Symboles latins

a_i	, coefficient d'influence de la $i^{\text{ème}}$ variable du plan d'expérience
b_i	, coefficient d'influence normalisé
b	, hauteur du canal
B_R	, nombre de Bradshaw-Richardson
C_p	, chaleur spécifique à pression constante
C_f	, coefficient de frottement
d_s	, diamètre spécifique
D	, diamètre d'une roue ou longueur caractéristique d'un étage
D/D_t	, dérivée particulière
h	, enthalpie spécifique
i	, incidence
k	, énergie cinétique turbulente par unité de masse
L_p	, niveau de pression acoustique
L_{ax}	, longueur axiale d'un rotor
\dot{m}	, débit massique
M	, nombre de Mach
\mathbf{n}	, vecteur unitaire dans la direction normale
n_s	, vitesse spécifique
N	, vitesse de rotation du rotor
N	, paramètre de maillage : nombre de point suivant l'envergure (hors jeu)
N_i	, nombre de points de maillage suivant la direction azimutale
N_j	, nombre de points de maillage suivant l'envergure de la pale
N_k	, nombre de points de maillage suivant la direction de l'écoulement
N_{JEU}	, nombre de points de maillage dans le jeu suivant l'envergure
N_C/N	, paramètre caractérisant la loi d'évolution de taille de maille
P	, pression
P_r	, pression relative en rotation
\mathcal{P}_{ech}	, puissance échangée

Q_{ech}	, chaleur échangée
\mathbf{r}	, vecteur position radiale
r, θ, z	, coordonnées polaires
R	, constante des gaz parfaits
R	, rayon
R_c	, rayon de courbure
Re	, nombre de Reynolds
Ri_c	, nombre de Richardson–gradient de courbure
Ro	, nombre de Rossby
$\overline{\mathcal{R}} = \mathcal{R}_{ij}$, tenseur des contraintes de Reynolds
s	, abscisse curviligne
s	, entropie spécifique
S	, taux de cisaillement
$\overline{\mathcal{S}} = S_{ij}$, tenseur des taux de déformation
t_{cl}	, taille du jeu
T	, température
T_u	, intensité du mouvement fluctuant
$\mathbf{u} = u_i = [u, v, w]$, vecteur fluctuation de vitesse
\mathbf{u}_s	, vecteurs unitaires du trièdre de Frénet
u_τ	, vitesse de frottement
\mathbf{U}	, vecteur vitesse de la pale
U	, vitesse linéaire de la pale
U_ϕ	, incertitude statistique relative à la quantité ϕ
$\mathbf{V} = V_i$, vecteur vitesse absolue
V	, norme de la vitesse absolue
$\mathbf{W} = W_i$, vecteur vitesse relative
W	, norme de la vitesse relative
\mathcal{W}_{ech}	, travail échangé
$\overline{\mathcal{W}} = \mathcal{W}_{ij}$, tenseur de rotation absolue (objectif)
$\mathbf{X} = x_i = [x, y, z]$, vecteur position
Z_p	, nombre d'aubes
Z/B	, hauteur relative dans le canal (0 au moyeu, 1 au carter)

Symboles grecques

α	, angle de l'écoulement absolu
α	, paramètre de maillage (rapport entre les discrétisations longitudinales et transversales par rapport à la discrétisation en envergure)
α, β, λ	, paramètres de lois de mise à l'échelle
α_∞	, point fixe du système dynamique (THUC- Ω)

β	,	angle de l'écoulement relatif
β	,	rapport entre taux de rotation et cisaillement
δ	,	épaisseur conventionnelle de couche limite
δ_ϕ	,	erreur relative à la quantité d'intérêt ϕ
Δy_1	,	taille de maille en paroi suivant la direction normale
Δx_1	,	taille de maille en paroi suivant la direction tangentielle
$\Delta_{\text{CFD/EXP}}$,	écart entre résultats numériques et expérimentaux
$\Delta\eta$,	écart de rendement par rapport à un point de référence
ϵ	,	pseudo-dissipation de k
ϕ	,	quantité d'intérêt
ϕ	,	coefficient de débit
γ	,	rapport des chaleurs spécifiques
γ	,	paramètre de maillage (allongement des cellules au bord d'attaque)
γ_∞	,	point fixe du système dynamique (THI- Ω)
η	,	rendement
μ	,	viscosité dynamique
μ_t	,	viscosité tourbillonnaire dynamique
$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{V}$,	vorticité absolue
$\boldsymbol{\omega}^* = \nabla \times \mathbf{W}$,	vorticité relative
$\boldsymbol{\Omega}$,	vecteur rotation du référentiel considéré
Ω	,	norme du vecteur rotation du référentiel considéré
π	,	taux de compression
Π_1	,	produit sans dimension (débit adimensionnel)
Π_2	,	produit sans dimension (nombre de Mach de rotation)
Π_3	,	produit sans dimension (nombre de Reynolds)
ρ	,	masse volumique
σ	,	angle entre les directions méridienne et axiale
τ_p	,	frottement pariétal
ψ	,	coefficient de charge

Indices et exposants

b	,	<i>baseline</i>
h, m	,	moyeu
is	,	référence isentropique
p	,	pale
R	,	rotor
S	,	stator
S, c	,	carter
s	,	quantité statique

s	, spécification ou <i>scaled</i>
t	, quantité totale
0	, entrée de l'étage (voir la figure 2.4)
1	, bord d'attaque de la roue
2	, bord de fuite de la roue
3	, bord d'attaque du diffuseur aubé
4	, bord de fuite du diffuseur aubé
8	, section de mesure en aval de la volute
*, rel	, dans le repère relatif
+	, normé en échelle interne de la couche limite

Abréviations

CFD	, <i>computational fluid dynamics</i>
ENSICA	, École Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Constructions Aéronautiques
LTS	, Liebherr Aerospace Toulouse S.A.
L2F	, anémométrie laser
PS	, <i>pressure side</i> , assimilé à l'intrados
RANS	, <i>Reynolds-Averaged Navier-Stokes</i>
RC	, rotation et courbure
RE	, extrapolation de Richardson
SA	, modèle de Spalart & Allmaras
SARC	, modèle de Spalart & Allmaras avec effets de rotation/courbure
SS	, <i>suction side</i> , assimilé à l'extrados
THI- Ω	, turbulence homogène isotrope en rotation
THUC- Ω	, turbulence homogène uniformément cisillée en rotation
V&V	, vérification et validation
YS	, modèle de Yang & Shih
YSRC	, modèle de Yang & Shih avec effets de rotation/courbure

Introduction

Chapitre 1

Motivation et problématique

Sommaire

1.1	Contexte de l'étude	3
1.2	Enjeux industriels et scientifiques	4
1.3	Démarche et organisation du mémoire	7

1.1 Contexte de l'étude

En réponse au débat récurrent sur le financement publique de la recherche, l'activation de synergies entre le secteur scientifique et le monde industriel d'une part, et les recherches dites fondamentale et appliquée d'autre part, est plus que jamais nécessaire. En effet, la collaboration entre ces mondes, différents par leurs cultures, leurs missions, mais aussi leurs objectifs, est porteuse des richesses d'une complémentarité liée à la diversité des compétences, des questionnements et des méthodes. Notre travail veut s'inscrire dans cette approche, en insistant sur la pertinence des questions que les problématiques industrielles peuvent soulever, mais aussi sur les réponses originales que les outils et méthodes de la recherche peuvent apporter à un problème typiquement industriel. Cette thèse a été réalisée dans le cadre d'une convention CIFRE entre le Département de Mécanique des Fluides de l'ENSICA et la société LIEBHERR-AEROSPACE TOULOUSE S.A. (LTS), dont la principale activité est la pressurisation et la climatisation des avions, activité plus connue sous la dénomination "traitement d'air".

En tant que "systémier aéronautique", LTS fournit directement aux avionneurs (ou plus généralement aux acteurs du secteur des transports) des produits dont la vocation est d'assurer une fonction complète, et que les constructeurs peuvent intégrer tels quels au stade de l'assemblage. Ainsi, le pack de climatisation (figure 1.1 (a)), un système central de la gamme de produits LTS, maintient la pression et la température en cabine. Cette régulation est réalisée par deux éléments : une turbomachine, composée généralement d'un compresseur, d'une turbine et d'un ventilateur ; et des échangeurs thermiques, refroidissant l'air issu de l'étage compresseur. Si la turbine assure un rôle essentiel en fournissant la puis-



Figure 1.1: Pack de climatisation et roue de compresseur centrifuge.

sance froide indispensable à la climatisation de la cabine, des performances du compresseur dépendent la taille et le poids des échangeurs, donc du système, ainsi qu'une partie de la puissance acoustique émise par le pack. La conception du compresseur centrifuge (figure 1.1 (b)) est aujourd'hui le centre des préoccupations de LTS, celle de la turbine ayant été largement étudiée dans le prolongement des travaux de thèse de Xavier Carbonneau (1998).

La diversité des marchés couverts par LTS et des spécifications associées impose souvent un dimensionnement spécifique et donc coûteux des nouveaux étages. Pour rester réactif, l'industriel a initié une démarche visant à instaurer un fonctionnement par "base de données d'étages". En d'autres termes, il s'agit de développer et mettre en place des méthodes utilisant au mieux les étages existants en réponse aux nouvelles spécifications pour, à terme, disposer d'une gamme de compresseurs "sur étagère" couvrant l'ensemble des besoins prévisibles. Dans ce contexte, la finalité de la thèse est d'apporter les éléments nécessaires à la définition et à l'utilisation de cette base de données, c'est-à-dire : (i) élaborer des méthodes pour le dimensionnement des compresseurs par des lois de similitude ; (ii) proposer des règles permettant de concevoir des compresseurs suffisamment performants pour mériter d'être déclinés ensuite par la similitude ; (iii) améliorer et évaluer la précision des outils de prédiction nécessaires à la conception.

1.2 Enjeux industriels et scientifiques

La réactivité aux appels d'offres des avionneurs, en particulier dans les phases préliminaires, est un point crucial pour l'obtention de marchés par un systémier. Dans ce contexte, les enjeux industriels se définissent naturellement en termes de réduction des coûts et des délais, et d'amélioration de la qualité des produits. Face à ce besoin, LTS a identifié les axes de progrès suivants : (i) augmenter la fiabilité de la conception ; (ii) améliorer les performances des compresseurs ; (iii) et mettre en place une méthode de conception à partir d'une base de données d'étages.

En réponse à ces préoccupations, la démarche mise en place dans la thèse a permis de définir les axes d'études suivants : (i) amélioration et qualification de l'outil CFD¹; (ii) travail sur les méthodes de conception; et (iii) utilisation des règles de similitude pour décliner en "famille" un compresseur existant.

Derrière le terme "qualification", on entend un travail s'inscrivant dans l'approche de Vérification & Validation (V&V), au sens défini par Roache (1998a) dans un ouvrage de référence sur le sujet. Cette approche, qui distingue et quantifie les erreurs numériques et de modélisation dans le résultat d'un calcul CFD, tend à devenir un standard, comme en témoigne l'intérêt que lui porte des journaux de référence comme l'*AIAA Journal* et le *Fluid Engineering Journal* (AIAA, 1999; Celik, 2003; Cosner *et al.*, 2005). Cependant, si cette méthode a été appliquée à des domaines aussi variés que les écoulements de cavité, les valves, les flammes de brûleur (Cadafalch *et al.*, 2002), les écoulements autour de navires (Stern *et al.*, 2001b; Eça et Hoekstra, 2002), sa déclinaison dans le contexte des turbomachines reste à faire. Nous verrons l'intérêt de cette méthode pour la quantification des erreurs et incertitudes dans les simulations, et plus particulièrement en ce qui concerne l'impact de la modélisation de la turbulence.

En effet, en suivant la classification de Bradshaw (1996), les écoulements dans les turbomachines sont de type complexes, et plus particulièrement dans les compresseurs centrifuges, comme l'illustre la figure 1.2. Ainsi, dans ces machines, les effets visqueux sont importants du fait du faible rapport d'allongement des canaux, et les effets tridimensionnels particulièrement prononcés. Ces derniers se manifestent par des écoulements secondaires intenses, sous l'action conjointe des gradients de pression aube-à-aube et pied-tête, et des effets de courbure et d'accélération de Coriolis. La figure 1.2 illustre notamment la présence de structures tourbillonnaires, issues des bords d'attaque des pales et du jeu entre le carter et les aubages. Plus spécifiquement, cette figure schématise la contribution des écoulements secondaires et de jeu à la formation de la configuration dite de jet/sillage en sortie de roue, qui est une spécificité des compresseurs radiaux.

La structure de la turbulence s'en trouve significativement affectée (Lakshminarayana, 1986; Bradshaw, 1996). Moore et Moore (1990) ont modélisé l'influence de l'accélération de Coriolis par un terme multiplicatif dans l'évaluation de la longueur de mélange d'un modèle algébrique, et observé une modification qualitative du champ turbulent. À la fin du programme européen STR (*Small Turbomachinery Research*), auquel l'ENSICA et LTS participaient, l'influence des effets de la rotation sur la structure de la turbulence dans les turbomachines a été soulignée une fois encore, stimulant ainsi au sein du département de Mécanique des Fluides de l'ENSICA une action de recherche portant sur la prise en compte de ces effets dans des modélisations au premier ordre. Ces travaux (Cazalbou *et al.*, 2005) ont abouti à l'élaboration d'une correction d'un modèle du type (k, ϵ) , traduisant les effets principaux de la rotation sur la turbulence : l'instabilité de Coriolis en cisaillement (Tritton, 1992), et l'inhibition du transfert spectral (Wigeland et Nagib, 1978; Jacquin *et al.*, 1990). Ce modèle a de plus la particularité d'être exempt de certains problèmes de

¹"Computational Fluid Dynamics". Dans la suite du mémoire, cet acronyme désignera le calcul Navier-Stokes 3D.

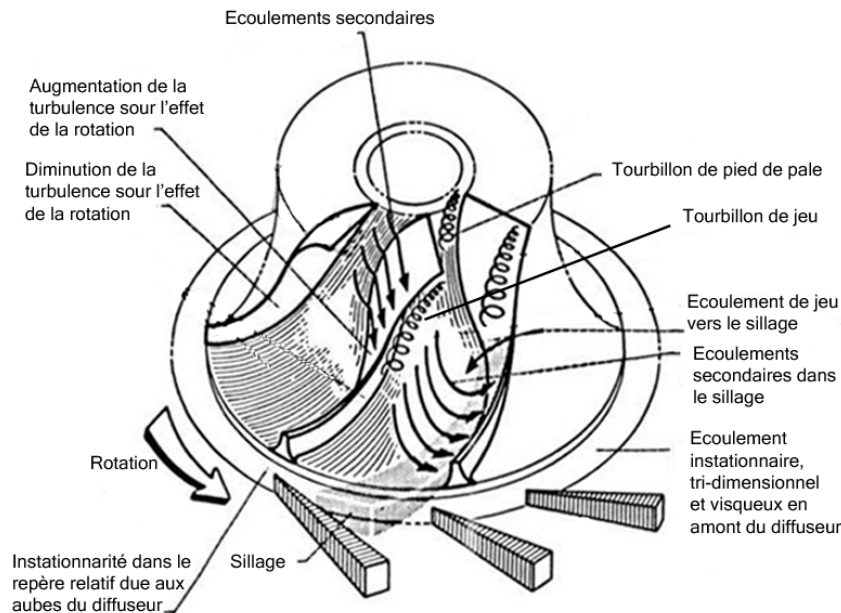


Figure 1.2: Représentation schématique de l'écoulement dans un compresseur centrifuge, d'après Lakshminarayana (1996).

comportements mathématiques aberrants, typiques des modèles corrigés quand ils sont appliqués dans ce type de configuration (voir Hellsten (1998) pour un exemple de ces problèmes). L'implantation de ce modèle dans le code de calcul en place chez l'industriel représente donc un exemple des complémentarités entre recherches amont et appliquée.

S'agissant maintenant de la conception des turbomachines, on peut distinguer plusieurs approches : face à une démarche axée sur la compréhension des sources de perte (voir Denton (1993) pour la référence sur le sujet), un traitement plus global du problème est souvent préféré par les industriels (Rodgers, 1980; Japikse, 1996; Came et Robinson, 1999). Toutefois, cette distinction s'est progressivement estompée avec l'introduction de la CFD dans le cycle de conception. Ceci a permis de lier les deux approches en donnant accès à des informations tant globales que locales (Casey, 1994; Denton, 1994; Denton et Xu, 1998a). Dès les premiers développements de méthodes de calculs simplifiées (Stanitz et Prian, 1951; Hamrick, 1956) donnant accès à une évaluation du comportement local de l'écoulement, des progrès significatifs ont été réalisés en terme de performance. Depuis l'avènement des ordinateurs modernes, les calculs Navier-Stokes 3D (stationnaires) font désormais partie intégrante du cycle de conception. Dans cette étude, nous tenterons de profiter pleinement de la richesse d'information apportée par la CFD, afin de faire le lien entre la physique et les critères de conception, en gardant à l'esprit le souci d'apporter à l'industriel des méthodes pratiques de dimensionnement.

Bien que l'application générale du principe de similitude semble être un exercice imposé pour les ouvrages traitant des turbomachines (Whitfield et Baines, 1990; Lakshmina-

rayana, 1996; Japikse, 1996), l'utilisation *pratique* de règles de similitude pour la conception des turbomachines est beaucoup moins documentée. Ainsi, Baljé (1981) utilisa le premier l'analyse dimensionnelle pour introduire la vitesse spécifique (n_s), qui est restée depuis un paramètre populaire chez les concepteurs de compresseurs. À notre connaissance, les seuls travaux traitant spécifiquement de l'élaboration de règles pratiques de similitude pour la conception sont ceux de Sardar et George Jr. (2003a,b), qui traitent du cas restreint des ventilateurs en régime incompressible. Nous verrons que l'introduction d'un formalisme mathématique simple permet d'identifier les conditions nécessaires à la mise à l'échelle d'un compresseur existant pour répondre à une nouvelle spécification.

Si le lien est direct entre les trois axes d'investigation discutés précédemment et les besoins affichés par LTS, les **interactions** multiples entre ces thématiques méritent d'être soulignées :

- L'amélioration et la qualification de l'outil CFD sont centrales dans l'augmentation de la fiabilité de la conception, mais doivent aussi aboutir à une meilleure application des critères de conception (car la CFD est essentielle dans le cycle de dimensionnement) et donc contribuer à la réalisation de machines plus performantes. De plus, *à terme*, un outil de prédiction fiable permettra d'envisager le remplissage de la base de données d'une manière virtuelle, c'est-à-dire que des compresseurs aux caractéristiques correspondant aux "trous" dans la gamme existante pourront être conçus par la seule voie numérique, sans qu'il soit nécessaire de les valider expérimentalement.
- Au-delà d'une simple amélioration des performances, le travail sur les règles de conception permet de tendre vers la standardisation des méthodes, dans un souci de reproductibilité et donc de fiabilité. De plus, l'examen de ces règles au regard des lois de similitude contribuera à identifier les critères de dimensionnement qui rendent un étage plus propice à la déclinaison en famille (autant en termes de variations de performances que de "potentiel de mise à l'échelle").
- Enfin, l'application de lois de similitude à un étage existant a l'avantage de fiabiliser les prédictions, car la méthode proposée utilise les données expérimentales disponibles dès les premiers stades de la conception. De plus, elle contribue à l'amélioration des performances moyennes de la gamme en capitalisant les succès obtenus sur les meilleures machines existantes.

1.3 Démarche et organisation du mémoire

La démarche scientifique mise en place doit répondre à l'objectif central de la problématique industrielle : la standardisation d'une gamme de compresseurs. Le moyen utilisé pour atteindre cet objectif est la mise en pratique de règles de similitude. Pour que cette démarche ait un sens, il va de soi qu'elle doit être appliquée à de "bons compresseurs", d'où la nécessité des étapes préliminaires consacrées à la qualification de l'outil numérique et à la réactualisation des règles de conception. Dans cette optique, la mise en similitude d'une machine performante s'inscrit dans une démarche de "capitalisation" des résultats

obtenus lors des deux premières étapes, puisqu'elle répercute sur toute une famille d'étages les progrès réalisés sur un compresseur de référence.

Les données générales du chapitre 2 posent les bases de l'étude, et clôturent la partie d'introduction. Le reste du mémoire s'organise en trois parties :

- Dans la première partie, un cadre de vérification et validation est donné à l'approche numérique adoptée (chapitre 3). Les procédures ainsi identifiées permettent de mesurer les deux principales contributions aux erreurs entachant une solution CFD : les erreurs numériques (chapitre 4) et les erreurs dues aux modèles (chapitre 5). Plus particulièrement, le chapitre 5 évalue l'intérêt des corrections pour les effets de rotation et courbure dans un contexte de modélisation au premier ordre. Enfin, le chapitre 6 apporte un regard synthétique sur la prédiction des performances des compresseurs dans un contexte industriel, en insistant notamment sur les incertitudes inhérentes à toute comparaison entre résultats numériques et expérimentaux.
- La deuxième partie se concentre sur les méthodes de dimensionnement, mettant à profit une comparaison des règles proposées dans la littérature avec celles en place chez l'industriel, pour aboutir à l'optimisation d'un étage de référence (chapitre 7). Cet effort d'amélioration des performances est jugé dans le chapitre 8, grâce à l'exploitation de résultats d'essais industriels sur les deux configurations étudiées.
- Enfin, la troisième partie présente l'élaboration de lois de similitude pour répondre à une nouvelle spécification par application d'un facteur d'échelle à une géométrie existante (chapitre 9). Notamment, la méthode proposée permet de caractériser le "potentiel de mise à l'échelle" d'un compresseur, et de le mettre en parallèle de spécifications types. Finalement, le chapitre 10 examine les règles de conception dégagées précédemment au regard des lois de similitudes élaborées.

Chapitre 2

Données générales

Sommaire

2.1	Le système de conditionnement d'air	10
2.1.1	Rôle du système	10
2.1.2	Fonctionnement global	10
2.2	Le compresseur centrifuge	13
2.2.1	Généralités	13
2.2.2	La géométrie	14
2.2.3	Approche thermodynamique	16
2.2.4	Performance	20
2.3	Aérodynamique des compresseurs centrifuges	21
2.3.1	L'écoulement principal	22
2.3.2	L'écoulement secondaire	26
2.3.3	Les pertes	32
2.4	Notions d'acoustique pour les compresseurs centrifuges	34
2.4.1	Position du problème	34
2.4.2	Rayonnement acoustique en champ lointain	34
2.4.3	Sources de bruit	35

Ce chapitre aborde les principes généraux nécessaires à la compréhension des développements présentés dans les différentes parties de ce mémoire. La présentation succincte du système de conditionnement d'air, qui débute ce chapitre, permet de souligner le rôle du compresseur centrifuge au sein du pack de climatisation. Une fois introduits les divers éléments d'un étage classique, une approche thermodynamique permet d'appréhender le fonctionnement et les performances de ces machines. Ensuite, le paragraphe traitant de l'aérodynamique interne des compresseurs présente les phénoménologies en place. Une attention particulière est portée aux écoulements secondaires. Cette analyse est un préliminaire à l'étude de l'influence des modèles de turbulence sur la prédiction de ces écoulements, présentée au chapitre 5. La notion de perte, abordée succinctement ici, synthétise d'un point de vue global les conséquences des phénomènes rencontrés. Cette thématique sera reprise au chapitre 7, dévolu aux règles de conception. Enfin, des éléments d'acoustique clôturent ce chapitre.

2.1 Le système de conditionnement d'air

2.1.1 Rôle du système

Les conditions très variables auxquelles un avion peut être soumis dans les différentes zones de son domaine de vol soulignent le rôle primordial du **pack de climatisation**. En effet, suivant l'altitude, les conditions météorologiques ou le lieu géographique, la température peut varier entre $+40^{\circ}$ et -50°C et la pression peut descendre jusqu'à 250 mbar (10 000 m). Ainsi, pour assurer des conditions "viabiles" dans les aéronefs, il est nécessaire de réguler la température et la pression en cabine. En effet, on considère généralement que suite aux troubles du comportement liés à la diminution de pression, la capacité à effectuer un travail est nulle sous une pression de l'ordre de 400 mbar, du fait de la diminution de la pression partielle d'oxygène. En général, la pression est maintenue autour de 750 mbar (pression équivalente à une altitude de l'ordre de 2500 m), ceci résultant d'un compromis entre les contraintes exercées sur les structures et le confort des personnes à bord. La température dans la cabine est maintenue autour de 24°C ; le système doit alors compenser la chaleur dégagée par les équipements de bord et le métabolisme des passagers et de l'équipage, ainsi que la chaleur échangée avec l'extérieur par transfert thermique au niveau des parois, ces deux effets étant antagonistes en altitude. Le pack de climatisation doit par ailleurs maintenir un degré d'humidité suffisant au confort. Pour un avion de transport classique, en classe économique, les passagers dégagent suffisamment de vapeur d'eau par transpiration pour que le système n'ait pas besoin de réhumidifier l'air envoyé en cabine. Ce n'est pas le cas en classe affaire ou dans les avions de type "jets privés", où la "densité de passagers" est inférieure. Dans ce cas, la réhumidification est nécessaire. De plus, si le système joue un rôle fondamental pour la sécurité des passagers et personnels naviguants, il sert aussi à assurer la climatisation des équipements de bord.

2.1.2 Fonctionnement global

La solution technique généralement adoptée (Eglen, 1991) est le **cycle à air**, qui repose sur la détente d'air pressurisé prélevé sur les moteurs de l'avion et refroidi par de l'air extérieur. Le cycle à air est préféré au cycle vapeur pour sa capacité à pressuriser la cabine, sa simplicité de fonctionnement et son faible coût de maintenance. De plus, un système fournissant la puissance froide nécessaire à la climatisation d'un avion aurait un poids prohibitif s'il utilisait un cycle vapeur. Les deux principaux inconvénients du cycle à air sont la diminution du rendement moteur induite par le prélèvement, et le fonctionnement au sol, où l'extinction des réacteurs doit être compensée par le groupe auxiliaire de puissance.

La figure 2.1 montre l'implantation du système de conditionnement d'air sur avion. On remarquera notamment le système de prélèvement d'air sur les réacteurs, les deux groupes de conditionnement d'air et la chambre de mélange. Si la vanne de régulation n'est pas à proprement parler un élément du système, elle participe toutefois au maintien de la pression en cabine. On notera la présence du groupe auxiliaire de puissance installé dans la queue de l'appareil.

Le groupe de conditionnement d'air est un ensemble complexe et très compact, voir la

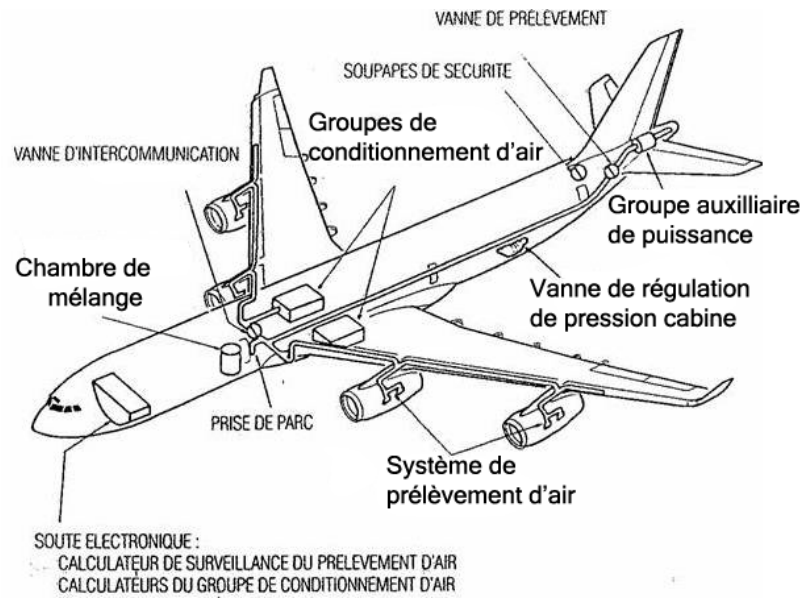


Figure 2.1: Implantation du système de conditionnement d'air sur avion (Document LTS).

figure 1.1 (a). Les différents éléments qui le composent sont représentés sur la figure 2.2. On y observe les échangeurs primaire (1) et principal (3); la turbomachine (2 et 6); le condenseur (4) et l'extracteur d'eau (5).

Le synoptique de fonctionnement de la figure 2.3 précise le chemin de l'air à travers ces éléments. Deux flux transitent dans le pack : le premier (en gris clair sur la figure) est celui de l'air frais extérieur destiné à ventiler les échangeurs; c'est la source froide du système. En vol, ce flux est naturellement créé par la pression dynamique extérieure; au sol, c'est le ventilateur (7) qui assure ce rôle. L'air (chaud) prélevé sur les moteurs est le second flux. Il passe d'abord par l'échangeur primaire (1), avant d'être comprimé par le compresseur centrifuge (2). Il est ensuite refroidi par l'échangeur principal (3), puis déshumidifié par le tandem condenseur-extracteur d'eau (4 et 5), afin d'éviter que du givre ne se forme dans la turbine au risque de l'endommager. Le flux entre alors dans la turbine centripète (6), et part finalement dans la chambre de mélange, où il sera régulé en température et réhumidifié si nécessaire, pour pouvoir enfin alimenter la cabine. Notons que, du fait de la faible circulation d'air en cabine, la pression totale (et non la pression statique) est la variable d'intérêt.

La taille de l'échangeur principal (3) (et donc du système comme on l'observe sur la figure 1.1 (a)) est conditionnée par l'augmentation de température à la traversée du compresseur et dépend donc directement de la performance de celui-ci. Dans le domaine du conditionnement d'air, le rôle fondamental du compresseur centrifuge est donc d'élever la pression totale de l'écoulement à un niveau donné avec le minimum possible d'élévation de température.

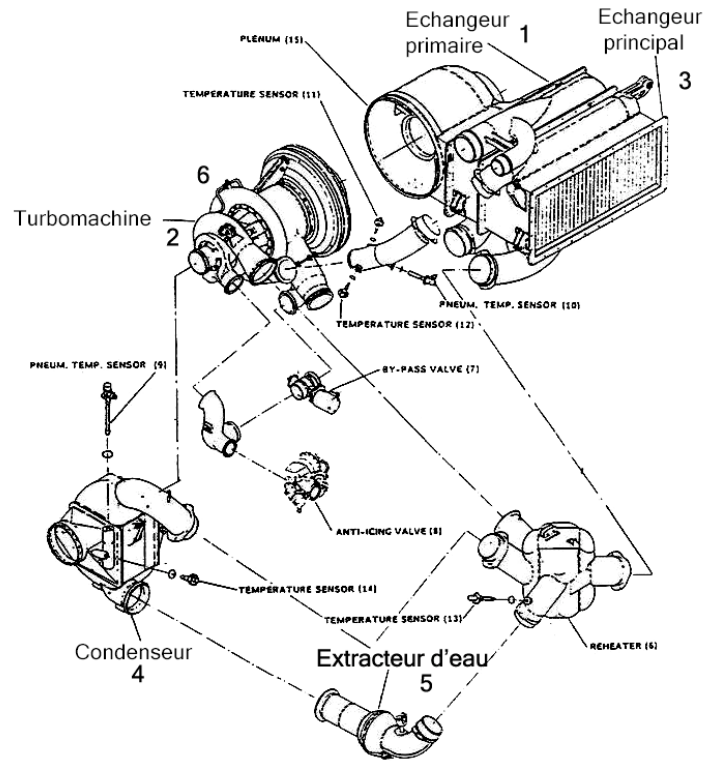


Figure 2.2: Vue schématique du groupe de conditionnement d'air (Document LTS).

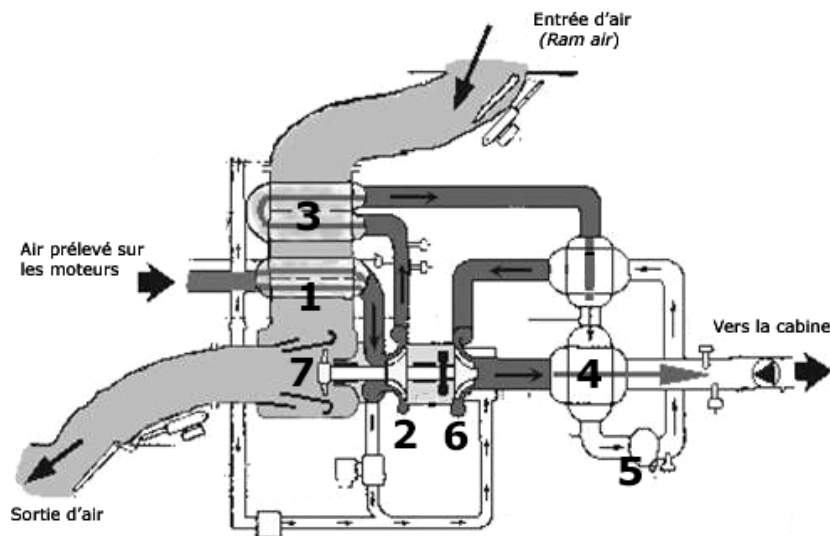


Figure 2.3: Vue synoptique du fonctionnement du pack de climatisation (Document LTS).

2.2 Le compresseur centrifuge

Ce paragraphe débute par une brève introduction historique du compresseur centrifuge. Les principaux composants de l'étage sont ensuite présentés, et leur fonctionnement décrit par une approche thermodynamique du problème. Cette approche permet d'introduire la notion de performance, et d'arriver à une première compréhension des caractéristiques globales des compresseurs centrifuges.

2.2.1 Généralités

La première turbine à gaz à délivrer une puissance nette positive (11 hp) fut réalisée par Aegidius Elling en 1903 (Bolland et Veer, 2003); elle était constituée de six étages de compresseurs centrifuges, d'une chambre de combustion et d'une turbine radiale. Le compresseur centrifuge avait auparavant été étudié par le Prof. Rateau (Mérigoux, 1999), qui fournit un certain nombre de réalisations impressionnantes à l'Exposition Universelle de 1900 (dont une turbine à vapeur avec aubages Pelton). Par la suite, en avance sur son équivalent axial, le compresseur centrifuge atteint le premier une certaine maturité opérationnelle, en témoigne son utilisation en 1939 dans le turboréacteur propulsant le premier Jet, le HE78 de Heinkel.

En terme de spécificité, le compresseur radial se distingue de son homologue axial par de plus forts taux de compression par étage, mais au prix d'un débit moindre ou d'un encombrement radial plus important. La différence est moins tranchée en ce qui concerne rendement. En effet, bien que les écoulements fortement tridimensionnels qui se développent dans les conduits étroits et courbés des roues de compresseurs centrifuges soient sources de pertes aérodynamiques importantes, la contribution des forces centrifuges permet d'obtenir des rendements comparables dans les deux cas. Cet "effet centrifuge" est une caractéristique des machines radiales (voir le paragraphe 2.2.3 sur l'approche thermodynamique).

Malgré une histoire déjà ancienne, le compresseur centrifuge reste un élément central dans de nombreuses applications : la turbo-propulsion de faible poussée –de l'ordre de 5 à 100 daN (Mecachrome, Microturbo, Williams, AMT . . .); la suralimentation automobile (Honeywell-Garrett, IHI); le conditionnement d'air (LTS, Hamilton Sundstrand, Honeywell); les applications industrielles pour le gaz ou le pétrole (Solar Turbines, Dresser Rand, Nuovo Pignone). . . D'un point de vue scientifique, les écoulements dans les compresseurs centrifuges restent un sujet d'études variées, notamment sur :

- les aspects aérodynamiques vers les forts taux de compression (Higashimori *et al.*, 2004; Ibaraki *et al.*, 2003);
- la compréhension (Ziegler, Gallus et Niehuis, 2003a; Shum, Tan et Cumpsty, 2000) et la modélisation (Rochuon et Trébinjac, 2005) des interactions rotor/stator;
- le design direct (Arnone *et al.*, 2002; Came et Robinson, 1999), inverse (Zangeneh *et al.*, 2004; Passrucker et Van den Braembussche, 2000) et l'optimisation "mathématique" (Demeulenaere et Hirsch, 2005; Lee, Luo et Bein, 2001);
- l'augmentation de la plage de fonctionnement (Skoch, 2003; Wernet, Bright et Skoch, 2001);
- sans oublier les aspects acoustiques (Roger, 2004), aujourd'hui essentiels.

2.2.2 La géométrie

La figure 2.4 présente une vue schématique d'un étage complet de compresseur centrifuge, c'est-à-dire la juxtaposition

- d'une partie amont ;
- d'une roue ;
- d'un diffuseur ;
- d'une volute.

Les numéros donnés sur la figure 2.4 correspondent à la convention de notation utilisée dans la suite pour représenter les différentes stations de l'étage.

La partie amont Le rôle de la partie amont est d'amener l'écoulement jusqu'à la roue. On classe sous la dénomination générale de partie amont des éléments aussi divers que : des vanes de prérotation (cas de la figure 2.4) ; un canal de retour ; un plenum d'alimentation ; ou un simple pavillon axial.

La roue La roue est l'élément fondamental du compresseur, car elle fournit la totalité de l'échange de travail ; il s'agit en effet du seul élément mobile de l'étage. La roue de la figure 2.4 comporte ce qu'on appelle une zone inductrice, c'est-à-dire que les pales commencent dans la partie axiale de la veine méridienne ; on considère que les roues de ce type ont des performances supérieures aux roues qualifiées de 2D, dont le bord d'attaque est situé dans le virage axial-radial. La figure 2.5 (a) présente diverses morphologies de roues de compresseurs centrifuges. On remarquera notamment les différences entre ces roues en termes de nombre de pales, de hauteur des aubages et d'angle de couchage en sortie.

La complexité de ce type de géométrie pleinement tridimensionnelle nécessite l'introduction de surfaces de référence, qui rendent l'analyse des écoulements plus accessible (Wu

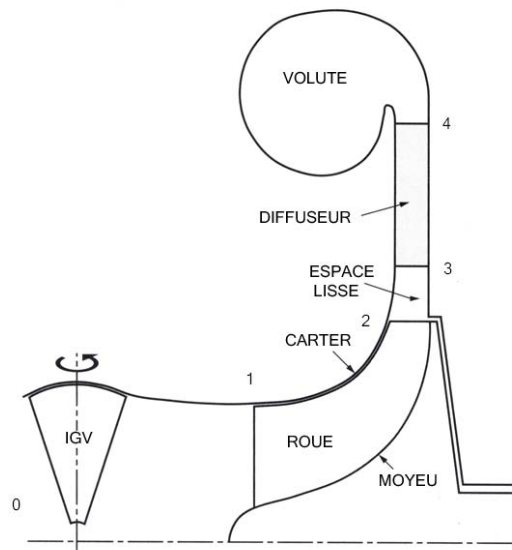


Figure 2.4: Vue schématique d'un étage de compresseur centrifuge, d'après Baines (2005).

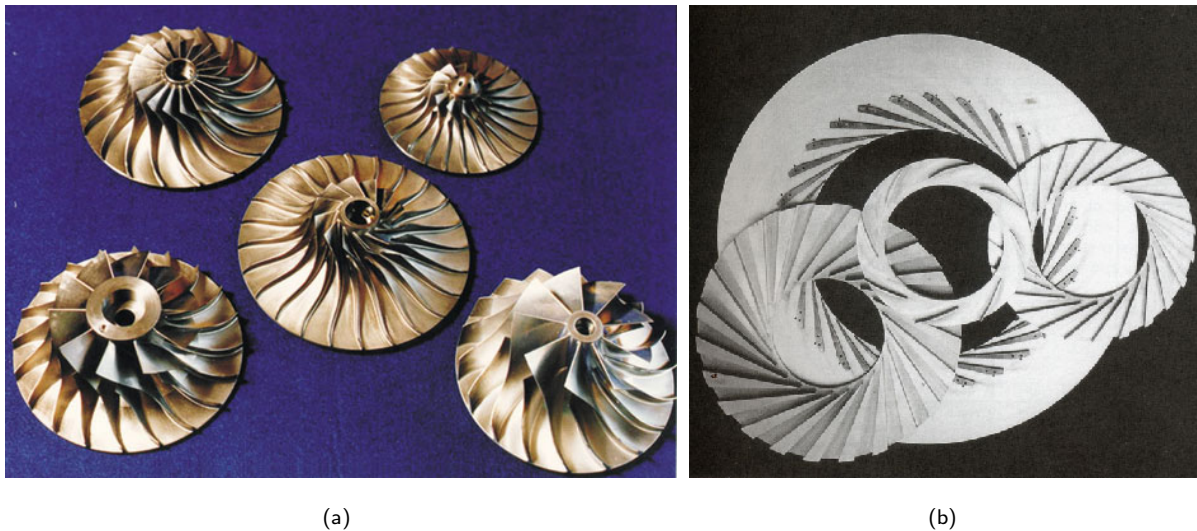


Figure 2.5: Différentes roues (a) et diffuseurs (b) de compresseurs centrifuges, d'après Japikse et Baines (1997).

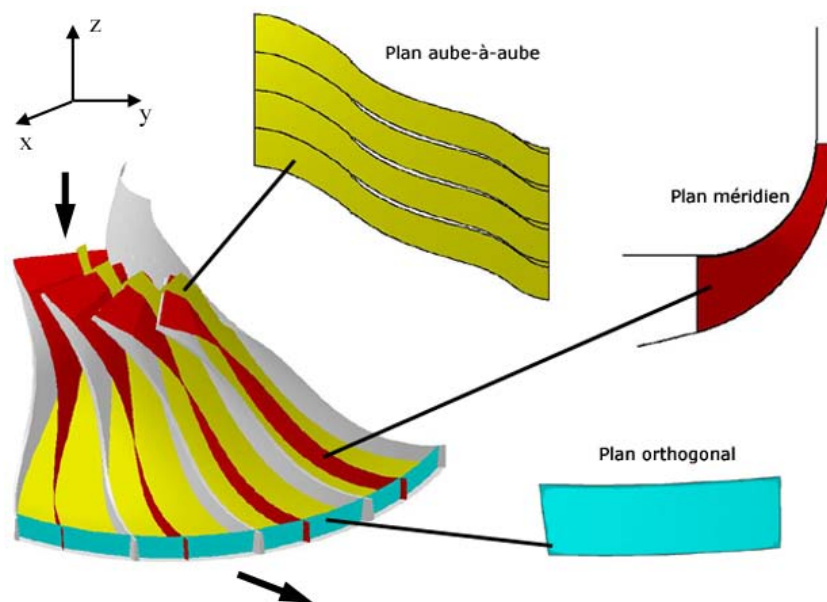


Figure 2.6: Surfaces de référence dans un compresseur centrifuge : projection méridienne, plan aube-à-aube et coupe orthogonale.

et Brown, 1951). La figure 2.6 présente ces surfaces : les surfaces méridiennes sont obtenues par projection sur le plan r, z ; les surfaces aube-à-aube sont généralement représentées par une transformation conforme dans le plan $ds/r, d\theta$ (où s est l'abscisse curviligne) ; et les coupes orthogonales, qui peuvent être considérées comme quasi-planes. La figure 2.6 permet d'insister sur les courbures caractéristiques des canaux de compresseurs centrifuges : le virage axial-radial (vue méridienne) et les courbures du plan aube-à-aube. On distingue d'ailleurs plusieurs cas pour la sortie de roue, où les pales peuvent être purement radiales ou couchées en arrière (cas de la figure 2.6), ce qui ajoute une courbure spécifique.

Le diffuseur À la sortie du rotor, la pression statique de l'écoulement a augmenté, mais une partie de la pression totale apportée par la roue est présente sous forme d'énergie cinétique. Le rôle du diffuseur est alors de ralentir cet écoulement, car les pertes dans les conduits en aval dépendent fortement du nombre de Mach de l'écoulement. Ce ralentissement permet de plus la conversion d'une part de l'énergie cinétique en pression statique. La figure 2.5 (b) présente différents types de diffuseurs : le diffuseur triangulaire, pour lequel une approche de l'écoulement "par canaux" est particulièrement adaptée ; le diffuseur aubé à profils, dont on comprend mieux les caractéristiques par une approche "par aubages". Les diffuseurs à faible solidité reçoivent de plus en plus d'attention ; ils sont semblables aux diffuseurs aubés, mais se caractérisent par un faible nombre de pales, ce qui a pour conséquence l'absence de "col" géométrique¹. Ceci accroît la plage de fonctionnement de l'étage, mais généralement au prix de pertes légèrement plus importantes. Il existe aussi des diffuseurs lisses, dépourvus de pales, souvent préconisés pour les applications où le taux de compression reste inférieur à 2.5.

La volute Le rôle principal de la volute est de collecter l'écoulement radial en sortie diffuseur, pour le restituer au système par un conduit tubulaire. Néanmoins, par le biais d'une évolution de la section de passage, la volute peut convertir une partie de l'énergie cinétique restante en pression statique. L'écoulement dans la volute est souvent modélisé (hypothèse de régime incompressible) par des spirales logarithmiques, mais une partie du fluide effectue la giration complète et se juxtapose à l'écoulement principal au niveau du bec.

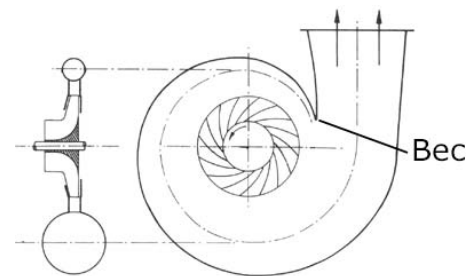


Figure 2.7: Volute.

2.2.3 Approche thermodynamique

Les écoulements dans les turbomachines à gaz relèvent en majorité du domaine compressible, et s'effectuent avec échange de travail lors de la traversée de parties mobiles. Dans ce contexte, une approche thermodynamique est utile pour comprendre et quantifier les différents échanges mis en jeu.

2.2.3.1 Triangle des vitesses

Le triangle des vitesses de la figure 2.8 repose sur la composition des vitesses

$$\mathbf{V} = \mathbf{W} + \mathbf{U} \quad , \quad (2.1)$$

où \mathbf{V} , \mathbf{W} et \mathbf{U} sont respectivement les vecteurs² vitesse absolue, relative et de la pale. La figure 2.8 donne les principales projections de ces vecteurs sur les directions r , z et θ . Les angles α et β représentent respectivement les angles d'écoulement absolus et relatifs.

¹Ce terme désigne la section de passage minimale entre les aubages.

²Par convention, les vecteurs seront notés en gras.

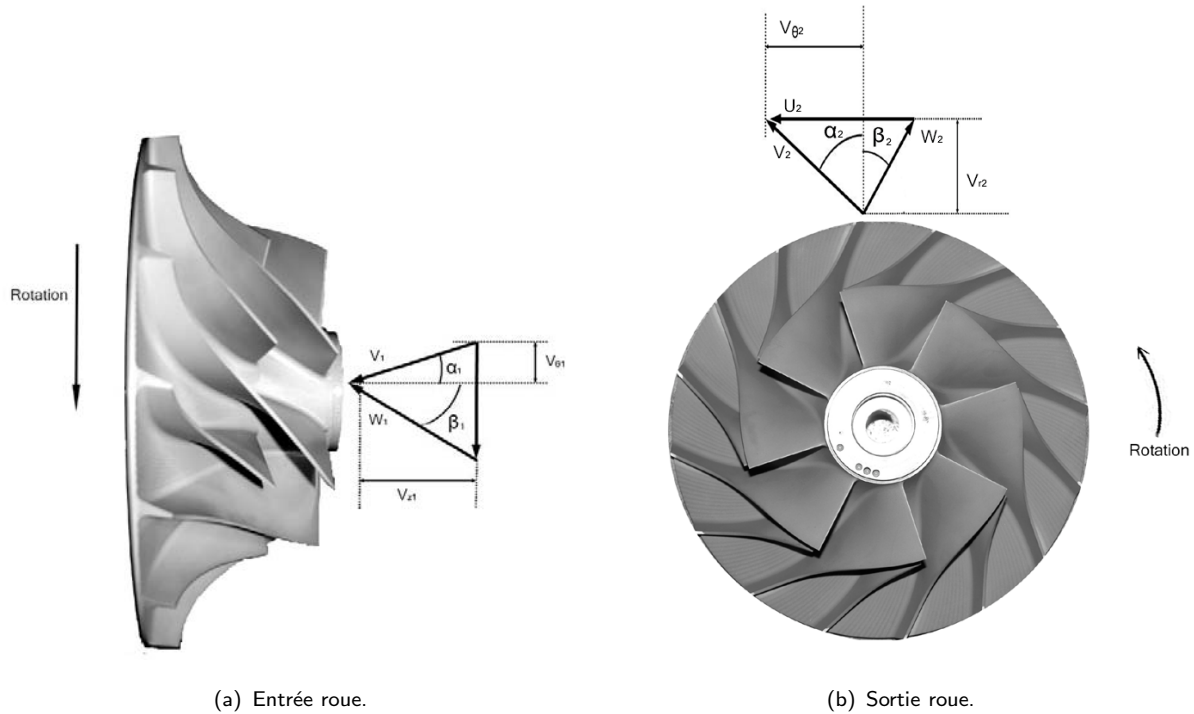


Figure 2.8: Triangle des vitesses (les indices 1 et 2 se réfèrent aux stations dans la roue, voir figure 2.4).

Notons que les composantes V_z en entrée et V_r en sortie sont directement reliées au débit qui traverse le compresseur. Le paragraphe suivant présente l'équation d'Euler, qui nous permettra de donner un sens aux projections tangentielles.

2.2.3.2 Puissance échangée

En partant d'un bilan classique de quantité de mouvement, il est possible de relier les états amont et aval d'un écoulement traversant une machine tournante au travail échangé durant cette traversée (notations de la figure 2.8). L'équation d'Euler stipule que, pour un compresseur,

$$\mathcal{P}_{ech} = \dot{m}(U_2 V_{\theta_2} - U_1 V_{\theta_1}) \quad . \quad (2.2)$$

Cette équation exprime le fait que le travail que peut *recevoir* le fluide à travers la machine est lié à la capacité de celle-ci à produire sur l'écoulement une **variation du rayon moyen** ($U = r\Omega$) et une **déviations** (V_θ). Ceci montre pourquoi la géométrie même du compresseur centrifuge (variation de rayon) lui permet d'atteindre des taux de compression supérieurs à ceux rencontrés dans les compresseurs axiaux. C'est ce qu'on appelle l'effet centrifuge.

Le premier principe de la thermodynamique

$$dh + dE_c = \delta Q_{ech} + \delta \mathcal{W}_{ech} \quad , \quad (2.3)$$

montre que *le travail absorbé* par le compresseur (\mathcal{W}_{ech}) se traduit par une variation d'enthalpie statique et d'énergie cinétique (E_c). En notant que les conditions totales traduisent l'intégration de l'équation (2.3) entre l'écoulement et un arrêt ($E_c=0$) isentropique (donc adiabatique $Q_{ech} = 0$, et réversible $\mathcal{W}_{ech} = 0$), on introduit l'enthalpie totale

$h_t = h + 1/2V^2$. Dans le cas d'une évolution adiabatique, l'intégration du premier principe montre que

$$\mathcal{P}_{ech} = \dot{m} \left((h_2 + \frac{1}{2}V_2^2) - (h_1 + \frac{1}{2}V_1^2) \right) = \dot{m} (h_{t_2} - h_{t_1}) \quad , \quad (2.4)$$

où la puissance échangée s'exprime $\mathcal{P}_{ech} = \dot{m}\mathcal{W}_{ech}$. Il apparaît donc que la totalité de la puissance échangée entre l'arbre et le fluide *via* le compresseur (au rendement mécanique et aux pertes externes près) se retrouve dans la variation d'enthalpie totale.

La combinaison des équations (2.2) et (2.4) permet alors de relier la variation d'enthalpie totale à la variation du produit $U.V_\theta$ à travers l'étage :

$$h_{t_2} - h_{t_1} = U_2V_{\theta_2} - U_1V_{\theta_1} \quad . \quad (2.5)$$

Cette équation montre notamment que les composantes en V_θ du triangle des vitesses déterminent le travail échangé à travers la roue.

La température totale étant définie par $h_t = C_p T_t$, la relation précédente permet de quantifier la variation de température totale à la traversée de la roue. À ce stade, la variation de pression totale associée n'est accessible que si l'on suppose la transformation isentropique, auquel cas la loi de la Laplace peut s'appliquer : $P_{t_2}/P_{t_1} = (T_{t_2}/T_{t_1})^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$. En pratique, les pertes générées à la traversée de la machine entraînent une diminution de la pression totale récupérée.

2.2.3.3 Retour sur le triangle des vitesses

En utilisant les relations mathématiques classiques dans les triangles, on peut récrire l'équation (2.5) de la manière suivante :

$$h_{t_2} - h_{t_1} = \frac{1}{2} \left[\underbrace{(U_2^2 - U_1^2)}_{\text{Effet centrifuge}} - \underbrace{(W_2^2 - W_1^2)}_{\text{Diffusion dans le repère relatif}} + \underbrace{(V_2^2 - V_1^2)}_{\text{Apport d'énergie cinétique}} \right] \quad . \quad (2.6)$$

Cette décomposition présente l'augmentation d'enthalpie totale comme la somme de

- l'effet centrifuge, qui a la particularité de s'effectuer sans perte ;
- la diffusion dans le repère relatif, ou ralentissement de l'écoulement dans la roue ;
- la part reçue par le fluide sous forme d'énergie cinétique. Ce terme représente donc la charge du diffuseur.

En général, ces trois contributions sont d'ordres de grandeur comparables.

2.2.3.4 Rendement du processus

En rappelant que le rôle d'un compresseur est de minimiser l'augmentation de température totale pour une variation de pression totale donnée, nous allons exprimer le rendement d'un étage de compression. Pour cela, il faut tout d'abord spécifier :

- une transformation idéale de référence ;
- les états thermodynamiques amont et aval (conditions totales ou statiques) ;
- les stations entre lesquelles le rendement est évalué.

Le rendement compare alors le processus réel et le processus idéal au travers du travail nécessaire pour passer des conditions d'entrée aux conditions de sortie requises. Ainsi, le rendement d'un compresseur peut s'écrire

$$\eta_c = \frac{\text{Travail absorbé dans le cas idéal}}{\text{Travail réellement absorbé}} \quad (2.7)$$

La référence la plus utilisée est la transformation isentropique. La représentation du processus de compression dans un diagramme enthalpie-entropie permet de clarifier ces notions, voir la figure 2.9. La transformation isentropique, passage de P_{t1} à P_{t2-is} , y est représentée par une verticale ($\Delta s = 0$), alors que le processus réel, de h_{t1} à h_{t2} , implique la création d'entropie (pertes) et donc un déplacement vers la droite. Dans le cas de la transformation réelle, la puissance à fournir est donc plus importante (pour un même travail utile, *i.e.* la compression). Si on impose alors les conditions totales en pression en entrée et sortie, le travail consommé dans les deux transformations s'exprime comme la variation d'enthalpie totale dans une transformation isentropique rapportée à la variation réelle :

$$\eta_{is-tt} = \frac{h_{t2-is} - h_{t1}}{h_{t2} - h_{t1}} = \frac{C_p (T_{t2-is} - T_{t1})}{C_p (T_{t2} - T_{t1})} \quad (2.8)$$

Comme la pression totale en sortie est prescrite, on peut utiliser la loi de Laplace pour la transformation isentropique et donc $T_{t2-is}/T_{t1} = (P_{t2}/P_{t1})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$. Finalement, le rendement isentropique total-total s'exprime

$$\eta_{is-tt} = \frac{\left(\frac{P_{t2}}{P_{t1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{T_{t2}}{T_{t1}} - 1} \quad (2.9)$$

On vérifie que, pour un taux de compression imposé, le rendement sera d'autant meilleur que l'augmentation de température sera faible (ou, plus exactement, proche de l'augmentation correspondant au cas isentropique).

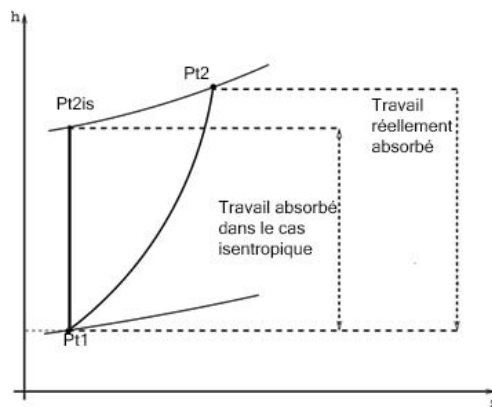


Figure 2.9: Diagramme enthalpie-entropie pour un étage de compresseur centrifuge

Enfin, l'augmentation de pression totale à travers la roue (évaluée par le taux de compression π_{tt}) dépend du travail échangé par le biais du rendement :

$$\pi_{tt} = \left(1 + \eta_{is-tt} \frac{\mathcal{P}_{ech}}{\dot{m} C_p T_{t1}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad (2.10)$$

et l'on retrouve le principe même du compresseur : convertir la puissance sur l'arbre en travail utile, ici un taux de compression.

2.2.4 Performance

Le taux de compression (π) et le rendement (η) sont les principales mesures de la performance d'une turbomachine, et doivent être présentés en fonction du point de fonctionnement considéré. Celui-ci est défini par 7 grandeurs : le débit (\dot{m}) et la vitesse de rotation de la roue (N) ; les conditions d'alimentation (pression et température totales P_{t1} et T_{t1}) ; et la nature du gaz : R , γ et μ . L'analyse dimensionnelle aboutit notamment à la définition de variables sans dimension qui permettent de généraliser les comparaisons entre machines (Lakshminarayana, 1996). Nous ne nous étendrons pas sur ce point dans ce chapitre, car il est largement traité dans le chapitre 9 traitant de la similitude. On retiendra simplement que les variables adimensionnelles suivantes sont utilisées pour décrire le point de fonctionnement

$$\frac{\dot{m} \sqrt{RT_{t1}}}{P_{t1} D^2}, \quad \frac{ND}{\sqrt{\gamma RT_{t1}}}, \quad \frac{ND^2 P_{t1}}{\mu RT_{t1}}, \quad \gamma. \quad (2.11)$$

Elles représentent, respectivement, le débit et la vitesse de rotation adimensionnels, le nombre de Reynolds, complétés par le rapport des chaleurs spécifiques, qui caractérise le gaz. Dans la pratique industrielle, il est courant de limiter la définition du point de fonctionnement au débit et à la vitesse de rotation. Dans ce cas, on omet généralement le diamètre et l'on ramène les conditions de pression et température aux conditions standards ($P_{ref}=101\,325$ Pa et $T_{ref}=288.15$ K). Les variables ainsi obtenues

$$\dot{m}_{red} = \frac{\dot{m} \sqrt{T_{t1}/T_{ref}}}{P_{t1}/P_{ref}} \quad \text{et} \quad N_{red} = \frac{N}{\sqrt{T_{t1}/T_{ref}}}, \quad (2.12)$$

sont alors homogènes à un débit et une vitesse de rotation, respectivement. On peut aisément montrer (voir chapitre 10) que ces grandeurs "réduites" correspondent aux débit et vitesse de rotation qui donneraient les mêmes taux de compression et rendement (à l'effet Reynolds près) si la machine était alimentée sous pression et température standards.

L'évaluation de la performance d'un compresseur ne se limitant généralement pas à un seul point de fonctionnement, on la caractérise au travers du **champ**, figure 2.10. Le champ compresseur figure les caractéristiques taux de compression en fonction du débit corrigé à vitesse de rotation corrigée constante, auxquelles on superpose souvent les contours d'isorendement. La limite aux faibles débits est le **pompage**, qui se caractérise par une instabilité de l'écoulement (parfois jusqu'à inversion du débit), accompagnée d'oscillations de pression de grande amplitude, pouvant à terme détériorer la machine. Aux forts débits, la limite est le **blocage**, qui correspond à l'apparition d'une section sonique dans l'étage.

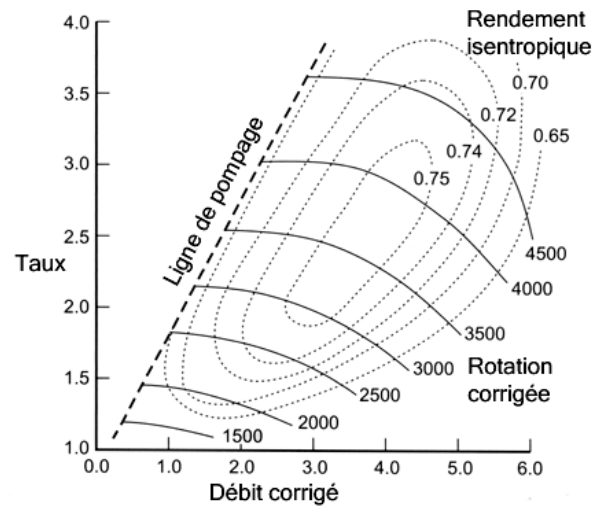


Figure 2.10: Champ compresseur type, d'après Baines (2005)

Ces deux limites permettent d'introduire une autre mesure importante de la performance : la plage de fonctionnement. Elle se définit comme

$$\text{Plage} = \frac{\dot{m}_{\text{blocage}} - \dot{m}_{\text{pompage}}}{\dot{m}_{\text{nominal}}} \quad (2.13)$$

Le débit de blocage est parfois utilisé au dénominateur de cette expression. On notera que la plage d'un compresseur diminue quand le taux de compression augmente. Les phénomènes liés au pompage sont le sujet d'études à part entière, nous ne les aborderons que succinctement dans ce mémoire.

2.3 Aérodynamique des compresseurs centrifuges

Les pales, le moyeu et le carter d'une roue de compresseur centrifuge définissent des canaux supposés guider l'écoulement. Cependant, certains phénomènes se produisent qui empêchent le fluide d'être parfaitement canalisé. La qualification d'écoulement principal se réfère alors à la fraction de l'écoulement qui suit la géométrie, par opposition à l'écoulement secondaire, terme par lequel on désigne les composantes de l'écoulement dans des plans orthogonaux à la direction principale.

L'analyse des forces créées par l'écoulement principal permet de comprendre l'établissement des gradients de pression qui s'établissent dans un compresseur centrifuge. Nous verrons dans le chapitre 7 que ces gradients sont une variable importante pour le concepteur. Ils participent de plus à l'explication de la formation des écoulements secondaires, source de perte importante dans les turbomachines.

2.3.1 L'écoulement principal

2.3.1.1 Bilan non-visqueux des forces en jeu

L'écriture des équations d'Euler dans le référentiel mobile (ou relatif) lié à la roue fait apparaître les forces que subissent les particules fluides. Ce référentiel étant non-Galiléen, les accélérations centrifuges et de Coriolis se manifestent comme des forces externes.

Mis à part le gradient de pression, quatre forces doivent être prises en compte, exprimées ici dans le repère lié à la particule (trièdre de Frenet) :

- la force d'inertie liée à la variation de vitesse de la particule sur sa trajectoire (exprimée ici par unité de volume) :

$$\mathbf{F}_{\text{inertie}} = -\rho W \frac{\partial W}{\partial s} \mathbf{u}_s \quad . \quad (2.14)$$

La direction de cette force est donnée par la trajectoire, \mathbf{u}_s représentant le vecteur unitaire tangent à la trajectoire au point considéré. Dans un compresseur, les particules sont généralement ralenties sur la majeure partie de leur trajet, et donc $\partial W/\partial s$ est souvent négatif ;

- la force centrifuge induite par la rotation de la roue (voir la figure 2.11 pour une représentation en vue méridienne), qui s'écrit :

$$\mathbf{F}_{\text{centrifuge-rotation}} = -\rho \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) \quad , \quad (2.15)$$

où $\boldsymbol{\Omega} = \Omega \mathbf{u}_z$ est le vecteur rotation du repère. En notant r la distance à l'axe de rotation (en projection orthogonale), et \mathbf{u}_r le vecteur direction radiale, la force centrifuge s'exprime :

$$\mathbf{F}_{\text{centrifuge-rotation}} = \rho \Omega^2 r \mathbf{u}_r \quad . \quad (2.16)$$

La direction de cette force, \mathbf{u}_r , est donc strictement liée à la référence fixe donnée par l'axe de rotation ;

- la force de Coriolis due à la rotation de la roue :

$$\mathbf{F}_{\text{Coriolis}} = -2\rho \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{W} \quad . \quad (2.17)$$

Étant donné que la force de Coriolis est donnée par un produit vectoriel impliquant la vitesse relative, sa direction dépend directement de la trajectoire de la particule dans le référentiel de la roue (voir la figure 2.12 pour une représentation dans un plan aube-à-aube) ;

- finalement, la trajectoire dans le référentiel relatif étant elle-même courbée, on introduit la force centrifuge due aux courbures. Son expression est sensiblement analogue à la force centrifuge due à la rotation :

$$\mathbf{F}_{\text{centrifuge-courbure}} = -\rho \boldsymbol{\Omega}_c \times (\boldsymbol{\Omega}_c \times \mathbf{r}) \quad ,$$

où Ω_c désigne le “vecteur rotation instantanée”, qui autorise le traitement de l’effet de courbure comme un effet de rotation :

$$\Omega_c = -\frac{W}{R_c} \mathbf{u}_b \quad ,$$

avec \mathbf{u}_b vecteur bi-normal, défini pour former un trièdre direct avec \mathbf{u}_s et \mathbf{u}_n , et R_c le rayon de courbure (local) de la trajectoire de la particule. On peut finalement écrire :

$$\mathbf{F}_{\text{centrifuge-courbure}} = \rho \frac{W^2}{R_c} \mathbf{u}_n \quad . \quad (2.18)$$

En négligeant les effets visqueux, la projection de ces forces dans les surfaces de référence donne accès à une première évaluation des gradients de pression dans la roue.

2.3.1.2 Analyse dans une projection méridienne

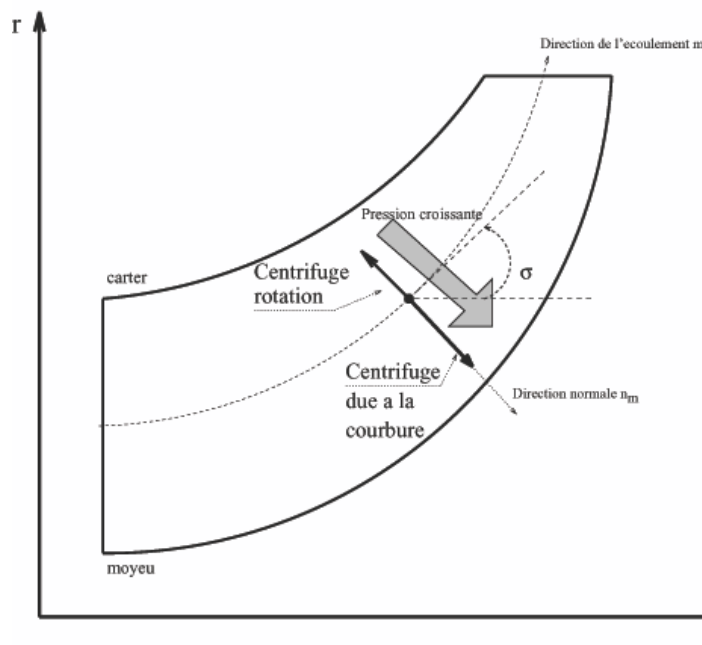


Figure 2.11: Vue méridienne : représentation des forces *projetées* sur la normale à la trajectoire .

En se plaçant dans un plan méridien moyenné, *i.e* une surface où les quantités sont obtenues par moyenne dans la direction azimutale, les forces précédentes se projettent de la manière suivante (voir figure 2.11) :

- l’effort dû au gradient de pression dans la direction normale à la trajectoire est $-\partial P / \partial n_m$;
- l’effort d’inertie dû à l’accélération de la particule est localement porté par la trajectoire ; sa projection sur la normale est donc nulle.
- si on note σ l’angle entre la tangente à la trajectoire et la direction axiale, la force centrifuge due à la rotation se projette sur la normale comme $-\rho \Omega^2 r \cos \sigma$;

- la force de Coriolis étant un produit vectoriel entre la vitesse et la rotation (deux vecteurs portés par le plan méridien), elle est orthogonale au plan méridien et n'intervient donc pas dans ce bilan ;
- la force centrifuge due à la courbure dans le plan méridien s'écrit $\rho W_m^2/R_m$, où R_m représente la courbure dans le plan méridien et W_m la vitesse débitante.

On peut finalement écrire le bilan non-visqueux des forces agissant sur une normale à la trajectoire :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial n_m} = -\Omega^2 r \cos \sigma + \frac{W_m^2}{R_m} \quad . \quad (2.19)$$

C'est ce que l'on appelle l'équilibre radial simplifié.

Le premier terme du membre de droite peut aussi s'écrire U^2/r , afin de comparer les deux contributions :

- À l'entrée de la roue, le rayon r est faible, est $R_m \rightarrow \infty$ (car l'écoulement est quasi-axial). U est d'un ordre de grandeur comparable à W_m , et donc la force centrifuge due à la rotation domine : le gradient de pression s'établit du moyeu vers le carter (au sens des pressions croissantes).
- Dans le virage axial-radial, la courbure dans le plan méridien est forte mais finie, le terme en $\cos \sigma$ atténue l'effet de la force centrifuge sur la normale et donc la force due à la courbure domine : le gradient de pression s'établit du carter vers le moyeu. Cette situation est illustrée figure 2.11.
- Vers la sortie de la roue, $1/R_m$ redevient petit, mais comme on s'approche d'un écoulement radial, la force due à la rotation n'a presque plus de composante sur la normale à la trajectoire, et finalement le gradient reste du carter vers le moyeu.

Pour résumer : dans le plan méridien, le gradient de pression s'établit du carter vers le moyeu dans la majeure partie de la roue.

C'est ce qu'on appelle **la charge pied-tête**.

2.3.1.3 Analyse dans une projection aube-à-aube

Dans un plan aube-à-aube, la direction de la trajectoire est orientée suivant les pales au début (donc sans composante suivant z pour une entrée axiale), puis tend vers la direction radiale à la sortie. De ce fait, la force de Coriolis varie significativement entre l'entrée et la sortie. En revanche, les expressions dérivées précédemment pour les autres forces restent valables. La situation qui nous intéresse est représentée figure 2.12, pour le cas d'une zone proche de la sortie roue. Une approche similaire permet de faire le bilan des efforts dans le plan aube-à-aube :

$$\frac{1}{\rho} \nabla P = -W \frac{\partial W}{\partial s} \mathbf{u}_s + r \Omega^2 \mathbf{u}_r - 2\Omega \times \mathbf{W} + \frac{W^2}{R_c} \mathbf{u}_n \quad . \quad (2.20)$$

Cette équation nous permet de comparer les différentes stations dans la roue :

- à l'entrée de la roue, la force de Coriolis est portée par \mathbf{u}_r et n'intervient pas dans le bilan aube-à-aube; de même pour la force centrifuge due à la rotation, elle-aussi portée par \mathbf{u}_r . On peut donc déduire de l'équation (2.20) qu'un gradient de pression s'établit pour compenser la force centrifuge due à la courbure. Ce gradient est positif de l'extrados d'une pale vers l'intrados de la suivante. L'extrados et l'intrados sont définis ici de manière géométrique (dessus/dessous). Ces termes, généralement réservés à l'aérodynamique externe, ont l'avantage de ne pas être ambigus, contrairement aux termes anglais de *pressure side* (PS) et *suction side* (SS) qui dépendent du régime de fonctionnement (en effet si l'extrados est bien en dépression aux faibles et moyens débits, il peut être en surpression aux forts débits). Toutefois, la notation PS/SS sera conservée car plus explicite dans le contexte des turbomachines;
- considérons un plan proche de la sortie de la roue, situation représentée figure 2.12. Pour quantifier le gradient de pression aube-à-aube, la direction θ est examinée. La force centrifuge due à la rotation étant portée par \mathbf{u}_r elle n'intervient pas dans ce bilan. Trois termes restent donc à examiner : la force d'inertie de la particule sur sa trajectoire, la force de Coriolis et la force centrifuge due à la courbure. La force due à la variation de vitesse de la particule est orientée suivant $-\mathbf{u}_s$, mais comme dans un compresseur la particule est décélérée, la force a une projection négative sur \mathbf{u}_θ . Il faut maintenant comparer la force centrifuge due à la courbure et la force de Coriolis. Pour des pales purement radiales en sortie, l'effet de courbure est nul en sortie. Pour des pales couchées en arrière, la force due à la courbure a une projection positive suivant θ . Cependant, le rayon de courbure est généralement grand, et la force centrifuge reste inférieure à la force de Coriolis. On conclut finalement que l'équilibre des forces est dominée par la force de Coriolis : le gradient de pression reste orienté vers de l'extrados vers l'intrados, et ce même pour des pales couchées en arrière.

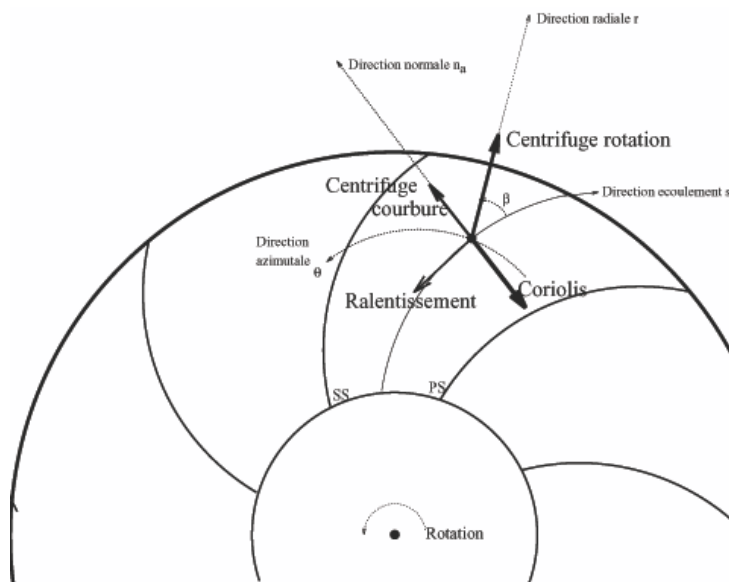


Figure 2.12: Représentation des forces en présence dans le plan aube-à-aube.

Pour résumer : dans le plan aube-à-aube, au débit nominal, le gradient de pression s'établit de l'extrados vers l'intrados dans la totalité de la roue.
C'est ce qu'on appelle **la charge aube-à-aube**.

2.3.2 L'écoulement secondaire

Au sens large, l'écoulement secondaire est défini comme les composantes de vitesse relative dans tout plan orthogonal à la direction de l'écoulement principal. Cependant, certains auteurs sont plus spécifiques : pour Hawthorne (1974) "l'écoulement secondaire se caractérise par une composante de vorticité suivant la direction des lignes de courant dans le repère relatif". Pour Bradshaw (1996) : "   cause des effets visqueux, les parois du carter et du moyeu produisent une déviation de l'écoulement principal, pour donner naissance à ce qu'on a appelé l'écoulement secondaire". Les caractéristiques suivantes sont toutefois communément acceptées :

- un caractère fortement tridimensionnel et instationnaire ;
- la présence de vorticité longitudinale (*i.e.* suivant la direction de l'écoulement principal) ;
- une forte interaction avec l'écoulement principal ;
- et une augmentation d'entropie.

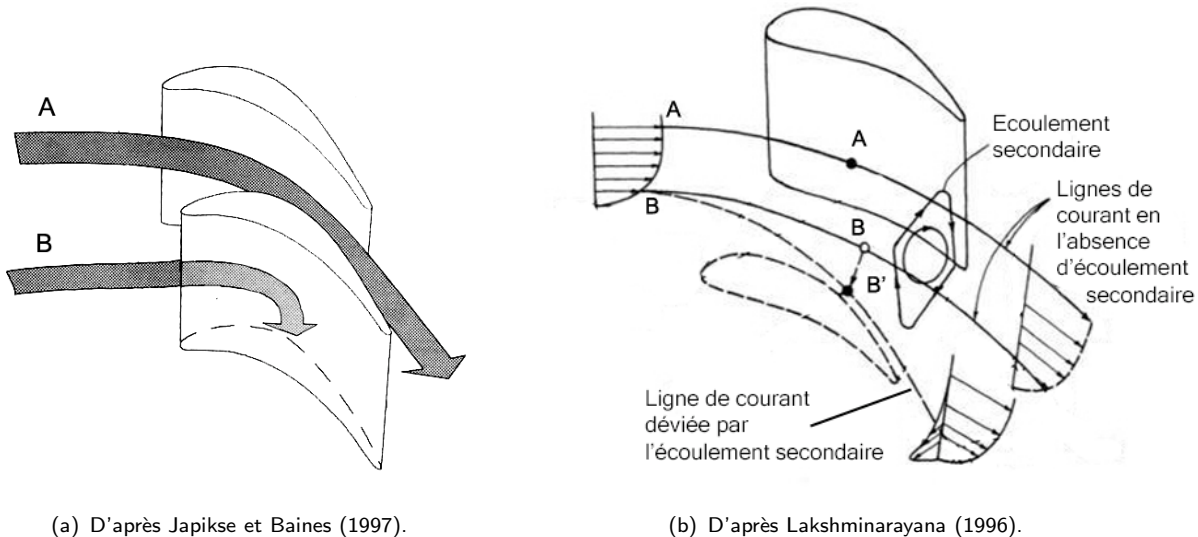


Figure 2.13: Représentation élémentaire de la formation de l'écoulement secondaire.

La figure 2.13 explique simplement la formation de l'écoulement secondaire. Considérons les lignes de courant A et B de cette figure : si on suppose que la ligne A suit la direction de la pale, le paragraphe précédent a montré qu'il s'établissait un gradient de pression

de l'extrados vers l'intrados. Sous les hypothèses de Prandtl, la trajectoire B (située dans la couche limite) subit le même gradient pression. Or, si on se réfère à l'équation (2.20), les forces sensées équilibrer ce gradient de pression sont insuffisantes pour maintenir la particule sur la même trajectoire que la ligne A, à cause du déficit de vitesse dû à la couche limite du moyeu. Pour cette raison, la particule est déviée vers l'extrados (figure 2.13 (a)). Ceci donne naissance à des composantes de vitesse orthogonales à l'écoulement principal, et plus généralement à l'écoulement secondaire (figure 2.13 (b)).

Le raisonnement précédent montre que l'écoulement secondaire est en fait une création de vorticité longitudinale par réorientation de la vorticité transversale présente dans les couches limites. Pour cette raison, une distinction particulière est faite en ce qui concerne l'écoulement de jeu. Au sens large, le jeu entre le carter et l'extrémité des pales est bien la cause d'un écoulement secondaire, mais l'origine est différente : l'écoulement de jeu se développe du fait de la charge de la pale et de l'entraînement du carter.

2.3.2.1 Approche théorique

La théorie pour les écoulements secondaires se base sur les équations de transport de la vorticité. La vorticité absolue est égale au rotationnel de la vitesse absolue :

$$\boldsymbol{\omega} = \text{rot}\mathbf{V} = \nabla \times \mathbf{V} \quad . \quad (2.21)$$

Ce paragraphe ne prétend pas présenter une dérivation complète des équations générales gouvernant la vorticité (se référer par exemple à Lakshminarayana (1996) pour les équations complètes, et à Lakshminarayana et Horlock (1973) pour une dérivation détaillée). Nous allons présenter ici les équations simplifiées pour la composante longitudinale de vorticité, le but étant de comprendre les mécanismes de création des écoulements secondaires, dans un premier temps, puis de présenter les structures classiques que l'on peut attendre.

D'après Hawthorne (1974), l'équation pour la vorticité relative longitudinale (ω_s^* , composante suivant \mathbf{u}_s du vecteur $\boldsymbol{\omega}^*$), peut s'écrire

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\omega_s^*}{W} \right) = \frac{2}{\rho W^2} \left(\underbrace{\frac{1}{R_n} \frac{\partial P_r}{\partial b}}_{\text{Courbure}} + \underbrace{\frac{\Omega}{W} \frac{\partial P_r}{\partial z}}_{\text{Rotation}} \right) \quad , \quad (2.22)$$

où P_r , la "pression relative en rotation", s'écrit :

$$P_r = P + \frac{\rho W^2}{2} - \frac{\rho \Omega^2 r^2}{2} \quad , \quad (2.23)$$

avec b la direction normale au plan considéré, et R_n la courbure dans ce même plan.

2.3.2.2 Structures tourbillonnaires élémentaires

L'évaluation des termes de l'équation (2.22), par une analyse qualitative dans les plans de référence méridien et aube- aube, permet d'identifier les structure tourbillonnaires élémentaires qui composent l'écoulement secondaire dans les compresseurs centrifuges, résumées figure 2.14. Cette approche est adaptée de celle proposée par Hirsch, Kang et Pointel (1996).

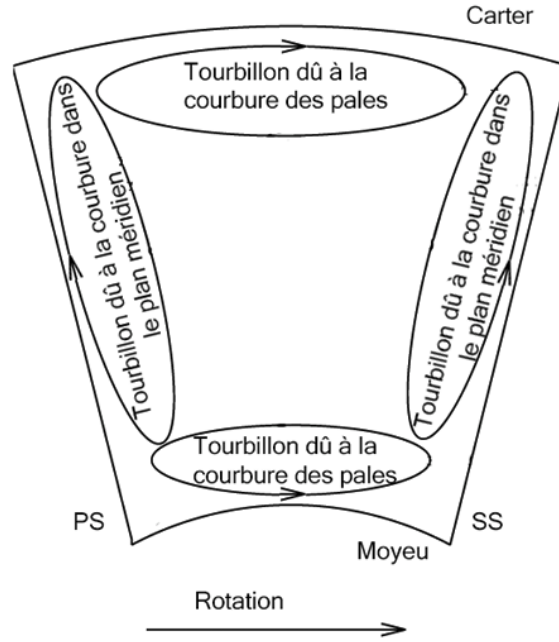


Figure 2.14: Représentation schématique des structures élémentaires de l'écoulement secondaire.

Effet de courbure dans le plan aube-à-aube On évalue le premier terme du membre de droite de l'équation (2.22) dans un plan aube-à-aube ; la direction normale b est donc la direction radiale. Les couches limites du moyeu et du carter sont alors responsables de la création de vorticité à travers le terme $\partial P_r / \partial b$. En effet, le terme dû au gradient de vitesse est prépondérant dans la dérivée de P_r , car la pression varie peu à travers la couche limite (hypothèses de Prandtl), de même que r (hypothèse de couche mince à grand nombre de Reynolds). Le terme de courbure de l'équation (2.22) peut alors s'écrire :

$$\frac{2}{\rho W^2} \frac{1}{R_n} \frac{\partial P_r}{\partial b} \sim \frac{2}{W R_a} \left(\frac{\partial W}{\partial b} \right)_{M/C} , \quad (2.24)$$

où R_a est la courbure dans le plan aube-à-aube, et les indices M et C se r  f  rent aux couches limites du moyeu et du carter. Ce terme traduit une création de vorticité longitudinale à proximité du moyeu et du carter, créant une composante d'écoulement du PS au SS. Cette structure tourbillonnaire est schématisée figure 2.14 sous la dénomination de "tourbillon d   à la courbure des pales".

En prenant une référence de vitesse externe W , et $\delta_{M/C}$ un ordre de grandeur de la taille de la couche limite, on évalue ce terme comme $2/R_a \delta_{M/C}$. Cette expression souligne l'importance de la taille de la couche limite, et montre l'impact de l'angle de sortie roue. En effet, cette contribution disparaît pour une roue purement radiale en sortie.

Effet de courbure dans le plan méridien On évalue ici le premier terme de l'équation (2.22) dans le plan méridien. Le gradient de P_r s'écrit alors :

$$\frac{2}{\rho W^2} \frac{1}{R_n} \frac{\partial P_r}{\partial b} \sim \frac{2}{W R_m} \left(\frac{\partial W}{\partial b} \right)_{PS/SS} \sim \frac{2}{R_m \delta_{M/C}} , \quad (2.25)$$

où R_m est la courbure dans le méridien. Cette fois, le gradient de W est dû aux couches limites des pales. Ce terme traduit une création de vorticit e longitudinale à proximit e des surfaces des pales, cr eant une composante d'écoulement du moyeu au carter. C'est le "tourbillon d  à la courbure dans le plan méridien" de la figure 2.14.

Effet de la rotation On approxime encore le gradient de P_r par le gradient de $W^2/2$. La direction dans laquelle on examine les variations est z , la direction axiale. Le gradient de vitesse (dû aux couches limites sur le carter et le moyeu), projetée suivant z , ne sera significatif que là à les normales au carter et au moyeu ont des composantes significatives suivant z , c'est-à-dire vers la sortie de la roue. En se référant à la figure 2.11 on peut écrire :

$$\frac{\partial}{\partial z} = \sin \sigma \frac{\partial}{\partial n_m} \quad . \quad (2.26)$$

Alors, si on écrit :

$$\frac{\partial P_r}{\partial z} = \sin \sigma \frac{\partial W^2/2}{\partial n_m} = \sin \sigma W \frac{\partial W}{\partial n_m} \quad , \quad (2.27)$$

et si on utilise la relation $W_m = W \cos \beta$ (voir figure 2.12), on obtient finalement :

$$\frac{\Omega}{W} \frac{\partial P_r}{\partial z} \sim \frac{2\Omega \sin \sigma \cos \beta}{W_m \delta_{C/M}} \quad . \quad (2.28)$$

On retiendra que cette équation traduit la formation de tourbillons de Coriolis dans la section de passage au niveau des carter et moyeu, dus aux effets combinés de la rotation et de la viscosit e. Ces tourbillons sont orientés de l'intrados (PS) vers l'extrados (SS), aux niveaux des carter et moyeu. Ils son donc semblables aux "tourbillons dus à courbure des pales" de la figure 2.14.

Comparaison des contributions On peut former un nombre adimensionnel, caractéristique des effets relatifs dus à la courbure et à la rotation. En faisant le rapport entre les facteurs multipliant les deux termes de l'équation (2.22), on obtient un nombre de Rossby modifié :

$$R_{o\text{-modifié}} = \frac{W \sin \sigma \cos \beta}{\Omega R_n} = \frac{\text{Courbure}}{\text{Rotation}} \quad . \quad (2.29)$$

En remarquant la présence de W au numérateur, on peut lier la structure de l'écoulement secondaire au débit. En effet, des résultats obtenus par Johnson et Moore (1983) montrent l'influence du débit sur le sillage à la sortie d'un compresseur centrifuge. Les expériences menées montrent que le sillage augmente quand le débit est diminué, et surtout qu'il se déplace vers l'extrados de la pale.   l'inverse, si on augmente le débit, le sillage se rapproche du carter. Ceci confirme l'analyse induite par des considérations adimensionnelles sur le nombre de Rossby.

On notera de plus la présence des termes en $\sin \sigma$ et $\cos \beta$ qui permettent de résumer les considérations sur les effets de courbure et rotation présentés dans les figures 2.11 et 2.12.

Synthèse L'obtention de données locales sur la structure de l'écoulement dans les turbomachines radiales a été notamment initiée par Senoo, Yamaguchi et Nishi (1968). Les travaux de Eckardt (1975) ont ensuite représenté un progrès significatif. Maintenant, l'obtention de données locales par vélocimétrie laser est relativement répandue (Hathaway *et al.*, 1993; Wernet, Bright et Skoch, 2001; Ziegler, Gallus et Niehuis, 2003a). Cependant, l'identification des structures de l'écoulement secondaire est plus rare. Les expériences de Krain (1981), Krain (1988) et Sipos (1990) rapportent l'observation expérimentale des structures représentées sur la figure 2.15 : un tourbillon de passage se forme à l'entrée de la roue (plan I) ; un peu plus avant, deux tourbillons contra-rotatifs occupent la totalité du canal (plan II) ; vers la sortie, une structure complexe est obtenue où deux tourbillons cohabitent dans des portions limitées du passage (plan V).

Ces structures ont été reproduites (au moins de manière qualitative) par de nombreuses études CFD ; on peut notamment citer les études de Moore et Moore (1988) ; Sipos (1990) ; Chen *et al.* (1996) ; Hirsch, Kang et Pointel (1996).

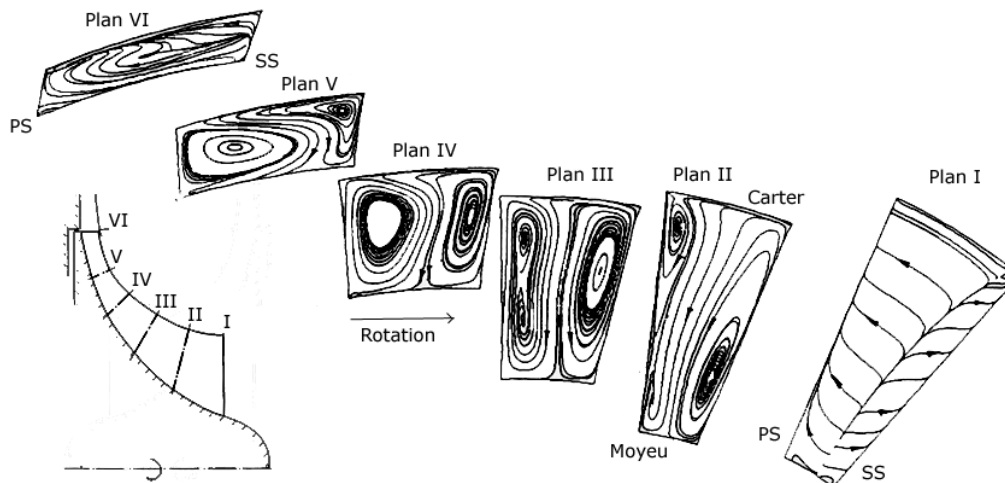


Figure 2.15: Structures tourbillonnaires : lignes d'écoulement secondaire sur des coupes orthogonales à travers la roue de Krain (1988). Résultat de calculs RANS, d'après Hirsch, Kang et Pointel (1996).

Cas de l'écoulement de jeu de bout de pale Pour permettre la rotation des parties mobiles de turbomachines sans flasque, il est indispensable de laisser un jeu entre l'extrémité des pales et le carter. Inévitablement, cette zone est le siège d'un écoulement allant d'un canal vers son voisin. La cause principale de ce "débit de fuite", illustré figure 2.16 (a) est la différence de pression entre les deux faces d'une même pale (effet non-visqueux). La condition d'adhérence sur la paroi du carter, combinée à la rotation, est un effet supplémentaire de type visqueux qui, dans les compresseurs (contrairement aux turbines), agit dans le même sens que la charge. La charge de la pale en tête et la hauteur du jeu sont donc deux paramètres critiques pour l'influence de l'écoulement de jeu de bout de pale.

La couche de vorticit e ainsi engendr ee rencontre une discontinuit e angulaire lors de son interaction avec l'écoulement principal. Dans le cas "id eal", cette discontinuit e m ene

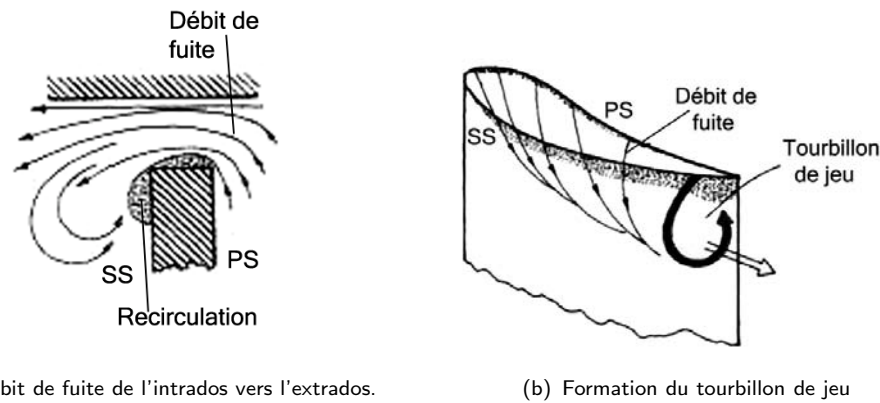


Figure 2.16: Représentations schématiques de l'écoulement de jeu, d'après Lakshminarayana (1996).

à la formation d'un tourbillon, illustré figure 2.16 (b). Ce tourbillon est ensuite convecté dans le canal, participant ainsi à l'écoulement secondaire, et plus particulièrement à la formation du jet/sillage (§ 2.3.2.4). La formation effective de ce tourbillon est conditionnée par l'influence de paramètres tels que la diffusion visqueuse ou le niveau de turbulence. De plus, l'écoulement secondaire s'oppose, voire domine (Lakshminarayana, 1996) l'écoulement de jeu.

Les effets de jeu sont le sujet de nombreuses études expérimentales (Skoch *et al.*, 1997; Fagan et Fleeter, 1991; Ishida et Senoo, 1981). L'existence du tourbillon est en général bien capturée par la simulation numérique (Papailiou *et al.*, 1999; Skoch *et al.*, 1997; Basson et Lakshminarayana, 1993), mais son point d'apparition et son interaction avec l'écoulement principal semblent poser plus de difficultés.

Nous allons maintenant examiner deux conséquences notables de la présence des écoulements secondaires : le glissement et la configuration de jet/sillage.

2.3.2.3 Le glissement

La notion de glissement est à rapprocher de l'écart fluide–profil dans l'étude des ailes en aérodynamique externe ; il traduit l'écart entre la direction de l'écoulement relatif β et l'angle de la pale en sortie β_2^p . Ce phénomène a quatre origines :

- les écoulements secondaires ;
- la diminution soudaine de l'effet de blocage lorsque les particules dépassent le bord de fuite ;
- le développement des couches limites sur les pales ;
- l'influence de l'accélération de Coriolis (figure 2.12), qui n'est plus compensée par la charge des pales.

Le glissement a un impact négatif sur la performance d'un compresseur centrifuge. En effet, d'après l'équation d'Euler (2.2), tout écart à la déviation maximale entraîne une diminution de la puissance délivrée. Ainsi, le coefficient de glissement est intimement lié à la notion de rendement, ce qui pourrait expliquer la difficulté à trouver une corrélation universelle pour ce terme.

2.3.2.4 La configuration jet/sillage

Les mesures par anémométrie laser de Eckardt (1976) ont permis de confirmer les théories de Dean et Senoo (1960) et Dean (1971), qui supposent l'existence en sortie roue d'une zone d'accumulation de fluide à faible quantité de mouvement, le **sillage**, co-existant avec une zone à forte énergie, le **jet**. Ceci est illustré figure 2.17.

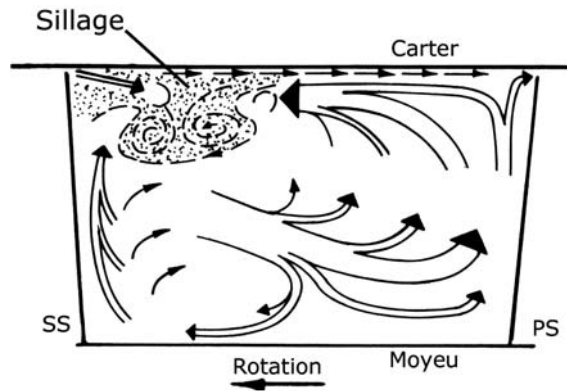


Figure 2.17: Jet/sillage en sortie roue : représentation schématique de la contribution des écoulements secondaires et de jeu à la formation du sillage, d'après Eckardt (1976).

Eckardt (1976) proposa d'expliquer ce phénomène comme le résultat entre, d'une part, l'interaction du décollement de la couche limite à l'extrados (en conséquence de la réduction de turbulence sous l'effet de l'accélération de Coriolis – voir chapitre 5), et d'une séparation au carter (sous l'effet de la courbure) d'autre part. Bien que la coexistence de zones de décollement et de jet/sillage fut observée expérimentalement par Johnson et Moore (1983), les expériences de Krain (1988) démontrèrent par la suite la possibilité de rencontrer la structure de jet/sillage en l'absence de décollement significatif. L'explication communément acceptée maintenant (Hirsch, Kang et Pointel, 1996; Hathaway *et al.*, 1993) attribue le jet/sillage au transport de fluide à faible quantité de mouvement dans les couches limites, en interaction avec l'écoulement de jeu. Cette structure se révèle donc être le fruit de l'interaction entre les écoulements secondaire et de jeu.

Les simulations numériques reproduisent généralement bien le jet/sillage : les calculs de Casey, Dalbert et Roth (1990) restituent le développement progressif de la zone à faible quantité de mouvement à travers la roue de Eckardt (1976); les résultats de Kang et Hirsch (1999) reproduisent l'influence du débit sur la position du jet/sillage, observée expérimentalement par Chriss, Hathaway et Wood (1996).

2.3.3 Les pertes

Au sens large, les notions de perte, de création d'entropie et de diminution de rendement sont équivalentes. Les différents mécanismes générateurs de pertes dans les turbomachines sont variés et inter-corrélés; toute tentative de classification en différentes catégories est une vue de l'esprit. En effet, au niveau microscopique, toutes les pertes sont d'origine visqueuse.

Toutefois, en adoptant un point de vue macroscopique (Lakshminarayana, 1996; Denton, 1993), on peut organiser les pertes de la façon suivante :

1. les pertes par effets visqueux directs ;
2. les pertes par jeu ;
3. les pertes par mélange ;
4. les pertes par chocs.

Nous allons maintenant isoler les différents mécanismes qui rentrent dans cette décomposition.

2.3.3.1 Les pertes par effets visqueux directs

Cette catégorie est parfois nommée pertes par frottement, ou pertes de profil. Les phénomènes qu'elle inclut sont

- les pertes par frottement sur les pales et le moyeu (les frottements au carter sont généralement classés dans la catégorie des pertes par jeu), et particulièrement au niveau des survitesses dues au contournement du bord d'attaque. C'est une action directe du frottement visqueux à la paroi : il y a création d'entropie principalement de la sous-couche visqueuse à la zone logarithmique (Denton, 1993) ;
- les pertes dues aux décollements éventuels. Lorsque la couche limite décolle, la partie décrochée de la pale ne travaille pas, et la zone de recirculation est le siège d'une forte création d'entropie. Cette perte pourrait être incluse dans les pertes par mélange, car la zone à faible quantité de mouvement générée par le décollement doit se mélanger à l'aval avec le flux primaire ;
- les pertes générées dans le sillage des bords de fuite épais sont généralement classées dans cette catégorie, mais comme pour les pertes par décollement, elles tiennent beaucoup aux pertes par mélange.

2.3.3.2 Les pertes par mélange

Cette catégorie assez large inclut toutes les configurations d'écoulement qui impliquent le mélange de deux flux de vitesses différentes. Ce mélange est source d'entropie (Denton, 1993; Cumpsty, 1989). Par exemple, les pertes générées par une configuration de jet/sillage ou l'écoulement de jeu, mais aussi, au sens large, l'homogénéisation de l'écoulement issu de la roue entrent dans cette catégorie.

2.3.3.3 Les pertes par effet de jeu

En général, on identifie trois manifestations des effets de jeu :

- la couche de cisaillement due au mouvement relatif des pales et du carter est cause d'un frottement important au carter. Il s'agit d'une perte directe par frottement, mais on la classe généralement dans les pertes par jeu ;
- une action directe due au fait que l'écoulement qui traverse le jeu ne travaille pas, et en tête de pale, un effet de diminution de la charge donc du travail ;

- une action indirecte : le jet créé par le jeu engendre des pertes par mélange en rencontrant le flux primaire. De plus, il participe à la tridimensionnalité de l'écoulement et donc à la distorsion générée à l'aval de la roue, créant des conditions de désadaptation sur le diffuseur.

2.4 Notions d'acoustique pour les compresseurs centrifuges

Ce paragraphe présente les différentes sources acoustiques dans les compresseurs radiaux, dans l'objectif de réduire le bruit émis par ces machines. En effet, LTS a initié une étude sur la prédiction du bruit des compresseurs centrifuges subsoniques en coopération avec VIBRATEC et le LMFA de l'École Central de Lyon. L'analyse présentée dans ce paragraphe est en accord avec la stratégie définie à l'issue de cette collaboration (Bouvet, Cogne et Maliczak, 2003), dont une partie des développements est présentée par Roger (2004). Un outil de prédiction a été développé en interne par LTS ; il est sommairement présenté en annexe A.4.

2.4.1 Position du problème

Nous ne considérons ici que les sources de bruit dues à des phénomènes **aéroacoustiques**, par exclusion des autres sources de bruit, notamment des phénomènes vibroacoustiques (comme par exemple le bruit dû aux paliers supportant l'arbre).

Les sources acoustiques sont examinées sous l'hypothèse de **champ libre** et de **champ lointain** : la propagation de l'onde acoustique est considérée en l'absence d'interaction avec le milieu extérieur (supposé au repos), et son impact est mesuré à une distance "suffisamment grande" (l'hypothèse de champ lointain est vérifiée si $\lambda/2\pi d \ll 1$ avec λ la longueur d'onde et d la distance à la source). En d'autres termes, toute la contribution aérodynamique à l'émission de bruit est concentrée dans une zone dite **région source** (le carré central de la figure 2.18), et le reste du domaine est traité comme un problème de propagation acoustique (partie extérieure au carré central dans la figure 2.18).

Nous ne considérerons pas la propagation des ondes acoustiques dans ce mémoire, et nous concentrerons sur la **caractérisation des sources de bruit**.

2.4.2 Rayonnement acoustique en champ lointain

Sous l'hypothèse de champ lointain, l'équation de Ffowcs-Williams et Hawkings (1969) exprime la fluctuation de pression acoustique en fonction des caractéristiques de la source. Cette équation (non présentée ici) illustre un point important : les sources de bruit sont liées aux variations temporelles des grandeurs physiques (présence de dérivées temporelles dans tous les termes source de l'équation). De plus, les différents termes de cette équation montre que les sources sont de trois types : monopolaires, dipolaires, et quadripolaires. Nous ne détaillerons pas ce point ici, car ceci sort du cadre de ce mémoire.

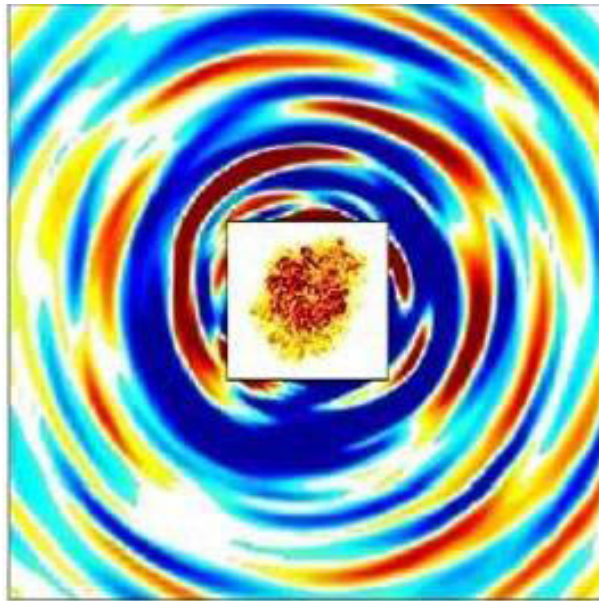


Figure 2.18: Source acoustique sous l'hypothèse de champ libre et lointain : la zone centrale représente la source de bruit aérodynamique, et la zone extérieure la propagation de l'onde acoustique, d'après Bogey (2000).

Deux origines de variations temporelles sont possibles : (i) l'instationnarité intrinsèque de la source, définie dans le référentiel relatif associé ; et (ii) l'instationnarité due au mouvement de la source par rapport à un point fixe (exprimée par un facteur Doppler).

Deux types de bruits sont alors possibles : (i) le **bruit de raies**, qui se manifeste à des fréquences caractéristiques (liées à la fréquence de passage des pales), et (ii) le **bruit large bande**, qui est réparti sur toute la largeur du spectre (on le nomme parfois bruit blanc par analogie avec l'optique).

2.4.3 Sources de bruit

2.4.3.1 Bruit large bande

D'après Cumpsty (1989) et Tetu, Thompson et McLaughlin (1993), les principales sources de bruit large bande sont :

- l'interaction entre un "écoulement turbulent" incident avec le bord d'attaque des profils présents dans l'étage ;
- l'interaction entre les bords de fuite du rotor et l'écoulement, notamment avec les fluctuations turbulentes ;
- les couches limites turbulentes au voisinage des parois solides ;
- les zones de décollement.

Les deux premières contributions sont généralement considérées comme prépondérantes. On notera ici que l'interaction entre les sillages du rotor et le bord d'attaque du diffuseur rentre dans la première catégorie (cette interaction crée donc du bruit de raies *et* du bruit large bande).

On considère généralement que le bruit large bande domine le bruit de raies pour un “nombre de Mach de rotation” (défini par la vitesse d’entraînement en bout de pale) inférieur à 0.8 . La figure 2.19 présente les résultats de mesures effectuées sur un compresseur de référence LTS (le *baseline*). Cette figure montre que pour ce point de fonctionnement, le niveau de pression³ du bruit large bande est inférieur de 10 à 30 dBA au bruit de raies, et donc largement négligeable.

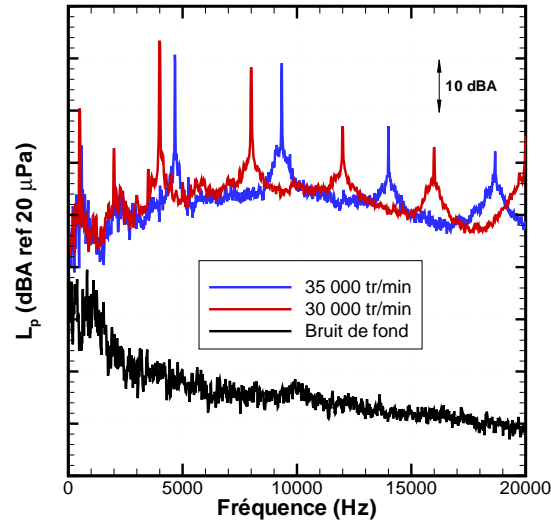


Figure 2.19: Spectre mesuré du niveau de pression acoustique rayonné par un compresseur LTS de référence (le *baseline*). Le “bruit de fond” est mesuré lorsque la machine ne tourne pas. Les pics représentent le bruit de raies, supérieur de 10 à 30 dBA au bruit large bande (donné par le niveau moyen en excluant les pics).

2.4.3.2 Bruit de raies

D’après l’analyse menée par LTS, on identifie généralement les 4 sources de bruit de raies suivantes :

- **L’interaction des pales avec une distorsion amont.**

Les effets de la géométrie d’alimentation peuvent entraîner une distorsion azimutale du champ de vitesse, supposée stationnaire dans le repère absolu. Dans le référentiel lié à la pale, cette distorsion se manifeste comme une variation temporelle d’incidence, mécanisme défini précédemment.

La taille de la distorsion conditionne alors le contenu fréquentiel associé à la fluctuation : une distorsion azimutale de taille importante se manifeste dans le champ fréquentiel comme un bruit basse fréquence. En revanche, une “petite” distorsion se manifeste par une fréquence élevée, souvent considérée comme gênante pour le

³Le niveau de pression est défini comme $L_p = 10 \log P_{acous}^2 / P_{ref}^2$. Les dBA représentent l’application d’un filtre comparable à celui de l’oreille humaine, c’est-à-dire que les niveaux de pression hors de la gamme 1000–5000 Hz sont atténués.

confort auditif si elle se situe dans la gamme de la parole (1000 Hz–5000 Hz), les limites de l'oreille humaine étant 20 Hz–20 000 Hz.

– **Le bruit de charge stationnaire.**

Sous l'effet de la rotation, la charge aérodynamique aube-à-aube est une source de bruit. L'analyse de l'efficacité des sources autorise à considérer que cette source est négligeable dans le cas des compresseurs LTS.

– **L'interaction entre le sillage du rotor et le stator.**

Le sillage généré en aval du rotor est vu comme une distorsion en mouvement (appelée "rafale") par le stator. L'interaction périodique de ce déficit de vitesse avec les pales du diffuseurs est une source de bruit cohérente (bruit de raies). Notons que le terme de sillage est entendu ici au sens large ; cette notion sera précisée au chapitre 5.

– **L'interaction entre le bec de volute et l'écoulement.**

De même que pour l'interaction précédente, le défilement des sillages du rotor peut interagir avec le bec de la volute pour créer du bruit, en particulier dans le cas d'un diffuseur lisse. Dans le cas où un diffuseur aubé est présent à l'aval de la roue, on estime généralement cette source négligeable, du fait du mélange des inhomogénéités à la traversée du stator. Notons que cet aspect aérodynamique est confirmé par les résultats expérimentaux de Krain (1981), qui montrent une disparition des inhomogénéités (périodiques) dues à la roue après le col du diffuseur.

Pour résumer, deux sources sont considérées comme prédominantes dans la génération de bruit de raies pour les compresseurs centrifuges :

l'interaction sillage roue/diffuseur et

l'interaction distorsion amont/bord d'attaque roue.

En ce qui concerne la deuxième contribution (l'interaction distorsion amont/bord d'attaque roue), LTS a mis en place une méthode pour quantifier le niveau de bruit *a posteriori*. Cette méthode repose sur l'utilisation de données expérimentales fines (obtenues par PIV), de résultats de calculs CFD instationnaires et de calculs acoustiques. Cette méthode est donc très lourde et ne peut être incluse dans le cycle de développement à l'heure actuelle. Pour cette raison, nous ne considérerons dans ce mémoire que l'interaction sillage roue/diffuseur.

Une méthode de calcul du bruit de raie pour la source diffuseur a été mise en place par le pôle acoustique LTS. Cette méthode repose sur les travaux de Amiet et Sears : elle représente l'extension aux hautes fréquences du problème d'une plaque plane soumise à une perturbation périodique en incidence. Cette méthode, présentée sommairement en annexe, fournit un indicateur de l'intensité de la source de bruit. Il faut insister ici sur le caractère qualitatif de cet indicateur. En effet, il ne s'agit pas de prédire le niveau de bruit avec précision, mais de disposer d'un outil pour identifier les choix de conception permettant de réduire le bruit, en se basant sur un modèle préservant la physique en place.

La méthode de calcul de la source diffuseur repose sur l'extraction des résultats CFD du champ de vitesse en amont du bord d'attaque diffuseur. Les calculs acoustiques présentés

dans la suite de ce mémoire ont été menés par LTS sur la base des données aérodynamiques extraites des calculs CFD réalisés dans le cadre de la thèse.

Par la suite, nous nous attacherons à traiter l'acoustique comme un contrainte supplémentaire au dimensionnement des compresseurs centrifuges.

Synthèse

Ce chapitre a permis de donner les caractéristiques générales des compresseurs centrifuges. Nous verrons au chapitre 7 que des notions comme l'effet centrifuge ou le ralentissement (équation (2.6)) ont des implications concrètes sur les principes de dimensionnement des compresseurs. D'une manière générale, les différentes phénoménologies présentées au paragraphe 2.3.2 (en particulier les figures 2.15, 2.16 et 2.17) participeront, au moins d'un point de vue qualitatif, à la qualification des prédictions des modèles de turbulence présentés au chapitre 5. Enfin, si la notion de similitude a été abordée succinctement ici, nous verrons au chapitre 11 qu'elle mérite d'être développée dans le contexte de la conception d'une gamme d'étage.

Première partie

**Prédictivité : Qualification de l'outil
CFD**

Chapitre 3

Cadre de l’approche numérique : vérification et validation

Sommaire

3.1	Introduction : qualité et confiance dans la CFD	42
3.2	Concepts et définitions	43
3.2.1	Présentation du concept	43
3.2.2	Formalisme et classification des erreurs	44
3.3	Procédures pour la vérification et la validation	47
3.3.1	Évaluation de l’erreur numérique : études de grille	47
3.3.2	Estimation des incertitudes aléatoires : étude de sensibilité	49
3.3.3	Construction d’une métrique de validation	50

Ce chapitre vise à donner un cadre théorique et méthodologique à l’approche numérique adoptée dans ce mémoire. Il donne ainsi la ligne directrice suivie dans la première partie. Les concepts et procédures que nous définissons ici sont utilisés pour quantifier l’erreur numérique inhérente à nos simulations (chapitre 4), et estimer l’influence des corrections de modèles de turbulence proposées dans le chapitre 5. Le chapitre 6 clôture alors cette partie en évaluant la prédictivité de l’outil CFD dans un contexte industriel.

L’introduction de ce chapitre montre la nécessité de quantifier l’incertitude associée à un résultat de simulation. La méthode de “vérification et validation”, communément admise à présent pour cette tâche, est ensuite introduite et discutée. Une attention particulière est portée à la définition des procédures qui seront utilisées par la suite. Enfin, la conclusion de ce chapitre permet de déterminer les axes qui doivent être privilégiés pour atteindre l’objectif suivant : intégrer la simulation numérique dans une démarche rigoureuse permettant d’identifier et de quantifier les incertitudes associées aux calculs, afin de rendre la plus juste possible l’utilisation de l’outil CFD dans un contexte industrielle.

3.1 Introduction : qualité et confiance dans la CFD

Depuis son essor véritable vers la fin des années soixante, la CFD a évolué à un rythme soutenu. Les progrès significatifs dans le domaine des méthodes numériques (schémas de discrétisation spatiale et d'intégration temporelle, techniques de maillage) ont permis de multiplier les applications de la simulation numérique : élargissement de la gamme de nombre de Mach, prise en compte de la turbulence, complexification des géométries.

Parallèlement, l'amélioration continue des performances des ordinateurs a permis à la CFD de trouver une place à part entière dans les cycles de conception, en réduisant suffisamment les temps de calculs pour traiter des configurations représentatives de la réalité industrielle.

La maturité des codes de calculs acquise dans la dernière décennie doit maintenant être complétée par un questionnement sur la crédibilité qualitative et quantitative des résultats numériques. En effet, l'une des principales qualités de la CFD est de permettre d'analyser rapidement des options de conception, sans recourir à de longues et coûteuses campagnes d'essais. Se dégage donc clairement la nécessité de quantifier la confiance dans les résultats de simulations.

Les premières démarches rigoureuses sur ce sujet furent initiées dans des domaines où l'enjeu des simulations est élevé car la validation expérimentale n'est pas possible, comme c'est le cas pour les problèmes liés à l'énergie nucléaire ou à certains tests de missiles. Ainsi, dès la fin des années soixante-dix, des organisations officielles (principalement aux USA), comme la *Society for Computer Simulation*, développèrent des initiatives visant à maîtriser le processus des simulations et quantifier leurs erreurs. Dans les années quatre-vingt, la *Defense Modeling and Simulation Organisation* du département de la défense américain (DoD) débuta des efforts de normalisation sur ce thème : les termes de **vérification** et **validation** sont introduits (DoD, 2003)¹.

P.J. Roache fut un des pionniers sur ce thème en participant notamment à la rédaction de la "Politique éditoriale du *Journal of Fluid Engineering (JFE)* : Déclaration sur le contrôle de la précision numérique" (Roache, Ghia et White, 1986). Ce document stipule que "tout résultat de simulation doit présenter une évaluation de l'erreur numérique par l'utilisation de différentes résolutions de maillages pour être considéré comme publiable". L'ouvrage Roache (1998a) marque une étape sur la voie du consensus, et reste une référence sur le sujet.

Dans les années quatre-vingt-dix, le comité des standards de l'*American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA)* publie un guide pour la vérification et la validation (AIAA, 1999). Un numéro spécial de l'*AIAA Journal* (Mai 1998) est entièrement consacré au thème "Crédibilité des simulations numériques en mécanique des fluides" (Mehta, 1998; Barber, 1998; Roache, 1998b; Oberkampf et Blottner, 1998). L'AIAA continue depuis ses efforts de standardisation (Cosner *et al.*, 2005). Récemment, la mise-à-jour de la "Politique éditoriale" du *JFE* (Celik, 2003) propose une méthode standard pour mener les études de vérification, basée sur les travaux de Roache (Roache, 1993, 1998a).

¹Cette référence correspond à la dernière mise-à-jour du document par le DoD.

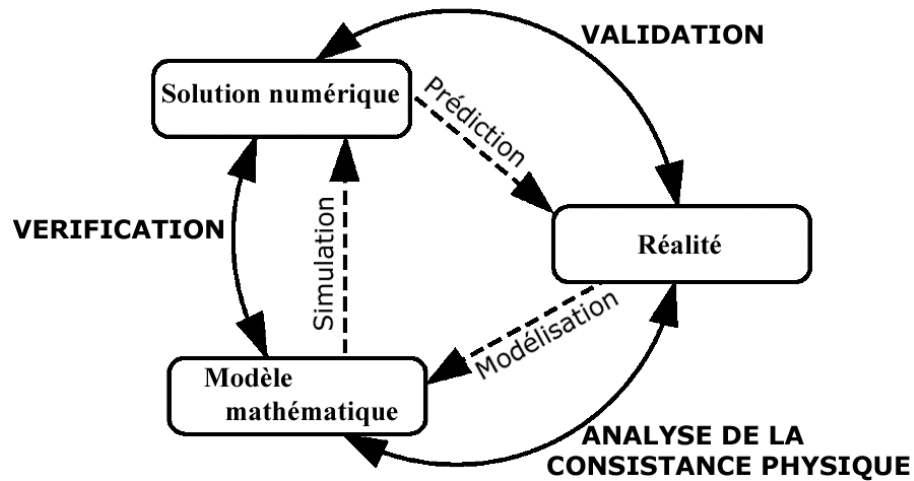


Figure 3.1: Représentation synthétique des liens entre la réalité et les résultats de simulation.

Au niveau industriel, des initiatives commencent à émerger. L'article de Hutton et Casey (2001) intitulé "*Quality and Trust in Industrial CFD*" illustre idéalement ces préoccupations, et présente notamment les efforts européens en la matière. On peut citer par exemple le recueil de "*Best Practice Guidelines*" (Casey et Wintergerste, 2000), édité par le groupe ERCOFTAC; ainsi que la mise en place des projets APPACET, QNET-CFD ou MARNET, qui rassemblent en réseaux des industriels et des universitaires, dans une démarche d'évaluation de la prédictivité de la CFD sur des configurations industrielles.

À l'heure actuelle, certaines ambiguïtés persistent sur l'utilisation des termes vérification et validation. Toutefois, l'objet de ce chapitre n'est pas de présenter exhaustivement les différentes perspectives sur le sujet ou les débats qu'elles suscitent. Nous tenterons ici d'apporter une vision du sujet unifiée et largement consensuelle, dans la mesure du possible. L'approche présentée reprend les points incontournables soulignés par P. Roache, H. Coleman, W. Oberkampf et I. Celik.

3.2 Concepts et définitions

3.2.1 Présentation du concept

La figure 3.1 donne le cadre conceptuel dans lequel s'inscrit la simulation numérique :

- l'étape de **modélisation** établit un **modèle mathématique** (*i.e.*, un jeu d'équations et de conditions aux limites) décrivant la **réalité** à un niveau d'approximation donné (hypothèse de milieux continus dans notre cas). Pour la mécanique des fluides, ces équations forment le système de Navier-Stokes, auquel s'ajoute une fermeture (modèle de turbulence) lorsque les variables considérées sont les quantités moyennées (*Reynolds-averaged Navier-Stokes* : RANS);
- rares sont les cas où ces équations peuvent être résolues analytiquement, c'est pourquoi on recourt à la **simulation** pour obtenir une **solution numérique** du problème;

- enfin, l'utilisation de cette solution en tant que représentation de la réalité (comme lorsque la CFD est utilisée pour la conception par exemple) est une **prédiction**².

Trois “outils” permettent de juger de l'adéquation entre ces états :

- l'**analyse de la consistance physique** donne les conditions de vraisemblance que doit satisfaire le modèle pour représenter correctement la réalité ;
- la **vérification** est une activité purement numérique (*i.e.*, indépendante de la physique que représentent les équations), qui vise à évaluer l'erreur due au passage d'un modèle mathématique continu à une solution discrète, par le biais d'une procédure numérique ;
- la **validation** quantifie les sources d'incertitudes dans la comparaison entre la solution numérique et la réalité. Contrairement à l'utilisation que l'on fait de ce terme dans certaines situations, le but de la validation n'est donc pas de délivrer une “certification” (*i.e.*, “validation” réussie ou non), mais de donner une mesure de la proximité entre simulation et expérience.

Dans le cadre de ce mémoire, l'analyse de la consistance physique a été appliquée lors de la dérivation des corrections des modèles de turbulence par Cazalbou *et al.* (2005) ; l'essentiel de cette démarche est présenté au début du chapitre 5. Nous consacrons le chapitre 4 à la vérification, et plus particulièrement à l'influence du maillage. Enfin, la validation est l'objet de la fin du chapitre 5, ainsi que du chapitre 6.

3.2.2 Formalisme et classification des erreurs

Nous proposons dans ce paragraphe un formalisme pour identifier les erreurs impliquées dans les étapes de vérification et validation, basé sur les propositions de Stern *et al.* (2001a) et Coleman (2003).

Notons ϕ une grandeur d'intérêt (qui peut être une grandeur globale comme le rendement, ou une grandeur locale comme la pression totale en un point donné de l'écoulement). La valeur de cette grandeur dans la réalité est notée ϕ_{REALITE} . Nous insisterons plus loin sur le sens de cette réalité. La solution (exacte et continue) du modèle mathématique est notée ϕ_{MATH} . Enfin, ϕ_{CFD} est la valeur obtenue par la simulation numérique. Les erreurs associées aux étapes de la figure 3.1 peuvent alors s'écrire

$$\delta_{\text{MOD}} = \phi_{\text{REALITE}} - \phi_{\text{MATH}} \quad , \quad (3.1)$$

$$\delta_{\text{NUM}} = \phi_{\text{MATH}} - \phi_{\text{CFD}} \quad , \quad (3.2)$$

de sorte que l'erreur globale associée à un calcul CFD s'écrit

$$\delta_{\text{CFD}} = \phi_{\text{REALITE}} - \phi_{\text{CFD}} = \delta_{\text{NUM}} + \delta_{\text{MOD}} \quad , \quad (3.3)$$

et apparaît comme la somme des contributions des erreurs numériques δ_{NUM} et de modélisation δ_{MOD} .

²Dans le guide AIAA (1999), la prédiction est définie comme “l'utilisation d'un modèle pour prédire l'état d'un système physique *en dehors* des conditions pour lesquelles le modèle a été validé”. Nous ne nous étendons pas sur cette nuance.

De manière similaire, un résultat expérimental ϕ_{EXP} contient aussi une erreur δ_{EXP} (due à la précision des sondes, leur intrusivité, la répétabilité des essais . . .) :

$$\delta_{\text{EXP}} = \phi_{\text{REALITE}} - \phi_{\text{EXP}} \quad . \quad (3.4)$$

Finalement, la comparaison entre les résultats d’une simulation et d’une expérience $\Delta_{\text{CFD/EXP}}$ est entachée des erreurs de calcul et de mesure :

$$\Delta_{\text{CFD/EXP}} = \phi_{\text{EXP}} - \phi_{\text{CFD}} = \delta_{\text{CFD}} - \delta_{\text{EXP}} \quad . \quad (3.5)$$

Pour résumer notre approche, la vérification évalue δ_{NUM} , et la validation quantifie $\Delta_{\text{CFD/EXP}}$ et les erreurs ou incertitudes³ associées. Idéalement, la validation vise à évaluer δ_{MOD} ; nous verrons que, dans la pratique, ceci est difficile.

Les définitions suivantes, proposées par Roache (1998a), résument les considérations précédentes :

“Vérification” \sim a-t-on résolu les équations correctement ?

“Validation” \sim a-t-on résolu les bonnes équations ?

Nous allons maintenant détailler les différentes sources d’erreurs impliquées.

3.2.2.1 Contributions à l’erreur numérique

L’erreur numérique se décompose de la manière suivante (Stern *et al.*, 2001a) :

$$\delta_{\text{NUM}} = \delta_{\text{I}} + \delta_{\text{T}} + \delta_{\text{G}} + \delta_{\text{A}} \quad , \quad (3.6)$$

où :

- δ_{I} est l’erreur due au processus itératif. Cette contribution devient négligeable, dans la majorité des cas, après un “grand” nombre d’itérations ;
- δ_{T} est l’erreur due à la discrétisation temporelle pour un calcul instationnaire (*i.e.*, le choix du pas de temps). Cette erreur ne s’applique pas aux simulations stationnaires traitées dans ce mémoire ;
- δ_{G} est l’erreur due à la discrétisation spatiale sur la grille de calcul. Nous verrons que cette erreur est la plus significative dans notre cas. Nous y consacrons le chapitre 4 ;
- δ_{A} regroupe les autres causes d’erreurs possibles, principalement les erreurs de codage et les arrondis machine. Dans le chapitre 5, la vérification de l’implantation des corrections des modèles de turbulence vise à s’assurer que cette contribution est négligeable.

³En statistique, l’incertitude U_{ϕ} relative à la variable ϕ , est associée à l’erreur δ_{ϕ} , de sorte que l’intervalle $\pm U_{\phi}$ contient la vraie valeur de l’erreur 95 fois sur 100. Pour une répartition gaussienne (loi normale), cet intervalle correspond à deux fois l’écart-type.

3.2.2.2 Contributions à l'erreur de modélisation

En adaptant l'approche de Coleman (2003), les contributions suivantes à l'erreur de modélisation sont identifiées :

$$\delta_{\text{MOD}} = \delta_{\text{LE}} + \delta_{\text{EM}} \quad , \quad (3.7)$$

où :

- δ_{DE} représente les erreurs dues à l'utilisation de lois empiriques existantes, telles que : la loi de Stokes, la loi des gaz parfaits, la loi de Sutherland... Cette contribution est généralement considérée non significative, et donc négligée ;
- δ_{EM} représente l'erreur due aux équations du modèle mathématique, principalement les erreurs associées à la fermeture des équations RANS : l'hypothèse de Boussinesq pour des modèles linéaires du premier ordre par exemple, ou plus généralement la formulation du modèle de turbulence utilisé.

3.2.2.3 Réalité expérimentale, réalité simulée et paramètres incertains

Jusqu'à présent, nous avons écarté le problème de la spécification des conditions aux limites. En pratique, un certain nombre de données ne sont pas accessibles lors d'une campagne expérimentale. Par exemple, dans le cas d'essais industriels d'une turbomachine, il est généralement difficile de mesurer les conditions d'entrée en termes de distorsion de l'écoulement et d'intensité de la turbulence. De même, la géométrie en fonctionnement (*i.e.*, tenant compte des forces centrifuges, du champ de température, des effets d'installation...) ne peut être connue sans avoir recours à des calculs d'interactions fluide-structure. Ces informations doivent pourtant être spécifiées lors d'une simulation. Nous devons donc mener des simulations en présence de paramètres incertains.

Pour autant, à proprement parler, il ne s'agit pas là d'une erreur associée aux mesures ou au calcul. Nous sommes donc amenés à "distinguer deux réalités" : la réalité expérimentale $\phi_{\text{REALITE-EXP}}$ et la réalité simulée $\phi_{\text{REALITE-SIM}}$, l'écart entre les deux étant associé aux paramètres incertains :

$$\delta_{\text{PI}} = \phi_{\text{REALITE-SIM}} - \phi_{\text{REALITE-EXP}} \quad . \quad (3.8)$$

En reprenant le formalisme précédent pour les erreurs, nous distinguons les grandeurs $\phi_{\text{REALITE-SIM}}$ pour les équations (3.1) et (3.3) d'une part, et d'autre part $\phi_{\text{REALITE-EXP}}$ pour l'équation (3.4). L'"erreur" associée aux paramètres incertains doit donc être introduite dans l'équation (3.5), qui devient :

$$\Delta_{\text{CFD/EXP}} = \delta_{\text{EXP}} + \delta_{\text{PI}} + \delta_{\text{CFD}} \quad . \quad (3.9)$$

Notons que l'erreur δ_{PI} est intrinsèque à la comparaison CFD/EXP. C'est une erreur associée à une incertitude aléatoire (ou non-déterministe) du point de vue statistique, par opposition aux erreurs numériques, associées à des incertitudes déterministes. L'étape de validation devra alors prendre cette incertitude en compte et sera basée sur l'équation (3.9).

Les différentes procédures utilisées pour évaluer les termes qui contribuent à l'équation (3.9) sont maintenant présentées.

3.3 Procédures pour la vérification et la validation

Trois étapes sont nécessaires pour mener à bien un travail de vérification et validation : (i) l'évaluation de l'erreur numérique et (ii) l'estimation de l'incertitude associée aux paramètres incertains permettent (iii) d'établir une "métrique de validation".

3.3.1 Évaluation de l'erreur numérique : études de grille

Une distinction importante doit être faite entre vérification d'*un code* et vérification d'*un calcul* (Roache, 1998b). La vérification d'un calcul vise à calculer *a posteriori* l'erreur numérique sur le résultat d'un cas précis, alors que la vérification d'un code est une tâche autrement plus lourde, qui repose sur la vérification de calculs sur toute une gamme d'applications. Nous ne considérons ici que la vérification d'un calcul. Il s'agit donc d'évaluer les termes de l'équation (3.6).

Dans le cadre de ce mémoire, les simulations instationnaires ne sont pas traitées, et nous ne considérons donc pas la contribution du pas de temps δ_T . Pour minimiser l'erreur due au processus itératif δ_I , les critères de convergence itérative suivants (Casey et Wintergerste, 2000) sont appliqués :

- diminution des résidus d'au moins 3 ordres de grandeur, et stabilisation ;
- écart entre le débit d'entrée et de sortie stabilisé, et inférieur à 0.1 % ;
- stabilisation des principales quantités globales d'intérêt (débit, taux de compression et rendement).

L'erreur due aux autres paramètres δ_P ne peut être quantifiée séparément à l'issue d'un calcul sans recourir à une solution analytique. En pratique, on supposera cette erreur négligeable lors de l'évaluation de l'erreur numérique. La validité de cette hypothèse repose sur deux points : (i) on estime que le code de calcul non modifié a subi les vérifications nécessaires lors de sa conception et (ii) l'implantation des modifications apportées aux modèles est vérifiée dans le chapitre 5.

L'extrapolation de Richardson est la technique la plus communément admise aujourd'hui pour estimer l'erreur due au maillage (Celik, 2003). L'hypothèse de base de l'extrapolation de Richardson est que l'erreur de discrétisation δ_G peut s'écrire sous la forme d'une série, fonction de la taille de maille et de l'ordre du schéma :

$$\delta_G = \phi_{\text{MATH}} - \phi_{\text{NUM-G}} = \sum_{i=1}^n \alpha_i h^{p_i} \quad , \quad (3.10)$$

où $\phi_{\text{NUM-G}}$ est la valeur de la variable sur la grille considérée ; n est le nombre de termes retenus dans la série ; α_i une fonction dépendant du maillage et de la grandeur ϕ considérée ; h une mesure de la taille de maille ; et p_i l'ordre de troncature du i -ème terme. Les termes α_i et p_i sont des fonctions de combinaisons variées des différentes dérivées de ϕ par rapport à h .

Le rang asymptotique est alors défini comme la gamme de taille de maille qui assure que le terme dominant l'erreur est le terme de plus haut degré. Pour une solution dans le rang

asymptotique, on peut donc écrire

$$\delta_G = \alpha h^{p_{\text{obs}}} \quad , \quad (3.11)$$

où p_{obs} est l'ordre observé (effectif) du schéma pour le cas, le maillage et la variable ϕ considérés. Ainsi, comme l'illustre la figure 3.2, dans une représentation en échelles logarithmiques de l'erreur relative en fonction de la taille de maille, un schéma d'ordre 1 (resp. 2) se traduit par une pente 1 (resp. 2). Notons qu'en pratique, l'ordre observé p_{obs} varie en fonction de la proximité au rang asymptotique, comme le montrent les points figurés sur la figure 3.2, tirés de solutions numériques de Roy, McWherter-Payne et Oberkampf (2000). Ces résultats démontrent de plus que, pour un schéma mixte (schémas différents pour les flux convectifs et visqueux), le terme d'ordre 2 domine sur les maillages grossiers, alors que le terme d'ordre 1 domine dans le rang asymptotique.

La solution exacte, l'ordre observé p_{obs} du schéma et le coefficient α forment les 3 inconnues du problème d'estimation de δ_G . En calculant la solution numérique sur un minimum de 3 grilles de tailles de mailles différentes, la résolution du système obtenu permet d'obtenir $\delta_{G\text{-RE}}$, erreur *estimée* par l'extrapolation de Richardson. Notons ici l'hypothèse implicite que p_{obs} et α sont constants pour les 3 grilles, ce qui, rigoureusement, est inexact (voir la figure 3.2).

On pose : h_k une mesure de la taille de maille sur la k -ième grille (1 correspondant à la grille la plus fine) ; ϕ_k la solution obtenue sur la k -ième grille ; $r_{21} = h_2/h_1$ et $r_{32} = h_3/h_2$ les rapports de raffinement entre, respectivement, les grilles fine et moyenne, et moyenne et dégradée ; les changements de solution associés aux raffinements sont notés $\varepsilon_{21} = \phi_2 - \phi_1$

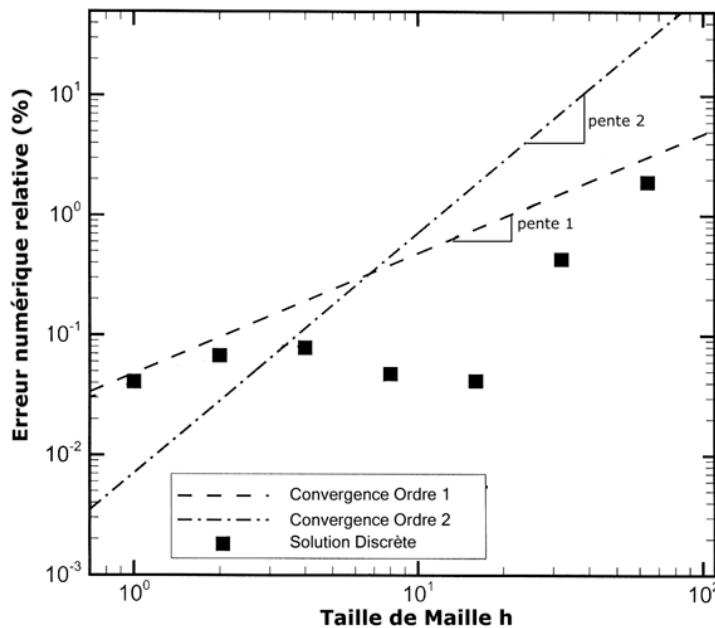


Figure 3.2: Convergence en maillage théorique pour des schémas d'ordre 1 et 2, et comparaison avec une solution calculée, d'après Roy, McWherter-Payne et Oberkampf (2000).

et $\varepsilon_{32} = \phi_3 - \phi_2$. Les résultats principaux de l'extrapolation de Richardson sont alors :

$$\phi_{\text{RE}} = \frac{(r_{21}^{p_{\text{obs}}} \phi_1 - \phi_2)}{(r_{21}^{p_{\text{obs}}} - 1)} , \quad (3.12)$$

$$\delta_{\text{G-RE}_1} = \left| \frac{\phi_{\text{RE}} - \phi_1}{\phi_{\text{RE}}} \right| , \quad (3.13)$$

$$p_{\text{obs}} = \left| \frac{\ln |\varepsilon_{32}/\varepsilon_{21}|}{\ln(r_{21})} + q(p) \right| , \quad (3.14)$$

$$\text{avec } q(p) = \ln \left(\frac{r_{21}^{p_{\text{obs}}} - s}{r_{32}^{p_{\text{obs}}} - s} \right) \text{ et } s = 1 \cdot \text{signe} \left(\frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right) , \quad (3.15)$$

où ϕ_{RE} est la solution extrapolée, et $\delta_{\text{G-RE}_1}$ la valeur extrapolée de l'erreur associée à la solution sur grille fine.

Les limitations de la méthode sont les suivantes :

- en théorie, les trois grilles doivent être dans le rang asymptotique. En pratique, ceci est une difficulté majeure, en particulier pour la grille dégradée ;
- Coleman *et al.* (2001) discutent la possibilité de rencontrer un phénomène oscillatoire dans la convergence en maillage (même dans le rang asymptotique, voir Celik *et al.* (2004)). Dans ce cas, la méthode n'est pas applicable.

L'estimation des erreurs numériques est un sujet recevant beaucoup d'attention à l'heure actuelle. Nous citerons notamment les travaux de Celik *et al.* (2004), qui proposent une méthode de traitement statistique pour les résultats issus de plusieurs simulations, élaborée spécifiquement pour les cas où la convergence est oscillatoire. Cette méthode n'est pas encore répandue et sa généralité reste à démontrer. Eça et Hoekstra (2002) proposent une "méthode des moindres carrés" pour évaluer l'incertitude numérique d'après un échantillon de solutions obtenues sur un nombre de grilles supérieur à 3. Celik et Hu (2004) proposent d'évaluer l'erreur en résolvant une équation aux dérivées partielles supplémentaire, qui exprime "la création et le transport de l'erreur".

3.3.2 Estimation des incertitudes aléatoires : étude de sensibilité

Plusieurs techniques existent pour estimer les incertitudes associées aux paramètres aléatoires :

- les approches statistiques, par exemple la méthode de Monte-Carlo et ses variantes (Fishman, 1996) ; ces méthodes présentent l'inconvénient de nécessiter un grand nombre de simulations ;
- la théorie du chaos, notamment la méthode du polynôme de chaos (Lucor, 2005).
- les approches déterministes, comme la méthode des perturbations (Putko *et al.*, 2002), ou plus simplement les études de sensibilité (Huang, 1997).

Dans le cadre de la thèse, nous utiliserons les études de sensibilité, qui représentent un compromis acceptable en termes de ressources informatiques, de contraintes de temps

et de simplicité de mise en œuvre. La solution adoptée sera de mener deux calculs (au minimum) autour de la valeur moyenne supposée. Nous avons retenu la taille du jeu et l'intensité de turbulence en entrée pour l'importance de leur influence (Weiß *et al.*, 2003; Huang, 1997), mais d'autres effets pourraient être pris en compte (comme la distorsion amont par exemple).

3.3.3 Construction d'une métrique de validation

Comme mentionné dans l'introduction, l'objet de la validation est de délivrer une mesure de la proximité entre simulation et expérience : la **métrique de validation**.

Cette notion est utilisée, par Stern *et al.* (2001a) ainsi que Oberkampf, Trucano et Hirsch (2002), mais notre préférence va à la méthode proposée par Coleman (2003). Dans cette approche, la métrique de validation M_{VAL} est l'incertitude globale qui caractérise l'écart entre résultats expérimentaux et numériques $\Delta_{\text{CFD/EXP}}$.

Pour cela, l'équation (3.9) est utilisée pour définir l'**incertitude totale de la comparaison** U_{TOT} , associée aux erreurs que l'on peut évaluer, c'est-à-dire que l'incertitude due aux modèles U_{MOD} est omise :

$$U_{\text{TOT}} = \sqrt{U_{\text{NUM}}^2 + U_{\text{PI}}^2 + U_{\text{EXP}}^2} \quad , \quad (3.16)$$

où U_{NUM} , U_{PI} et U_{EXP} sont, respectivement, les incertitudes associées à la résolution numérique, les incertitudes aléatoires et les incertitudes expérimentales. L'incertitude totale U_{TOT} représente en quelque sorte le "bruit" associé à la comparaison.

Ainsi, on distingue les deux cas suivants :

cas 1 : si $\Delta_{\text{CFD/EXP}} > U_{\text{TOT}}$, alors l'écart EXP/CFD est supérieur au "bruit" : la métrique de validation est simplement $\Delta_{\text{CFD/EXP}}$;

cas 2 : si $\Delta_{\text{CFD/EXP}} < U_{\text{TOT}}$, en revanche, le "bruit" est supérieur à l'écart EXP/CFD : la métrique de validation est U_{TOT} . En d'autres termes, les incertitudes de la comparaison imposent le niveau de validation.

Ces considérations permettent d'explicitier la métrique de validation sous la forme suivante :

$$M_{\text{VAL}} = \max(\Delta_{\text{CFD/EXP}}, U_{\text{TOT}}) \quad . \quad (3.17)$$

Cette métrique donne lieu à une approche de la validation par le biais des incertitudes.

Dans les cas où : (i) les solutions numériques sont obtenues sur des grilles assurant la convergence en maillage ($U_{\text{NUM}} = 0$), (ii) les expériences sont entièrement maîtrisées ($U_{\text{PI}} = 0$) et (iii) impliquent des erreurs négligeables ($U_{\text{EXP}} = 0$), alors cette méthode

est sans grand intérêt⁴. Dans un contexte industriel, ces trois conditions sont rarement réunies, et la méthode prend tout son intérêt. Concrètement, certains industriels (Cosner, 2004) utilisent cette approche et s'orientent vers ce qu'on a appelé le "management des incertitudes" (Rubbert, 1998; Luckring, Hensch et Morrison, 2003), mais ceci sort du cadre de la thèse.

Finalement, en ce qui concerne l'incertitude associée aux modèles, remarquons que dans le cas 1, U_{MOD} ne peut être évaluée, mais on peut conclure qu'elle est d'un ordre de grandeur inférieur ou comparable à U_{TOT} . Dans le cas 2, en particulier si $\Delta_{\text{CFD/EXP}} \gg U_{\text{TOT}}$, on peut conclure que $U_{\text{MOD}} \simeq \Delta_{\text{CFD/EXP}}$.

Synthèse et conclusions

Les concepts développés dans ce chapitre peuvent apparaître fastidieux, mais ils ont l'avantage de donner un cadre rigoureux à notre approche numérique. C'est peut-être quand ce type de cadre fait défaut à certaines études dites de "validation" qu'une confusion peut s'installer sur la portée des résultats de simulations. Il semblerait toutefois que la démarche dite de vérification et validation tende à devenir un standard, en témoignent les références citées dans le premier paragraphe de ce chapitre (§ 3.1) ainsi que les nombreuses publications récentes sur le sujet.

Dans le cadre de ce mémoire, ce chapitre pose les bases de la démarche d'amélioration et de qualification de l'outil CFD, pour augmenter la fiabilité de la conception (premier objectif posé au chapitre 1). Sur ce thème, les trois axes de progrès qui se dégagent naturellement maintenant sont : l'évaluation et la minimisation des deux sources d'erreurs dans les simulations, c'est-à-dire (i) les erreurs numériques (chapitre 4) et (ii) les erreurs dues aux modèles (chapitre 5); et (iii) la prise en compte de paramètres incertains dans une approche industrielle de la validation (chapitre 6).

⁴C'est le cas dans une comparaison de résultats de simulations RANS avec des résultats obtenus par DNS sur une configuration de plaque plane par exemple (alors considérés comme une référence pour la validation, au même titre que des expériences très fines).

Chapitre 4

Influence du maillage

Sommaire

4.1	Influence des paramètres de définition du maillage	53
4.1.1	Méthode adoptée	54
4.1.2	Performances globales	60
4.1.3	Pertes par effets visqueux	62
4.1.4	Pertes par effets de jeu	65
4.2	Quantification des erreurs numériques	67
4.2.1	Maillage de référence	68
4.2.2	Erreurs dues au processus itératif	69
4.2.3	Erreurs dues au maillage	69
4.2.4	Influence du maillage sur la prédiction du bruit de raie	73
4.2.5	Proposition pour une approche industrielle de la prédiction CFD des champs compresseurs	74

Le chapitre précédent a montré que l'évaluation des erreurs numériques est une étape nécessaire pour l'utilisation de la CFD dans le cycle de conception. Pour atteindre cet objectif, nous analysons dans un premier temps le maillage du point de vue des paramètres qui le définissent. Le but de cette étape est de comprendre comment les différentes caractéristiques d'un maillage influencent la prédiction des grandeurs d'intérêt dans l'écoulement. Cette analyse permet d'introduire la notion d'"indépendance locale au maillage", que nous exploitons pour établir des critères de convergence numérique pour la prédiction des effets de jeu.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, ces critères sont utilisés pour générer des grilles représentant le meilleur compromis possible entre précision et nombre de points. Nous évaluons alors les erreurs numériques associées aux maillages les plus raffinés, et utilisons ces résultats pour quantifier les erreurs sur des maillages dégradés, plus représentatifs des densités de mailles utilisées dans l'approche industrielle en place chez LTS.

4.1 Influence des paramètres de définition du maillage

Dans une approche industrielle de la CFD pour la conception des compresseurs centrifuges, les contraintes de temps et de ressources imposent parfois l'utilisation de grilles

de calcul relativement dégradées. L'objectif ici est donc de fournir des informations pour générer des maillages représentant un compromis entre le nombre de points et la précision requise pour l'application visée.

Pour cela, nous sélectionnons d'abord les paramètres les plus pertinents pour caractériser la génération d'un maillage. La méthode des plans d'expériences est ensuite utilisée pour choisir les maillages à tester et mesurer leur influence sur la prédiction de l'écoulement. Cette influence est envisagée au travers des catégories de pertes proposées au paragraphe 2.3.3. Ces résultats sont présentés dans la référence Dufour *et al.* (2004a). Enfin, les résultats remarquables obtenus pour la prédiction des effets de jeu sont utilisés pour quantifier l'erreur numérique sur le frottement au carter (Dufour *et al.*, 2004b).

4.1.1 Méthode adoptée

4.1.1.1 Sélection des paramètres de définition du maillage

La diversité des méthodes de génération de maillage peut se traduire par de nombreuses manières de caractériser une grille de calcul. Nous considérons ici le cas de maillages générés avec AutoGrid¹, et choisissons les paramètres de définition du maillage dans les contraintes imposées par ce logiciel. Toutefois, les paramètres retenus peuvent être utilisés pour caractériser la discrétisation de l'espace obtenue par un autre logiciel de maillage.

Un premier choix est celui de la topologie de maillage. La version 4.9 d'AutoGrid ne permettant pas l'utilisation d'une topologie de maillage en "O" pour les roues présentant des pales intercalaires², le choix est à faire entre les topologies en "H" et en "I". Bien que les maillages en H présentent l'avantage d'une correspondance des cellules aux frontières périodiques des blocs, notre préférence va à la topologie en I : pour les calages importants des pales de compresseurs centrifuges, les maillages en H introduisent une forte distorsion des cellules (en particulier au bord d'attaque), ce qui détériore la précision des calculs (Jennions, 1994; Hirsch, 1994).

Pour les maillages de roues présentant un bord de fuite tronqué, et un jeu entre la tête de pale et le carter, une topologie en I utilise 4 blocs :

- 1 bloc pour l'espace entre deux pales (figure 4.1 (a)) ;
- 2 blocs pour discrétiser le jeu par une topologie en "papillon" (figure 4.1 (b)) : un bloc en H pour le centre de la zone au-dessus de la pale, entouré d'un bloc en O (ce bloc est dégénéré en un bloc en C si le bord de fuite est tronqué) ;
- 1 bloc à l'aval du bord de fuite tronqué (figure 4.1 (d)).

En présence de pales intercalaires, le nombre de blocs est multiplié par 2, chaque demi-canal étant maillé d'une manière similaire.

Jeu initial de paramètres

Les premiers paramètres importants caractérisent la densité globale du maillage :

¹AutoGrid est le logiciel de maillage de la suite progiciel FINE/Turbo de Numeca Int.

²Ce terme désigne les "demi-pales" d'une roue comme celle de la figure 1.1 p. 4, classiquement utilisées pour étendre la marge au blocage.

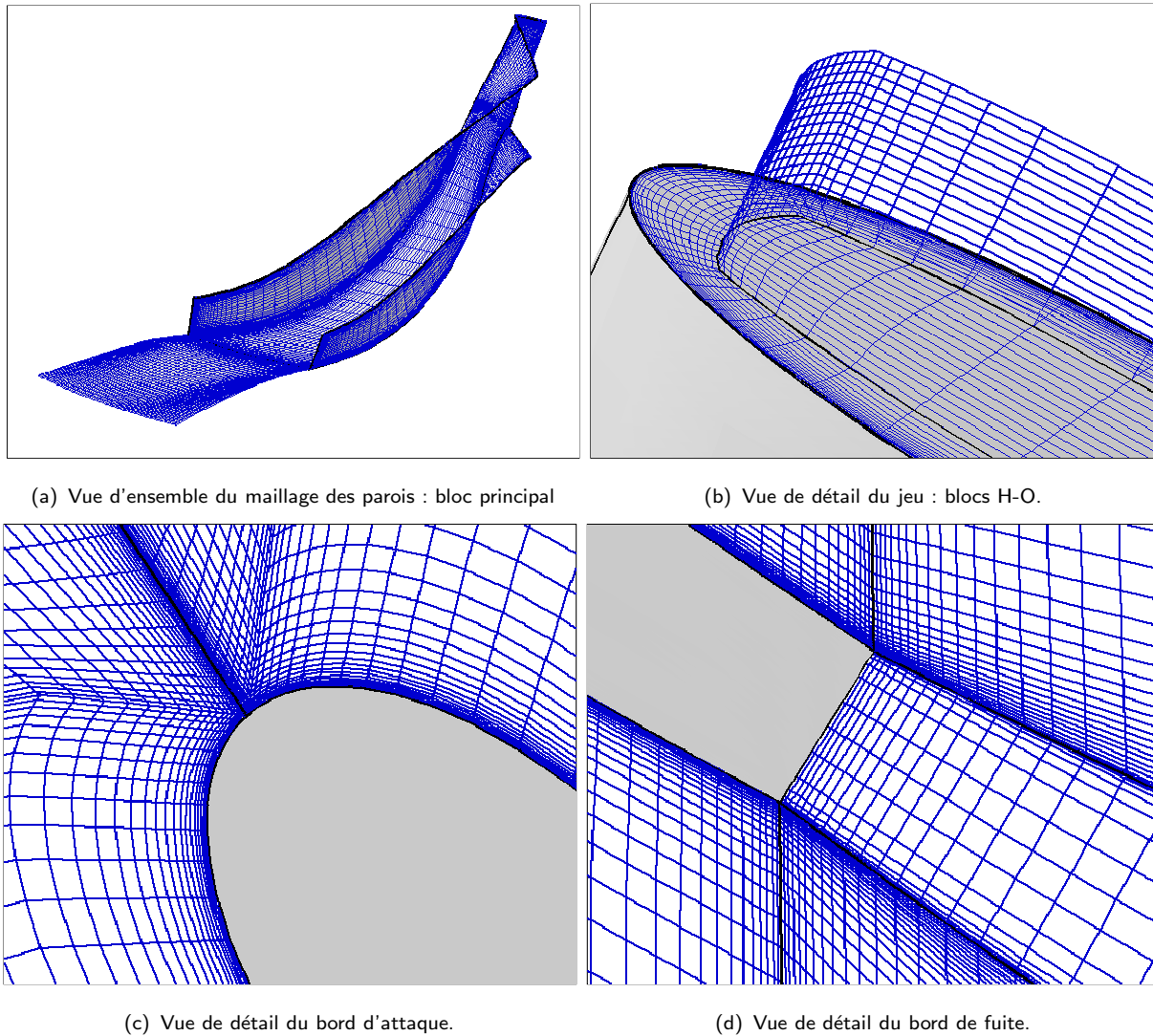


Figure 4.1: Maillage de la roue.

- N_i est le nombre total de points dans la direction azimutale (par demi-canal) ;
- N_j est le nombre total de points suivant l'envergure de la pale ;
- N_k est le nombre total de points dans la direction de l'écoulement.

Pour représenter correctement les gradients, la taille des mailles est diminuée à proximité des surfaces solides. Ces resserrements sont caractérisés par

- Δy_1^M et Δy_1^P , la longueur, suivant la normale aux parois³, des premières mailles sur le moyeu et les pales (figure 4.1 (c)) ;
- N_{JEU} le nombre de cellules dans le jeu (pour simplifier, nous faisons le choix de prendre un nombre identique de points dans la direction azimutale et suivant l'envergure) ;
- $N_{\text{C-A}}$ et $N_{\text{C-E}}$, le nombre de cellules de taille constante au centre des canaux, respectivement dans la direction azimutale et suivant l'envergure. Ces deux paramètres influencent indirectement la loi d'évolution de taille de maille depuis la paroi (fi-

³nous conservons ici la notation y , habituellement utilisée en configuration de plaque plane, pour désigner la direction normale à la paroi.

- gure 4.1 (b));
- Δx_{BA} et Δx_{BF} , la longueur, suivant la direction tangentielle à la paroi, des premières mailles au bord d'attaque et au bord de fuite (figures 4.1 (c) et (d)).

Réduction du nombre de paramètres

Afin de réduire le nombre de variables de l'étude, la densité du maillage est représentée par deux paramètres, N et α , tels que :

$$N_i = 0.9 \alpha N \quad (4.1)$$

$$N_j = N + N_{JEU} \quad (4.2)$$

$$N_k = 3 \alpha N \quad , \quad (4.3)$$

où les valeurs 0.9 et 3 sont choisies de sorte que leur rapport donne un équilibre satisfaisant entre les 3 directions pour la valeur nominale $\alpha = 1$, en se basant sur des études préliminaires. Le paramètre α représente le rapport entre les discrétisations longitudinales et transversales par rapport à la discrétisation en envergure. Notre motivation pour utiliser un paramètre unique (α) reliant le nombre de points suivant l'envergure (N) aux nombres de points dans les deux autres directions est la suivante : du fait de la géométrie même d'un compresseur centrifuge, le rapport d'allongement des sections orthogonales s'inverse entre l'entrée et la sortie de la roue (voir par exemple les coupes extrêmes de la figure 2.15), d'où une certaine symétrie du problème.

L'intensité des effets visqueux étant fixée par le nombre de Reynolds global, les couches limites sur les différentes surfaces de la roue se trouvent approximativement dans le même régime, si l'impact des gradients de pression et de l'intensité de la turbulence sont négligés. Pour cette raison, un seul paramètre (Δy_1) est conservé pour caractériser la discrétisation normale à proximité des parois des pales et du moyeu. De plus, d'après les considérations précédentes sur la symétrie des directions azimutales et d'envergure, un seul paramètre pour les cellules constantes est utilisé : le paramètre N_C/N caractérise la loi d'évolution de la taille de maille dans la couche limite.

Finalement, afin de réduire encore le nombre de variables, un seul paramètre (γ) caractérise les discrétisations de bord d'attaque et de bord de fuite :

$$\Delta x_{BA} = \gamma \Delta y_1 \quad (4.4)$$

$$\Delta x_{BF} = 1.5 \gamma \Delta y_1 \quad , \quad (4.5)$$

la valeur 1.5 étant déduite d'études préliminaires. γ représente donc le rapport d'allongement des premières cellules au bord d'attaque et au bord de fuite.

Ces considérations réduisent de 10 à 6 le nombre de variables de l'étude :

$$N, \quad \alpha, \quad N_{JEU}, \quad N_C/N, \quad \Delta y_1, \quad \gamma \quad . \quad (4.6)$$

L'espace de variation de ces paramètres est défini afin de couvrir une gamme allant de maillages dégradés (environ 100 000 points par canal) à des maillages modérément raffinés (environ 1 million de points⁴ par canal) :

⁴cette limite supérieure (un peu plus de 2 millions de points au total) a été fixée par les ressources informatiques disponibles au moment de l'étude.

	N	α	N_{JEU}	N_C/N	Δy_1	γ
Borne inférieure	33 pts	0.8	5 pts	0.25	0.5 μm	1
Borne supérieure	57 pts	1.8	21 pts	0.8	10 μm	10

Tableau 4.1: Gamme de variation des variables de l'étude sur les paramètres de maillage.

4.1.1.2 Définition d'un plan d'expériences

Afin d'évaluer l'influence des paramètres de maillage sur la prédiction des grandeurs de l'écoulement, l'espace défini par les variables précédentes (4.6) doit être exploré. Pour cela, nous devons choisir de manière optimale les combinaisons de ces variables pour réaliser cette exploration en un minimum de calculs ("expériences" numériques), tout en retirant le maximum d'information : c'est l'objet de la méthode dite de **planification expérimentale** (voir Goupy (1988) par exemple).

Cette méthode est appliquée ici d'une manière simple et pragmatique : nous utilisons seulement les deux principales caractéristiques de cette approche *i.e.*, l'optimisation du choix des essais et l'analyse des résultats par le modèle obtenu. En effet, d'une part, l'approche statistique qui sous-tend la planification expérimentale permet de positionner idéalement les expériences dans l'espace des variables du problème. D'autre part, en utilisant une représentation au second ordre, la réponse ϕ considérée (*i.e.*, un résultat de calcul dans notre cas) est approchée par un polynôme d'ordre 2 sur le domaine d'étude :

$$\phi = b_0 + \sum_{i=1}^6 b_i X_i + \sum_{i=1}^6 b_{ii} X_{ii}^2 + \sum_{i=1}^6 \sum_{k=i+1}^6 b_{ki} X_k X_i \quad , \quad (4.7)$$

où les X_i sont les 6 variables (4.6) caractérisant le maillage. Les 28 coefficients b de la fonction (4.7) représentent l'influence des paramètres de maillage sur la grandeur ϕ considérée, et prennent en compte les effets linéaires (b_i), quadratiques (b_{ij}), et leur interaction au second ordre (b_{ki}); b_0 est la valeur au centre du domaine. Par la suite, ces coefficients sont utilisés sous une forme normalisée : $a_m = b_m^2 / \sum_{i=0}^{27} b_i^2$. Les coefficients d'influence a_m représentent donc le poids relatif des paramètres de maillage (et de leurs combinaisons) sur la grandeur ϕ considérée.

Pour résoudre le problème du calcul des coefficient b_m , 28 équations, et donc autant de simulations, sont nécessaires. Les méthodes statistiques permettent d'optimiser le choix de ces expériences au sein de l'espace défini précédemment. On effectue pour cela des changements de variables ramenant les gammes de variation des paramètres de l'étude entre -1 et +1. L'expérience associée à la valeur 0 pour chacune des 6 variables est appelée "expérience au centre", et fournit directement b_0 . On définit alors autour de ce point central 4 niveaux de variation pour les 5 premières variables, et seulement 3 pour la sixième. Les 28 expériences définies par la méthode statistiques sont données dans le tableau 4.2, et les paramètres de maillage équivalents dans le tableau 4.3.

	X1	X2	X3	X4	X5	X6
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0.866	-0.5
3	0	0	0	0	-0.866	-0.5
4	0	0	0	0.866	0	-0.5
5	0	0	0	-0.866	0	-0.5
6	0	0	0.866	0	0	-0.5
7	0	0	-0.866	0	0	-0.5
8	0	0.866	0	0	0	-0.5
9	0	-0.866	0	0	0	-0.5
10	0.866	0	0	0	0	-0.5
11	-0.866	0	0	0	0	-0.5
12	0.433	0.433	0.433	0.433	-0.433	0.25
13	-0.433	0.433	0.433	0.433	0.433	0.25
14	0.433	-0.433	0.433	0.433	0.433	0.25
15	-0.433	-0.433	0.433	0.433	-0.433	0.25
16	0.433	0.433	-0.433	0.433	0.433	0.25
17	-0.433	0.433	-0.433	0.433	-0.433	0.25
18	0.433	-0.433	-0.433	0.433	-0.433	0.25
19	-0.433	-0.433	-0.433	0.433	0.433	0.25
20	0.433	0.433	0.433	-0.433	0.433	0.25
21	-0.433	0.433	0.433	-0.433	-0.433	0.25
22	0.433	-0.433	0.433	-0.433	-0.433	0.25
23	-0.433	-0.433	0.433	-0.433	0.433	0.25
24	0.433	0.433	-0.433	-0.433	-0.433	0.25
25	-0.433	0.433	-0.433	-0.433	0.433	0.25
26	0.433	-0.433	-0.433	-0.433	0.433	0.25
27	-0.433	-0.433	-0.433	-0.433	-0.433	0.25
28	0	0	0	0	0	1

Tableau 4.2: Définition du plan d'expériences pour les variables transposées entre -1 et +1.

4.1.1.3 Mise en œuvre des calculs

Le cas considéré pour cette étude est un compresseur de référence LTS, nous le dénommerons par la suite “*baseline*” (ce point sera développé dans le chapitre 7). Les principales caractéristiques de la roue sont :

- diamètre de sortie : $D_2 = 202$ mm ; hauteur de pale en sortie : $b_2 = 10$ mm ;
- point de fonctionnement : $\dot{m} = 0.632$ kg/s, vitesse de rotation $\Omega = 38000$ tr/min, alimenté par de l'air avec $P_{t1} = 41\,129$ Pa et $T_{t1} = 293$ K ;
- le nombre de Reynolds global (équation (2.11)) résultant de ces caractéristiques est : $R_e = 2.5 \cdot 10^5$.

Dans le cadre de ce mémoire, nous nous positionnons en utilisateur du code de calcul (Euranus), et pour cette raison ne nous étendrons pas sur la présentation des méthodes numériques utilisées. Le code est présenté en détails dans Hirsch *et al.* (1991). Ici, les équations RANS, fermées avec le modèle de turbulence de Spalart et Allmaras (1994), sont résolues par une méthode d'avancement en temps. L'intégration temporelle est assurée par un schéma de Runge-Kutta à 4 pas. L'utilisation d'un pas de temps local et de la technique

	N	α	N_{JEU}	N_C/N	Δy_1	γ	Nombre de points (en milliers)
1	45	1.3	13	0.525	5.25	4	1 700
2	45	1.3	13	0.525	10	1	1 070
3	45	1.3	13	0.525	0.5	1	1 070
4	45	1.3	13	0.8	5.25	1	1 070
5	45	1.3	13	0.25	5.25	1	1 070
6	45	1.3	21	0.525	5.25	1	1 220
7	45	1.3	5	0.525	5.25	1	920
8	45	1.8	13	0.525	5.25	1	2 050
9	45	0.8	13	0.525	5.25	1	410
10	57	1.3	13	0.525	5.25	1	2 080
11	33	1.3	13	0.525	5.25	1	460
12	51	1.55	17	0.6625	2.875	5.5	2 290
13	39	1.55	17	0.6625	7.625	5.5	1 110
14	51	1.05	17	0.6625	7.625	5.5	1 050
15	39	1.05	17	0.6625	2.875	5.5	510
16	51	1.55	9	0.6625	7.625	5.5	2 020
17	39	1.55	9	0.6625	2.875	5.5	950
18	51	1.05	9	0.6625	2.875	5.5	930
19	39	1.05	9	0.6625	7.625	5.5	430
20	51	1.55	17	0.3875	7.625	5.5	2 290
21	39	1.55	17	0.3875	2.875	5.5	1 110
22	51	1.05	17	0.3875	2.875	5.5	1 050
23	39	1.05	17	0.3875	7.625	5.5	510
24	51	1.55	9	0.3875	2.875	5.5	2 020
25	39	1.55	9	0.3875	7.625	5.5	950
26	51	1.05	9	0.3875	7.625	5.5	930
27	39	1.05	9	0.3875	2.875	5.5	430
28	45	1.3	13	0.525	5.25	10	1 070

Tableau 4.3: Définition du plan d'expériences pour les paramètres de maillage, avec les nombres de points correspondant.

de multi-grille (3 niveaux) permet d'accélérer la convergence vers la solution stationnaire. La discrétisation spatiale est assurée par un schéma centré au second ordre, avec dissipation ajoutée (Jameson, Schmidt et Turkel, 1981) pour les flux convectifs et purement central pour les flux visqueux. Les conditions aux limites imposées sont la température, la pression totale et la direction de l'écoulement (axiale) en entrée ; une vitesse relative nulle sur les parois solides ; et une valeur moyenne de la pression statique en sortie : $P_s^{\text{sortie}} = 83\,000$ Pa. Toutes les simulations du plan d'expériences sont réalisées sous ces conditions.

Le cadre et la méthode de cette étude sur les liens entre paramètres de maillage et prédiction des grandeurs de l'écoulement étant posés, nous allons maintenant examiner les résultats des simulations menées pour les maillages définis par le plan d'expériences. Dans un premier temps, la prédiction des performances globales est analysée. Ensuite, les pertes par effets visqueux sont étudiées, et enfin, les pertes par effets de jeu.

4.1.2 Performances globales

Lors de la conception d'un compresseur, l'objectif principal est de respecter les contraintes de la spécification *i.e.*, obtenir le taux de compression et le rendement imposés, pour le débit et la vitesse de rotation spécifiés.

4.1.2.1 Prédiction du point de fonctionnement

La vitesse de rotation et la température totale étant des conditions aux limites, la vitesse de rotation adimensionnelle (équation (2.11)) est fixée. En revanche, imposer une pression statique en sortie entraîne une variabilité du débit prédit suivant les cas. Cette variation est due à l'impact des erreurs numériques sur la prédiction des pertes, comme le montrera l'analyse pour le rendement. Ainsi, le débit prédit varie entre -3% et $+1.5\%$ du débit nominal de 0.632 kg/s .

4.1.2.2 Prédiction du taux de compression

Le taux de compression total-total de la roue est extrait des simulations à l'aide de deux plans de référence (figure 4.2), situés à 3 mm en amont du bord d'attaque pour l'entrée, et 3 mm en aval du bord de fuite pour la sortie. Les pressions totales d'entrée et sortie sont calculées par une moyenne pondérée masse.

Bien que le taux de compression total-statique soit imposé par les conditions aux limites, le taux total-total est bien un résultat de calcul, car il dépend de la prédiction des pertes dans la roue. Pour la condition de vitesse axiale en entrée ($V_{\theta_1} = 0$), l'équation d'Euler (2.5) montre que la prédiction du taux dépend de l'angle d'écoulement en sortie roue β_2 , c'est-à-dire du phénomène de glissement (§ 2.3.2.3). Ceci est illustré par la figure 4.3, qui montre une corrélation claire entre l'angle de sortie et le taux de compression.

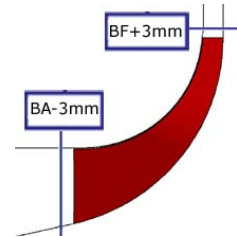


Figure 4.2: Plans de référence.

Analyse des coefficients d'influence Les coefficients d'influence calculés par le modèle (4.7) du plan d'expériences montrent que les paramètres de maillage qui influencent de manière significative la prédiction du taux de compression sont : (i) a_1 , a_{11} et a_2 , a_{22} , c'est-à-dire les effets linéaires et quadratiques de N et α , leur somme représentant 55% de l'influence totale du maillage ; (ii) a_{55} (effet quadratique de y_1), a_{66} (effet quadratique de γ) et a_{56} (effet couplé de y_1 et γ), c'est-à-dire l'influence des discrétisations des couches limites, de bord d'attaque et de bord de fuite. Leur somme représente 10% .

Ces résultats sont cohérents avec les causes connues du glissement : les écoulements secondaires, le développement des couches limites, la force de Coriolis et la diminution du blocage après le bord de fuite. En effet, l'influence de la densité du maillage (N et α) reflète la prédiction des écoulements secondaires, et en interprétant de manière globale l'influence des paramètres y_1 et γ , on peut raisonnablement supposer qu'ils reflètent l'influence de la taille de maille au bord de fuite Δx_{BF} (équation (4.5)). Il est en revanche surprenant de ne pas trouver une influence significative de la discrétisation des couches limites ($a_{\Delta y_1} =$

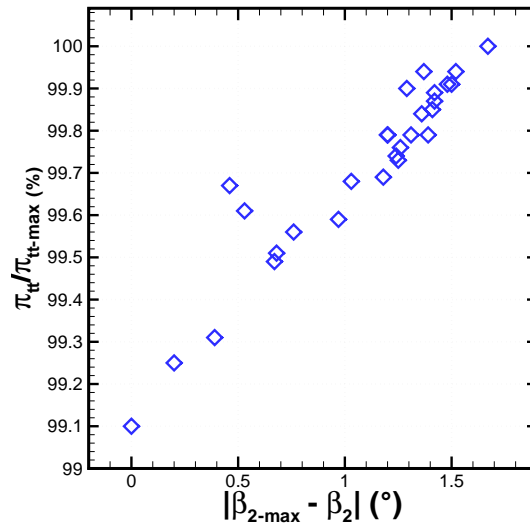


Figure 4.3: Corrélation entre le taux de compression (normé par son maximum) et l'angle de sortie (exprimé en écart par rapport à la déviation maximale).

$a_5 + a_{55} = 3.5 \%$ et $a_{N_C/N} = 0.1 \%$)⁵. Ceci suggère que les effets visqueux ne contribuent pas de manière dominante au glissement, ou qu'une description grossière de la couche limite suffit à prédire cette contribution. Cette assertion est confirmée par la plupart des approches pour la conception de corrélations pour la prédiction du glissement (von Backström, 2006).

Interprétation pour la génération de maillage Les valeurs des coefficients d'influence ne permettent pas ici une analyse quantitative pour l'aide au choix des paramètres de génération. Qualitativement, l'analyse précédente montre que, pour obtenir une solution indépendante au maillage pour le taux de compression, les paramètres de génération à raffiner en premier lieu sont la densité (N_i , N_j et N_k), puis la discrétisation du bord de fuite (Δx_{BF}).

D'un point de vue pratique, nous retiendrons que sur l'ensemble des maillages examinés, la prédiction de l'angle de sortie varie de moins 2° , et que la variation associée pour le taux de compression est de 1% . Ceci nous amène à la conclusion que, dans une phase préliminaire de conception, le taux de compression peut être raisonnablement prédit par des maillages grossiers (environ 200 000 points par canal). Cette conclusion sera étayée plus loin dans ce chapitre.

4.1.2.3 Prédiction du rendement

Le rendement isentropique total–total est calculé avec les valeurs moyennes (pondérées masse) de température et pression totales extraites sur les plans de référence de la figure 4.2.

⁵Par la suite, pour l'analyse des coefficients d'influence du modèle du plan d'expériences, nous utiliserons la notation $a_{\text{paramètre}}$ pour représenter la somme des effets linéaires et quadratiques d'un paramètre donné, dans un souci de lisibilité.

	a_N	a_α	$a_{N_{JEU}}$	$a_{\Delta y_1}$	a_{56}
Coef. d'influence	19 %	27 %	11 %	4 %	7 %

Tableau 4.4: Coefficients d'influence pour la prédiction du rendement.

Analyse des résultats du plan d'expérience Les principaux coefficients d'influence du maillage sur le rendement sont donnés dans le tableau 4.4. La somme des coefficients indiqués représente environ 75 % de l'effet total.

La densité du maillage (a_N et a_α) représente près de 50 % de l'effet total, et peut être analysée comme l'influence de la prédiction des écoulements secondaires ou, plus généralement, des gradients dans l'écoulement, leur transport et leur dissipation.

La discrétisation du jeu représente à elle seule 10 % de l'influence du maillage sur le rendement, nous revenons en détail sur ce point un peu plus loin.

En revanche, il est surprenant de constater que la discrétisation des couches limites ne représente que 4 % de l'influence. C'est moins que l'influence des discrétisations de bord d'attaque et de fuite (7 %).

Interprétation pour la génération de maillage Comme pour le taux de compression, les valeurs des coefficients d'influence ne permettent pas une analyse quantitative pour l'aide au choix des paramètres de génération. Qualitativement toutefois, l'analyse précédente montre que, pour obtenir une solution indépendante au maillage pour le rendement, les paramètres de génération à raffiner en premier lieu sont la densité (N_i , N_j et N_k), puis la discrétisation du jeu N_{JEU} .

D'un point de vue pratique, nous retiendrons que sur l'ensemble des maillages examinés, la prédiction du rendement varie de 2.2 points. Cet écart est assez important, notamment supérieur aux variations de performance que l'on cherche à obtenir à la fin du cycle de conception. Ceci justifie l'attention que nous portons dans ce chapitre aux erreurs numériques. En conclusion, une prédiction fine du rendement nécessite une description fine de l'écoulement, ou plus précisément des différentes sources de pertes. Pour cette raison, nous étudions maintenant les pertes par effets visqueux et par effets de jeu.

4.1.3 Pertes par effets visqueux

Les pertes par effets visqueux directs (§ 2.3.3.1) sont principalement dues : au frottement sur les surfaces des pales et du moyeu (le carter étant traité séparément dans les pertes par jeu) ; au contournement du bord d'attaque ; et au sillage à l'aval du bord de fuite. Pour analyser ces effets, un coefficient global de frottement sur les pales et le moyeu (C_{f-PM}) est obtenu en intégrant le coefficient local défini par $C_f = 2\tau_p/\rho_{ref}U_{ref}^2$, avec $\rho_{ref} = 0.5 \text{ kg/m}^3$ et $U_{ref} = 125 \text{ m/s}$, les masse-volumique et vitesse de référence associées à l'écoulement amont.

	$a_{\Delta y_1}$	a_{56}	$a_N + a_\alpha$
Coef. d'influence	65 %	22%	3 %

Tableau 4.5: Coefficients d'influence pour la prédiction du frottement moyen sur le moyeu et les pales.

4.1.3.1 Analyse globale

Les principaux coefficients d'influence du modèle sont donnés dans le tableau 4.5, pour 90 % de l'effet total. La faible valeur des coefficients d'influence de la densité globale du maillage (3 %) montre tout d'abord que la couche limite est très faiblement influencée par la description de l'écoulement externe, ce qui est en accord avec les concepts utilisés pour modéliser cette zone.

Le coefficient a_{56} est à analyser comme l'interaction entre Δy_1 et γ , c'est-à-dire la taille des discrétisations de bord d'attaque et de fuite (Δx_{BA} et Δx_{BF}). La part importante de ce coefficient reflète la contribution des pertes dues au contournement du bord d'attaque et au sillage du bord de fuite. Les limites de notre choix de paramètres réduits apparaissent ici, car les deux effets ne peuvent être dissociés.

L'influence de Δy_1 confirme les résultats classiques sur l'importance de la taille de maille en paroi pour les simulations avec des modèles au premier ordre (voir Huang (1997) et Thivet, Besbes et Knight (2000) pour des études détaillées sur ce sujet). Cette influence doit être analysée en terme de distance à la paroi adimensionnée en échelles internes de la couche limite : $\Delta y_1^+ = \Delta y_1 u_\tau / \nu$, où u_τ est la "vitesse de frottement" définie par $u_\tau = \sqrt{\tau_p / \rho}$, avec τ_p le frottement pariétal. Pour cela, nous examinons plus en détails la prédiction des profils de vitesse.

4.1.3.2 Prédiction d'un profil de vitesse

Les profils de vitesse présentés dans ce paragraphe sont extraits sur une quasi-normale au moyeu en amont du bord d'attaque des pales (figure 4.4). Pour représenter la vitesse débitante W_m sous forme adimensionnelle $U^+ = W_m / u_\tau$, la densité et le coefficient de frottement local sont extraits des champs calculés.

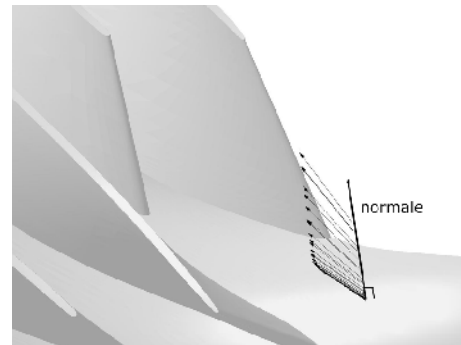


Figure 4.4: Zone d'extraction du profil.

Analyse des résultats La figure 4.5 présente les résultats pour 11 maillages du plan d'expériences : les deux cas extrêmes $\Delta y_1 = 0.5 \mu\text{m}$ et $\Delta y_1 = 10 \mu\text{m}$, ainsi que trois cas pour chacun des trois niveaux intermédiaires $\Delta y_1 = 2.9, 5.3$ et $7.7 \mu\text{m}$. En terme de valeur adimensionnelle pour la première cellule à la paroi, les deux cas extrêmes sont caractérisés par :

- pour $\Delta y_1 = 0.5 \mu\text{m}$, la valeur en moyenne scalaire sur le moyeu est $\Delta y_{1-\text{moyen}}^+ = 0.4$; la valeur maximale est $\Delta y_{1-\text{max}}^+ = 3$; et 50 % de la surface du moyeu est couverte par des cellules avec $\Delta y_1^+ < 0.5$;

- pour $\Delta y_1 = 10 \mu\text{m}$, la valeur moyenne sur le moyeu est $\Delta y_{1-\text{moyen}}^+ = 8.6$; la valeur maximale est $\Delta y_{1-\text{max}}^+ = 25$; et plus de 50 % de la surface du moyeu est couverte par des cellules avec $\Delta y_1^+ > 5$;

La première caractéristique notable des profils de vitesse de la figure 4.5 est l'influence dominante de Δy_1 , en accord avec les résultats du tableau 4.5 : pour une même valeur de Δy_1 , les trois courbes sont regroupées dans une bande étroite, distincte pour chaque famille de profils.

Du point de vue de la convergence numérique, une quasi-indépendance au maillage est (graphiquement) observée entre les profils pour $\Delta y_1 = 0.5 \mu\text{m}$ ($\Delta y_1^+ = 0.2$) et $\Delta y_1 = 2.9 \mu\text{m}$ ($\Delta y_1^+ = 1.2$). Nous retiendrons par la suite le critère classique sur la distance à la paroi : $\Delta y_1^+ \simeq 1$.

La généralisation de ces résultats pour d'autres modèles de turbulence est à faire avec précaution. En effet, Huang (1997), ainsi que Eça et Hoekstra (2003), montrent que la convergence en maillage du calcul d'un coefficient de frottement dépend du type de modèle de turbulence utilisé. Notamment, ces deux références montrent que le modèle de Spalart & Allmaras converge plus rapidement que les modèles du type (k, ϵ) ou (k, ω) .

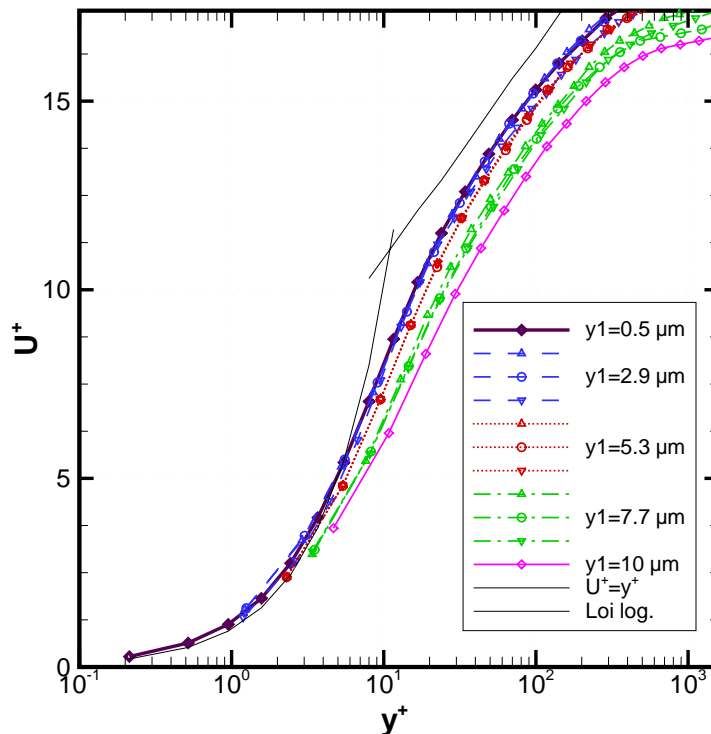


Figure 4.5: Profil de vitesse locale normé en échelles internes. 11 maillages seulement sont représentés.

4.1.4 Pertes par effets de jeu

Les effets de jeu contribuent significativement aux pertes générées dans un compresseur centrifuge. Nous utilisons ici le coefficient de frottement intégré sur la surface du carter ($C_{f-\text{Carter}}$) comme indicateur de cette source de perte (ce qui correspond à la première manifestation des effets de jeu présentés au § 2.3.3.3).

4.1.4.1 Analyse des coefficients d'influence

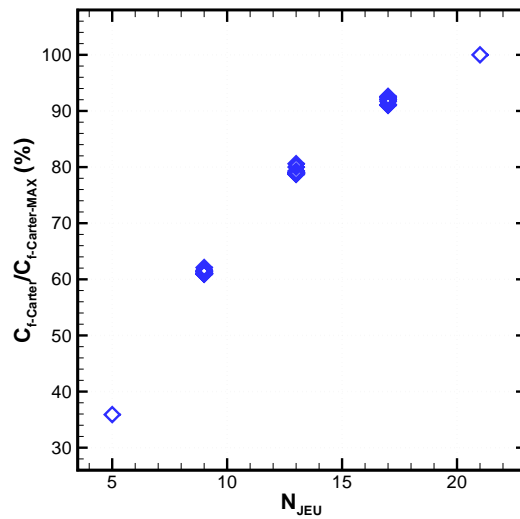


Figure 4.6: Coefficient de frottement moyen au carter, normé par le maximum, en fonction du nombre de points dans le jeu. Les 28 solutions du plan d'expériences sont représentées.

Les coefficients du modèle sont ici remarquables : $a_{N_{\text{JEU}}} = 99 \%$, tous les autres coefficients sont inférieurs à 1 %. Ceci montre que la valeur de $C_{f-\text{Carter}}$ est *entièrement* fixée par la discrétisation du jeu, indépendamment de la discrétisation du reste du canal.

Cette dépendance univoque à la discrétisation du jeu (rappelons que N_{JEU} représente le nombre de points en envergure *et* dans la direction azimutale) est visible sur la figure 4.6, où *tous* les 28 cas du plan d'expériences sont représentés. D'un point de vue qualitatif (pour l'instant), la discrétisation la plus fine (21 points) ne semble pas présenter un caractère indépendant au maillage. Pour ce maillage à $N_{\text{JEU}}=21$ points, la valeur moyenne de Δy_1^+ est de 15 (pour une gamme de 4 à 22).

Nous allons donc maintenant tenter d'obtenir une solution *localement indépendante au maillage* pour les effets de jeu ou, en d'autres termes, fournir un maillage tel que la prédiction du coefficient de frottement soit numériquement convergée.

4.1.4.2 Benchmarks numériques pour le jeu

Nous utilisons le mot *benchmark* au sens de "solution de référence". L'idée développée ici est d'utiliser les résultats du plan d'expériences pour fournir un *benchmark* numérique

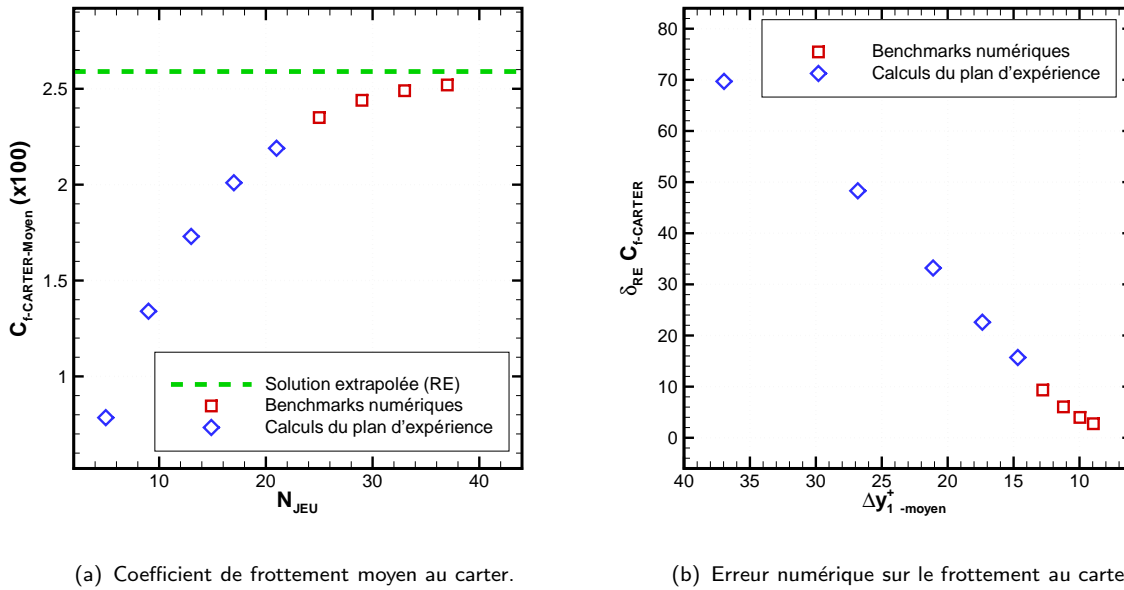


Figure 4.7: Résultats des calculs du plan d'expériences et des *benchmarks* numériques. La solution exacte estimée par l'extrapolation de Richardson est représentée par une asymptote (à gauche) et utilisée pour estimer l'erreur numérique (à droite).

pour l'écoulement de jeu. En effet, étant donné que la prédiction du coefficient de frottement au carter ne dépend que de la discrétisation du jeu, il suffit d'augmenter N_{JEU} indépendamment des autres paramètres, pour approcher d'une solution localement indépendante au maillage. En d'autres termes, les ressources informatiques sont entièrement dédiées à la prédiction des pertes par effets de jeu.

Pour cela, 4 maillages supplémentaires sont générés (les *benchmarks* numériques), pour $N_{JEU}=25, 29, 33$ et 37 points; les autres paramètres sont calés sur l'expérience au centre. Notons que sans cette approche particulière, un tel niveau de discrétisation pour le jeu ne pourrait être atteint par des raffinements uniformes appliqués à l'expérience au centre (il faudrait pour cela appliquer un raffinement de $37/13 \simeq 2.8$ dans la direction azimutale et suivant l'envergure, et donc multiplier par $2.4^2 \simeq 8$ la taille du maillage No **1** dans le tableau 4.3, ce qui porterait à 28 millions le nombre de points.)

Les valeurs calculées de $C_{f-Carter}$ pour les *benchmarks* numériques sont portées sur la figure 4.7 (a), avec les valeurs (moyennes) des résultats du plan d'expériences. L'extrapolation de Richardson (équations (3.12) à (3.15)) permet d'estimer la solution "exacte" d'après les calculs pour $N_{JEU}=29, 33$ et 37 points. Cette solution est représentée par une asymptote sur la figure 4.7 (a) (elle correspond en théorie à un nombre de points infini). La proximité entre la solution numérique pour 37 points et la solution asymptotique est remarquable. Par ailleurs, cette estimation de la solution exacte permet de calculer l'erreur numérique pour chacune des discrétisations du jeu (figure 4.7 (b)). Ainsi, la solution pour $N_{JEU}=9$ points présente une erreur de près de 50 %, et la solution pour $N_{JEU}=37$ points une erreur de 2.8 %. Au vu de la phénoménologie de l'écoulement de jeu, qui défie largement le

domaine de calibration des modèles de turbulence au premier ordre, il est difficile de donner une interprétation générale de ces résultats en termes de critères de maillage. L'hypothèse la plus probable est que deux critères doivent être simultanément respectés : (i) hors de la zone de jeu, la discrétisation de la couche limite du carter nécessite une taille de maille en paroi telle que $\Delta y_1^+ \simeq 1$; (ii) dans le jeu, nous avançons l'idée que le critère de convergence s'exprime en nombres de points (37 points semblant alors un minimum pour s'approcher d'une solution véritablement convergée).

Ce résultat contraste avec certaines pratiques dans la littérature, où des études pour les effets de jeu dans les compresseurs centrifuges sont menées avec $N_{\text{JEU}}=15$ points pour des études "anciennes" (Basson et Lakshminarayana, 1993); mais aussi pour des études récentes se concentrant sur la modélisation géométrique du bout de la pale ($N_{\text{JEU}}=12$ points pour Van Zante *et al.* (2000)). En revanche, la généralité de notre recommandation pour un nombre de points élevé est confirmée par une étude de Gerolymos, Tsanga et Vallet (1998) dans les compresseurs axiaux en régime transsonique.

4.2 Quantification des erreurs numériques

L'objectif de ce paragraphe est de donner une mesure des erreurs numériques sur la prédiction des performances d'un compresseur centrifuge. Pour cela, une isovitesse du compresseur est calculée sur plusieurs maillages, obtenus en relâchant un maillage de référence défini à partir des critères du paragraphe précédent. Les solutions sur ces grilles permettent d'appliquer l'extrapolation de Richardson pour dériver une solution extrapolée, considérée comme la solution exacte du point de vue numérique. Cette solution de référence est alors utilisée pour quantifier l'erreur due au maillage sur chacune des grilles disponibles. Nous tentons finalement de mettre à profit cette mesure des erreurs pour proposer une approche industrielle de la prédiction d'un champ de performances.

Les résultats présentés dans ce paragraphe ont été obtenus pour le compresseur académique RADIVER. Ce cas-test, utilisé pour la validation des modèles de turbulence, est présenté dans le prochain chapitre. Le champ expérimental de la figure 4.8 est donné pour indiquer la nomenclature utilisée dans la définition des 5 points de fonctionnement étudiés. Le point M est le point de référence (débit nominal); les points P1 et P2 correspondent à des faibles débits (vers le pompage); les points S2 et S1 correspondent à des forts débits (vers le blocage). C'est toutefois l'occasion de rappeler que ce chapitre se concentre sur les erreurs numériques, et que ces données expérimentales ne seront utilisées que pour la validation.

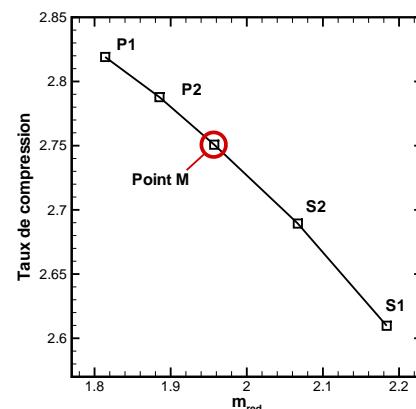


Figure 4.8: Définition des points de fonctionnement pour le compresseur académique RADIVER.

4.2.1 Maillage de référence

Dans un premier temps, un maillage de référence est défini à partir des critères obtenus au paragraphe précédent. Les caractéristiques de ce maillage sont les suivantes :

- le paramètre de référence pour la densité est choisi à la limite supérieure de l'espace défini dans le plan d'expériences (tableau 4.3) : $N = 56$ points. Les ressources informatiques limitant le nombre total de points, ce choix permet de concentrer la densité du maillage dans les directions azimutale et de l'écoulement ;
- étant donnée l'importance de α (tableau 4.4), nous faisons le choix de fixer ce paramètre vers la borne supérieure des maillages du plan d'expériences ($\alpha_{\text{MAX}} = 1.55$ dans le tableau 4.3). De plus, afin d'obtenir une progression suffisamment lente de la taille de maille tangentielle depuis le bord d'attaque, un second choix est d'augmenter le rapport entre les nombres de points suivant l'écoulement et dans la direction azimutale. Ainsi, nous retenons : $\alpha = 1.9$ pour la direction de l'écoulement et $\alpha = 1.6$ pour la direction azimutale⁶. Les nombres de points obtenus dans les directions azimutale et de l'écoulement sont donc $N_i = 81$ points et $N_k = 315$ points ;
- afin de minimiser l'erreur due au jeu (figure 4.7), nous prenons $N_{\text{JEU}} = 41$ points ;
- en accord avec les résultats du paragraphe 4.1.3.2, nous prenons $\Delta y_1 = 1.6 \mu\text{m}$, de sorte que $\Delta y_{1-\text{moyen}}^+ = 1.2$ sur les surfaces du moyeu et des pales ;
- la valeur de γ retenue est 10. Ce choix n'est pas en contradiction avec les résultats du paragraphe précédent, car c'est l'influence de la discrétisation *absolue* du bord d'attaque qui est identifiée par le paramètre a_{56} . Le choix d'une valeur faible pour Δy_1 permet de compenser la valeur importante de γ ;
- enfin, si peu d'éléments quantitatifs ont été apportés pour l'influence de N_c , des observations qualitatives (non présentées ici) ont montré qu'il influençait la discrétisation de la zone de sillage de la couche limite (ce résultat a été obtenu par ailleurs par Thivet, Besbes et Knight (2000)). Nous retenons $N_c = 28$ points.

Pour résumer, le maillage de référence obtenu se caractérise par $81 \times 97 \times 315$ points pour le bloc principal, avec 41 points pour le jeu, pour un nombre total de mailles de 3 millions, ses caractéristiques sont données dans le tableau 4.6.

N	α	N_{JEU}	N_c/N	Δy_1	γ
56 pts	1.9 et 1.6	41 pts	0.5	1.6 μm	10

Tableau 4.6: Caractéristiques du maillage de référence de 3 millions de points.

Afin de mener des études de convergence en maillage, il est nécessaire de disposer d'au moins 3 maillages. Étant donné que le maillage précédent approche la limite des ressources informatiques disponibles pour cette étude, les autres maillages sont obtenus par relâchement. Un premier niveau inférieur est obtenu en divisant par 2 le nombre de points dans chaque direction, ce qui revient à diviser par 8 le nombre total de points. Le maillage obtenu est de 400 000 points environ. Étant donné que l'application de l'extrapolation de

⁶ce choix peut aussi être interprété comme le remplacement de la valeur 3 de la constante dans l'équation (4.3) par une valeur 3.5 pour une valeur unique du paramètre $\alpha = 1.6$.

Richardson requière que les 3 maillages soient dans le rang asymptotique, diviser encore le nombre de points par 8 n'est pas un choix approprié. Un maillage intermédiaire est donc réalisé en tentant d'approcher un rapport de raffinement dans chaque direction de l'ordre de $2^{1/3} = 1.26$ à partir du maillage de référence, de sorte que le nombre total de points obtenus soit environ 1.5 millions. Enfin, un maillage de 200 000 points est obtenu à partir de ce maillage en divisant le nombre de points dans chaque direction par 2. Ce dernier maillage se veut représentatif des maillages utilisés dans une approche industrielle.

4.2.2 Erreurs dues au processus itératif

La première source d'erreur numérique mentionnée au paragraphe 3.2.2.1 est l'erreur due au processus itératif. Pour la minimiser, nous appliquons les critères de convergence donnés au paragraphe 3.3.1. Une estimation graphique des historiques du processus de convergence sur les grandeurs d'intérêt (estimation basée sur les procédures proposées par Stern *et al.* (2001a)) permet d'estimer les incertitudes relatives sur le taux et le rendement à 0.0001 % et 0.0002 %, respectivement. Des critères de convergence itérative identiques ont été appliqués pour toutes les simulations. L'incertitude maximum est observée pour le rendement sur le maillage de 200 000 points et vaut 0.02 %. Ces incertitudes étant négligeables, nous ne les prendrons pas en compte par la suite. La figure 4.9 présente l'évolution des résidus, des débits entrée et sortie et du rendement en fonction du processus itératif, et illustre ce point.

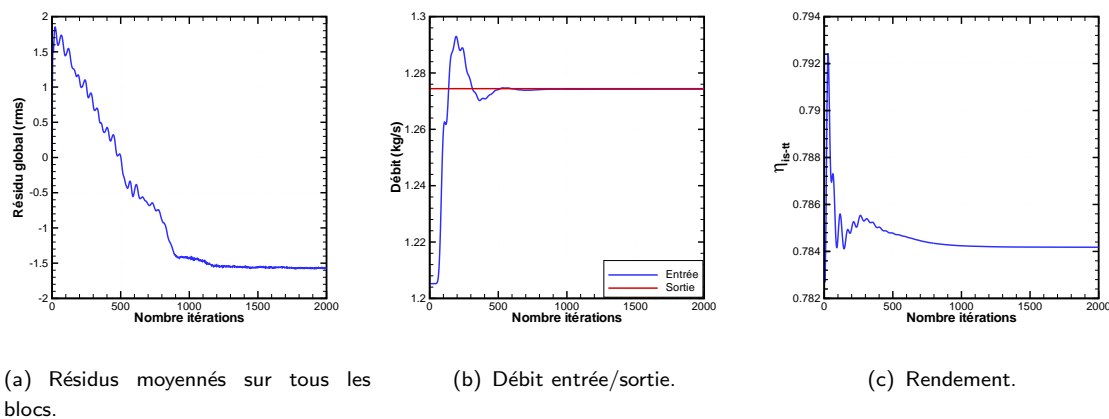


Figure 4.9: Évolutions des résidus et de la solution lors du processus itératif. Modèle SA, maillage de 200 000 points.

4.2.3 Erreurs dues au maillage

4.2.3.1 Calcul de la solution extrapolée

Pour pouvoir estimer l'erreur numérique due au maillage, l'extrapolation de Richardson (équations (3.12) à (3.15)) est appliquée aux trois maillages les plus fins (3 millions, 1.5 millions et 400 000 points). Ceci permet d'obtenir une solution extrapolée pour le taux de

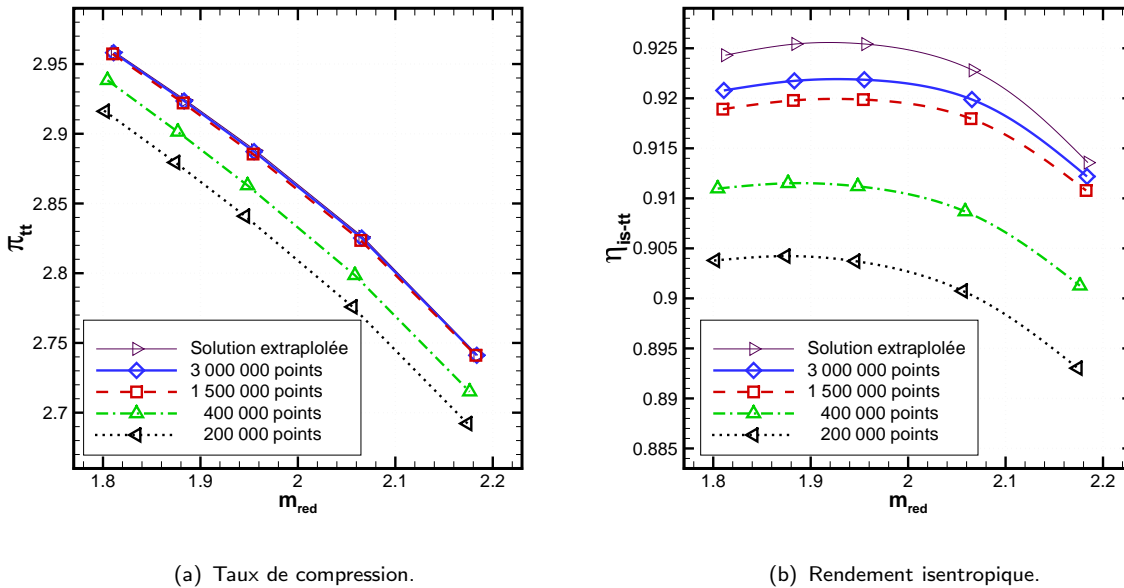


Figure 4.10: Champs obtenus pour les 4 maillages testés et pour la solution extrapolée.

compression et rendement. La figure 4.10 présente les caractéristiques obtenues (taux de compression et rendement) pour les 4 maillages testés, et pour la solution extrapolée.

Cette figure montre l'influence significative du maillage sur la prédiction des performances, en particulier sur le rendement. Ainsi, au point M de référence (point central) un écart significatif de près de 2 points⁷ est observé entre le maillage de 200 000 points et le maillage de 3 millions de points. Pour le taux de compression, cet écart est de 1.6 % (en référence au maillage à 3 millions de points).

Du point de vue de la convergence en maillage pour la prédiction du taux, la différence entre les maillages à 1.5 et 3 millions de points est négligeable : pour cette raison, la solution extrapolée ne peut être distinguée de ces deux courbes. Pour la prédiction du rendement, les variations entre les deux maillages fins restent observables (0.2 points au débit nominal), et la solution extrapolée se détache clairement.

Pour juger du degré de confiance que l'on peut accorder à la solution extrapolée, deux critères sont utilisés (Celik, 2003) : la monotonie de la convergence et l'ordre observé du schéma (résultat de l'extrapolation de Richardson, équation (3.14)). Ici, pour chaque point, la convergence est bien monotone, c'est-à-dire que la variation de la solution diminue à chaque raffinement. De plus, les ordres de convergence observés pour le rendement sont situés entre 1.95 et 3, c'est-à-dire proches de l'ordre théorique du schéma (ordre 2). Ces deux indicateurs nous donnent un bon degré de confiance dans la solution extrapolée : celle-ci va pouvoir être utilisée pour estimer les erreurs numériques.

⁷Un écart de 1 point correspond à un écart de 0.01 sur la valeur du rendement.

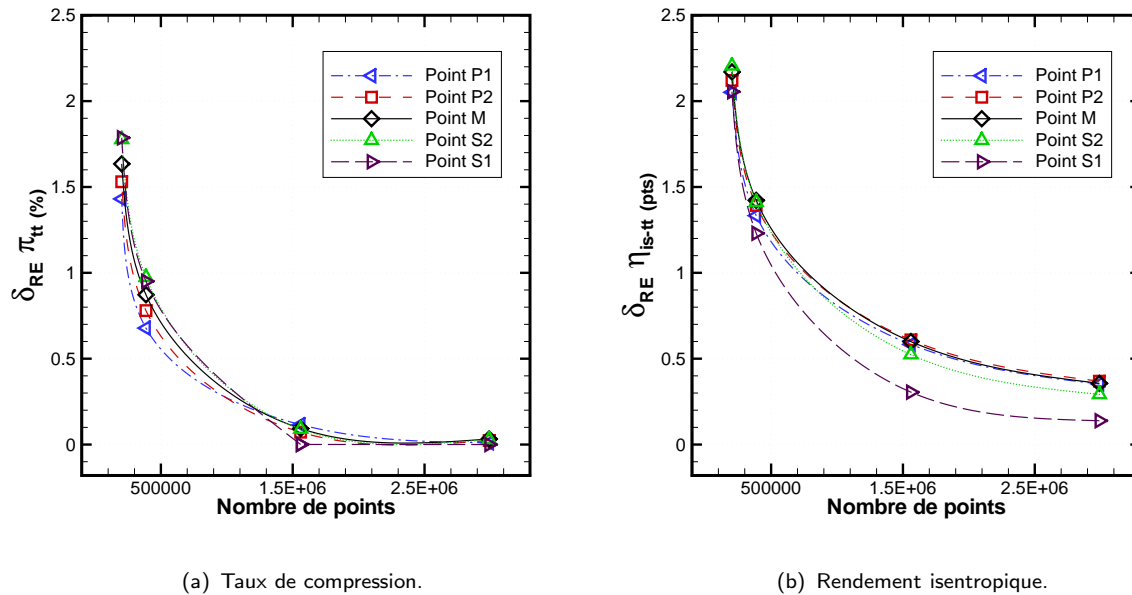


Figure 4.11: Erreurs numériques obtenues pour les 4 maillages testés. Les symboles correspondant aux erreurs effectivement calculées sont reliés par des courbes de tendance.

4.2.3.2 Estimation des erreurs numériques

En utilisant la solution extrapolée comme référence, les erreurs numériques sont calculées pour le taux (erreur relative en %) et le rendement (erreur exprimée en points). La figure 4.11 montre, pour chaque point de fonctionnement, l'évolution de l'erreur en fonction du nombre de points du maillage. L'usage d'une courbe de tendance se justifie par la convergence en puissance de l'erreur numérique, donnée par l'équation (3.11). Cette figure permet de juger de la convergence en maillage au fur et à mesure des raffinements.

Les courbes d'erreur de la figure 4.11 (a) montrent qu'une précision inférieure à 1 % est obtenue pour le taux de compression autour de 500 000 points. Au-delà de 2 millions de points, l'erreur numérique sur le taux de compression est inférieure à 0.1 %, ce qui est de l'ordre de la meilleure précision que l'on peut atteindre dans le domaine expérimental.

En ce qui concerne le rendement, il est difficile de porter un jugement de valeur sur la précision obtenue. En comparaison avec la précision de mesures expérimentales, de l'ordre de 1 point en général, l'erreur due au maillage devient "satisfaisante" autour de 1 million de points. Dans ce cas, on peut négliger les erreurs numériques dans une comparaison CFD/expérience.

En revanche, quand la CFD est utilisée comme outil de conception, en particulier dans les phases d'optimisation, il est fréquent de comparer des géométries dont les performances diffèrent de moins de 1 point. Idéalement, il conviendrait pour cela que la variation de performance estimée par CFD soit supérieure à l'erreur numérique. En d'autres termes, pour comparer deux roues différant de 0.5 points, un maillage de plus de deux millions de points serait nécessaire. En pratique, l'argument empirique généralement utilisé pour justifier l'utilisation de maillages dégradés pour réaliser une optimisation est que : "à défaut

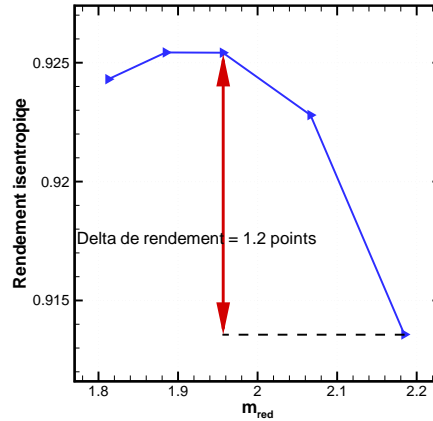


Figure 4.12: Définition d'un delta de rendement.

de prédire le rendement en valeur absolue, la CFD prédit les 'delta' de manière suffisamment précise" (Casey (1994) par exemple). L'auteur n'a pas connaissance de justification rigoureuse de cette assertion dans le cas des compresseurs centrifuges. Nous allons donc tenter maintenant d'étayer cet argument *du point de vue des erreurs numériques*.

4.2.3.3 Prédiction des "delta" de performance

En utilisant les données présentées dans ce chapitre, nous sommes amenés à définir les "delta" de rendement comme les écarts de rendement entre un point du champ et le point de référence (ceci est illustré figure 4.12, où le delta de rendement représenté correspond au point S1). Pour cette raison, nous ne pouvons définir de delta pour le point M (à moins de définir un autre point de référence).

Un premier moyen de quantifier la prédiction des delta est de commenter simplement les tendances observées sur la figure 4.10 : qualitativement, toutes les courbes exhibent des tendances similaires, ce qui signifie que les delta sont sensiblement équivalents pour les 4 maillages et la solution extrapolée.

Un deuxième argument qualitatif peut être tiré de la figure 4.11. En effet, pour chaque point, l'erreur correspond à l'écart entre un niveau de grille et la solution extrapolée, et donc, le fait que les courbes d'erreurs soient quasiment superposées indique que chaque point est à la même distance de la solution extrapolée. En d'autres termes, on montre une fois de plus que les courbes sont "parallèles", et que les delta sont donc constants.

Enfin, un moyen de *quantifier* cela est de comparer les delta prédits sur la solution extrapolée avec ceux prédits sur une grille donnée : on forme ainsi "l'erreur sur le delta". En notant le delta par Δ , ceci revient à former la quantité :

$$\text{Erreur sur le delta} = \Delta_{\text{solution extrapolée}} - \Delta_{200\,000 \text{ points}} \quad , \quad (4.8)$$

si on veut mesurer la capacité de la grille de 200 000 points à prédire les delta. Cette quantité peut alors être formée pour chaque point du champ (à l'exception du point M, puisqu'il sert de référence). Le tableau suivant présente les erreurs de delta ainsi calculées.

	Point P1	Point P2	Point S2	Point S1
Erreur sur le delta (en points)	-0.1	-0.16	0.03	-0.1

Tableau 4.7: Erreur sur la prédiction des delta de rendement pour un maillage de 200 000 points.

Nous arrivons enfin à une conclusion favorable quant à l'utilisation de la CFD pour faire des comparaisons de performances : un maillage de 200 000 points permet de discriminer des écarts de performance avec une précision inférieure à 0.2 points.

4.2.4 Influence du maillage sur la prédiction du bruit de raie

La prédiction du bruit de raies à l'aide de l'outil de prédiction acoustique LTS repose sur l'extraction de données aérodynamiques en sortie du rotor : le champ de vitesse (composantes V_z , V_t et V_r), la densité du fluide et la vitesse du son. Ces données étant soumises aux erreurs numériques mentionnées précédemment, la méthode d'évaluation de l'erreur numérique par l'extrapolation de Richardson est appliquée au calcul de la puissance acoustique.

L'étude de grille n'a été exploitée que pour le point de fonctionnement M. Les calculs acoustiques sont menés sur une hauteur d'extraction de 80 %, à la distance $R = 1.1R_2$ du bord de fuite du rotor. Le tableau 4.8 présente les puissances calculées pour chaque maillage, la valeur limite calculée par l'extrapolation de Richardson, ainsi que les erreurs associées.

Nombre de points	200 000	400 000	1 500 000	3 000 000	solution extrapolée
Puissance acoustique (dB)	120.5	120.3	119.9	119.7	119.4
Erreur estimée (%)	1.0	0.8	0.5	0.3	—

Tableau 4.8: Erreurs sur la prédiction de la puissance acoustique pour le point de fonctionnement M (rayon d'extraction $R = 1.1R_2$).

Malgré un impact significatif sur les performances globales, il apparaît que le maillage n'influence que faiblement la prédiction de la puissance acoustique. À titre de comparaison, l'écart minimum observé lors de la comparaison de plusieurs roues durant l'optimisation est de 1 dB. Ainsi, un maillage de 400 000 points présente une erreur négligeable dans le cadre d'une comparaison entre les performances acoustiques de deux roues.

4.2.5 Proposition pour une approche industrielle de la prédiction CFD des champs compresseurs

Dans une approche industrielle, il est avant tout primordial de pouvoir prédire les tendances sur un champ compresseur. Mais il est aussi nécessaire de pouvoir “recaler” le champ sur une valeur absolue. Par exemple, il est pratique courante de calculer des caractéristiques rendement–débit en terme de tendance par des méthodes 1D (corrélations de pertes), que l’on recalcule ensuite à partir de l’expérience disponible sur d’autres machines.

Nous proposons ici une méthode similaire pour obtenir un champ recalé en valeur absolue pour tenir compte des erreurs numériques :

1- Le tableau 4.7 montre qu’un maillage dégradé est suffisant pour prédire une tendance (*i.e.*, les delta). On réalise donc une première série de calculs pour obtenir le champ sur un maillage de 200 000 points.

2- La figure 4.11 (b) permet de choisir la taille de maillage nécessaire pour prédire une valeur absolue à une précision donnée. Ainsi, le calcul d’*un seul* point de référence sur un maillage de 1 million de mailles permet de recalculer en valeur absolue avec une précision inférieure à 1 point.

3- Finalement, en combinant les étapes 1 et 2, on obtient un champ recalé, d’une précision inférieure à 1 point en valeur absolue et à 0.2 points en tendance.

La généralisation de cette méthode est à faire avec *précaution*. Nous avançons l’hypothèse que cette méthode peut s’appliquer au moins à des machines “proches” (la notion de similitude abordée dans la troisième partie de ce mémoire permettra de préciser ce point), une généralisation plus large nécessiterait l’application de la méthode de ce deuxième paragraphe à des machines différentes, en particulier dans le régime transsonique où la prédiction du blocage est particulièrement difficile. Enfin, on insistera sur le fait que même pour le maillage de 200 000 points, l’écart sur les débits d’entrée et de sortie reste inférieur à 0.03 %, et ne biaise donc pas le recalage.

Synthèse et conclusions

L'étude de sensibilité au maillage du premier paragraphe de ce chapitre a apporté une meilleure compréhension des relations complexes entre caractéristiques de l'écoulement et paramètres de maillage. Nous soulignerons en particulier deux résultats originaux comme la démonstration de la faible contribution des effets visqueux au phénomène de glissement et l'importance cruciale de la discrétisation des couches limites au carter pour la prédiction des effets de jeu. La notion de solution localement indépendante au maillage proposée au paragraphe 4.1.4 a permis d'obtenir des critères mesurables pour la convergence en maillage de la prédiction du frottement au carter. Ainsi, à partir d'une approche locale, les résultats du premier paragraphe ont permis de définir les contraintes nécessaires à la réalisation d'un maillage de référence permettant de s'approcher de la convergence asymptotique pour la prédiction des quantités globales.

Les résultats du deuxième paragraphe ont alors permis de quantifier les erreurs numériques dans les simulations pour les compresseurs centrifuges. Nous avons ainsi pu confirmer l'idée que des maillages relativement dégradés permettent de capturer de manière satisfaisante une tendance sur une isovitesse. En revanche, la prédiction d'une valeur absolue de rendement nécessite l'utilisation de maillages nettement plus fins, et donc de ressources conséquentes. Dans une optique d'application industrielle, nous avons finalement proposé une méthode pour minimiser l'effort de calcul tout en essayant d'obtenir la meilleure qualité de prédiction pour des ressources données.

L'estimation des erreurs numériques est la première étape pour atteindre le premier objectif de la thèse : fiabiliser la conception par une démarche de qualification de l'outil CFD. Ceci nous amène maintenant à considérer la deuxième source d'erreur : les modèles.

Chapitre 5

Modèles de turbulence sensibilisés aux effets de rotation et courbure

Sommaire

5.1	Position du problème	78
5.2	Physique et modélisation	78
5.2.1	Effets de la rotation	78
5.2.2	Effets de courbure	86
5.2.3	Panorama des corrections existantes	88
5.2.4	Correction d'un modèle à une équation (Spalart et Shur, 1997)	91
5.2.5	Correction d'un modèle à deux équations (Cazalbou <i>et al.</i> , 2005)	96
5.3	Implantation des corrections	102
5.3.1	Stratégie d'implantation	102
5.3.2	Vérification du codage	105
5.3.3	Analyse de la consistance physique	113
5.4	Évaluation des modèles corrigés sur un compresseur académique	117
5.4.1	Présentation du cas-test RADIVER	117
5.4.2	Mise en œuvre des calculs	120
5.4.3	Comparaison avec les données expérimentales	121
5.4.4	Analyse des simulations	126

Ce chapitre est la deuxième étape dans la démarche d'amélioration de la prédictivité des calculs CFD, et se concentre donc sur la deuxième contribution aux sources d'erreur d'une simulation : l'erreur due aux modèles de turbulence.

Dans un premier temps, nous justifions par des considérations générales le choix de se concentrer sur les effets de rotation et courbure sur la turbulence dans un contexte turbomachine. L'analyse des phénomènes physiques mis en jeu aboutit à la définition d'une stratégie de modélisation, illustrée ensuite par les deux modèles corrigés étudiés dans ce mémoire : la correction d'un modèle à une équation de transport (Spalart et Allmaras, 1994) proposée par Spalart et Shur (1997) ; et la correction de Cazalbou *et al.* (2005) appliquée à un modèle à deux équations du type (k, ϵ) . L'implantation de ces deux corrections dans le code de calcul est alors présentée et vérifiée. Enfin, les modèles corrigés sont testés sur un compresseur académique (le cas-test RADIVER), pour évaluer le gain obtenu et finalement conclure sur l'importance des erreurs de modélisation.

5.1 Position du problème

En reprenant la classification de Bradshaw (1971), les écoulements turbulents dans les turbomachines sont de type “complexe” : en plus du cisaillement principal ($\partial V_1/\partial y$) lié à la présence des couches limites, apparaissent des cisaillements secondaires significatifs liés aux surfaces en rotation, aux sillages des pales, aux courbures de l’écoulement (dues aux parois mais aussi aux écoulements secondaires) et aux accélérations de Coriolis dues à la rotation d’ensemble

Plus généralement, dans ce type d’écoulements, la turbulence est affectée par les effets de compressibilité, les gradients de pression, voire la transition, et enfin les effets de rotation et courbure. Dans ce large champ d’investigation, notre étude se restreint à l’analyse des effets de rotation et courbure (R/C), en prolongement des études entamées par le laboratoire et l’industriel.

Bien que la physique et la modélisation des effets R/C soient examinées en détail plus loin, nous pouvons déjà souligner le défaut inhérent aux modèles du premier ordre : dans les équations pour les tensions de Reynolds, les termes impliquant la rotation sont redistributifs, c’est-à-dire qu’ils apparaissent avec des signes opposés dans les équations des tensions normales ; ils sont donc à trace nulle, et disparaissent du bilan d’énergie cinétique de turbulence (k).

Notons que l’absence de ce défaut donne un avantage théorique à la modélisation au second ordre, où les termes de rotation se manifestent de manière explicite. Toutefois, s’il est nécessaire de développer des modèles qui peuvent être utilisés sur une base routinière lorsque des ressources numériques importantes le permettent (SNECMA par exemple), il est aussi important de proposer des solutions directement applicables dans un contexte industriel sensiblement différent comme celui de LTS.

5.2 Physique et modélisation

Dans ce paragraphe, nous examinons tout d’abord les modes d’actions de la rotation et de la courbure sur la turbulence, en considérant notamment quelques configurations élémentaires. Dans un deuxième temps, cette analyse permet de juger, puis de définir, les corrections de modèles visant à restituer ces effets.

5.2.1 Effets de la rotation

Quand un écoulement turbulent est soumis à une rotation d’ensemble, la présence des accélérations de Coriolis entraîne des modifications significatives du champ fluctuant. Les deux mécanismes par lesquels la rotation opère sont l’instabilité de Coriolis en cisaillement et l’inhibition du transfert spectral.

5.2.1.1 Instabilité de Coriolis en cisaillement

L'instabilité de Coriolis en cisaillement¹ (Tritton, 1992) peut se traduire par des phénomènes d'amplification (déstabilisation) ou de réduction (stabilisation) de la turbulence, cette réduction pouvant mener jusqu'à la relaminarisation de l'écoulement. En anticipant sur le paragraphe 5.2.1.4, notons que ces deux effets peuvent cohabiter dans les canaux d'une turbomachine radiale. Puisque cet effet n'apparaît pas explicitement dans une modélisation au premier ordre, il s'agit du premier phénomène important que devra reproduire une correction pour les effets de la rotation.

Pour illustrer le mode d'action associé à cette instabilité, nous considérons ici une configuration élémentaire : l'évolution temporelle d'une turbulence homogène uniformément cisailée en rotation (THUC- Ω). Cette configuration, illustrée sur la figure 5.1 (a), permet d'appréhender le mécanisme de base de l'instabilité de Coriolis en cisaillement car, dans ce cas, la rotation influence directement le mouvement fluctuant sans avoir affecté le mouvement moyen au préalable.

En l'absence de rotation, la THUC est une situation instable (Rose, 1966) : l'énergie cinétique de turbulence (k) et son taux de dissipation (ϵ) augmentent continûment avec le temps. Plus généralement, le caractère instable de la THUC- Ω correspondra à un taux de croissance $\frac{1}{k} \frac{dk}{dt}$ positif.

Raisonnement par “particule déplacée” en THUC- Ω La situation de THUC- Ω est illustrée figure 5.1 (a). Elle correspond à un écoulement incompressible dans un repère cartésien (x, y, z) , en rotation autour de l'axe z à la vitesse angulaire Ω . Ici, W_1 désigne la vitesse suivant x dans le référentiel tournant. Pour expliquer qualitativement le mécanisme de l'instabilité, nous reproduisons ici le raisonnement par “particule déplacée” proposé par Tritton (1992). Le paramètre

$$\beta = \frac{\Omega}{S}, \quad \text{où} \quad S = \frac{dW_1}{dy},$$

définit entièrement le problème de stabilité. Nous considérons ici que S est positif, les différents cas (stable ou instable) étant alors obtenus pour différentes valeurs de Ω .

À partir de la figure 5.1 (b), le raisonnement débute en déplaçant une particule fluide du niveau A au niveau B, en partant d'une situation d'équilibre. Initialement à la vitesse $W_1^A < W_1^B$, la particule déplacée a une vitesse $W_1^{A'}$ après déplacement. Pour les particules non déplacées en B, la force de Coriolis $-2\rho\Omega W_1^B \mathbf{y}$ est équilibrée par la force due au gradient de pression. La force subie par la particule déplacée de A à B est donc le résultat de la différence entre la force de Coriolis associée à la vitesse $W_1^{A'}$ et la force du gradient de pression en B (cette dernière étant égale à $2\rho\Omega W_1^B \mathbf{y}$ pour assurer l'équilibre des particules non déplacées en B). Ainsi, du signe de $2\rho\Omega(W_1^B - W_1^{A'})\mathbf{y}$, la force subie par la particule déplacée, dépend la stabilité de l'écoulement : si cette force est positive, alors le déplacement initial est amplifié et la situation est instable, et réciproquement.

¹“*Shear-Coriolis Instability*”

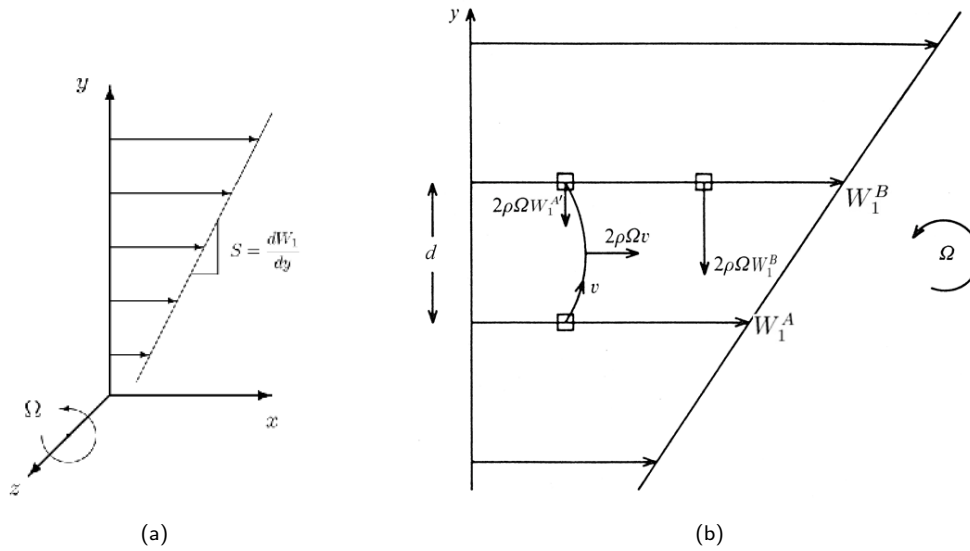


Figure 5.1: Turbulence homogène uniformément cisailée : (a) configuration ; (b) analyse par particule déplacée, d'après Tritton (1992).

La variation de vitesse associée au déplacement de la particule, $W_1^A - W_1^{A'}$, est obtenue en intégrant l'équation de la quantité de mouvement suivant x entre A et B, *i.e.* :

$$W_1^A - W_1^{A'} = \int 2\Omega v dt = 2\Omega d \quad ,$$

où $d = v dt$ est la distance entre A et B, avec v la vitesse du déplacement. Puisque, par définition, $W_1^B - W_1^A = Sd$, on peut écrire :

$$2\rho\Omega(W_1^B - W_1^{A'}) = 2\rho\Omega(Sd - 2\Omega d) = 2\rho\Omega S(1 - 2\beta)d \quad ,$$

dont le signe ne dépend que de $\Omega S(1 - 2\beta)$. En rappelant que S est positif par convention, le signe de cette expression est identique à celui donné par le nombre sans dimension $\beta(1 - 2\beta)$. Nous pouvons alors identifier les trois cas suivants :

- si $\beta < 0$ ou $\beta > 0.5$, la particule est rappelée vers sa position initiale : la force de Coriolis stabilise l'écoulement ;
- si $0 < \beta < 0.5$, le déplacement initial est amplifié : la force de Coriolis déstabilise l'écoulement ;
- si $\beta = 0$ ou $\beta = 0.5$ la particule reste en équilibre : la force de Coriolis n'affecte pas la stabilité de l'écoulement.

Ceci amène naturellement à l'introduction du nombre sans dimension suivant :

$$B_R = -2\frac{\Omega}{S}\left(1 - 2\frac{\Omega}{S}\right) = 2\beta(2\beta - 1) \quad , \quad (5.1)$$

appelé nombre de Bradshaw-Richardson. L'action déstabilisante de la force de Coriolis correspond alors simplement aux cas où $B_R < 0$, et réciproquement.

Généralisation Si les bornes de la zone instable ($0 \leq \beta \leq 0.5$) sont confirmées par les analyses de stabilité linéaire de Lezius et Johnston (1976), Cambon *et al.* (1994) et Speziale,

Abid et Blaisdell (1996), les données physiques sont plus rares. On retiendra que : (i) les résultats de simulation aux grandes échelles (LES) de Bardina, Ferziger et Reynolds (1983) prédisent un écoulement instable pour $\beta = 0$ et 0.25 , et en stabilité neutre pour $\beta = 0.5$; (ii) les résultats de distorsion rapide (RDT) de Bertoglio (1982) donnent un écoulement stable pour $\beta \simeq -0.44$ et instable pour $\beta \simeq +0.44$, avec un point de stabilité neutre obtenu pour $\beta \simeq -0.2$. En l'absence de données plus précises, nous retiendrons que la zone instable s'étend de β légèrement négatif jusqu'à $\beta = 0.5$. En rappelant qu'en l'absence de rotation ($\beta = 0$), l'écoulement cisailé est instable, il n'est pas surprenant que la zone instable déborde vers β légèrement négatif.

5.2.1.2 Inhibition du transfert spectral

Le deuxième mode par lequel la rotation affecte la turbulence peut se superposer à (voire être inhibé par) l'instabilité de Coriolis en cisaillement. La situation de turbulence homogène initialement isotrope en rotation (THI- Ω) permet d'isoler ce mécanisme. En l'absence de rotation, la turbulence décroît sous l'effet de la dissipation turbulente.

Les expériences de Wigeland et Nagib (1978) et Jacquin *et al.* (1990) (ainsi que les simulations de Rogallo (1981); Bardina, Ferziger et Reynolds (1983); Bardina, Ferziger et Rogallo (1985); Dang et Roy (1985)) ont montré que dans le cas de la THI- Ω , la rotation entraîne une diminution du taux de décroissance énergétique ($\frac{1}{k} \frac{dk}{dt}$), et corrélativement, du taux de décroissance de la dissipation ($\frac{1}{\epsilon} \frac{d\epsilon}{dt}$). En d'autres termes, une turbulence homogène décroît moins rapidement en présence de la rotation. C'est le deuxième phénomène important que devra reproduire une modélisation au premier ordre.

Les expériences de Jacquin *et al.* (1990) ont par ailleurs mis en évidence le caractère anisotrope de ce phénomène, qui affecte de manière privilégiée les échelles transversales (*i.e.*, dans le plan orthogonal à Ω). Un raisonnement par particule déplacée montre que la rotation opère par un confinement de la taille des tourbillons dans le plan transverse. Ce confinement agit à une échelle caractéristique $L_\Omega = v/\Omega$ (où v est représentative de la fluctuation de vitesse dans le plan transverse), et n'affecte pas les échelles inférieures.

Ces phénomènes traduisent en fait un mécanisme non-linéaire, indétectable dans une approche statistique. En effet, les modèles spectraux de Cambon, Bertoglio et Jeandel (1981) et l'analyse de Aupoix, Cousteix et Liandrat (1983) ont montré que ces modifica-

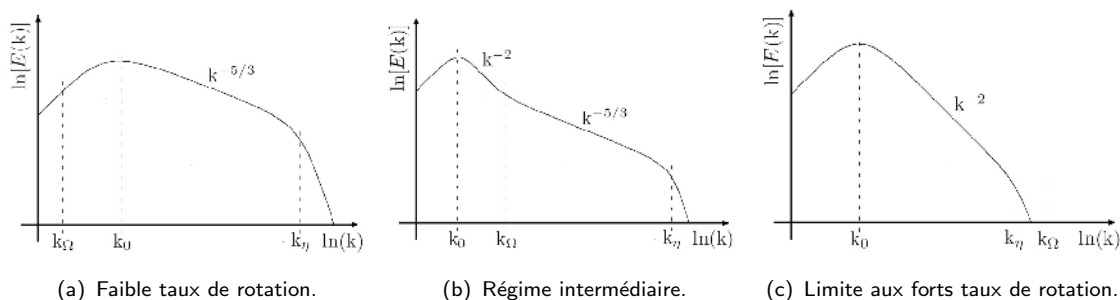


Figure 5.2: THI- Ω : Influence de la rotation sur le transfert spectral.

tions étaient dues à l'action explicite de la rotation sur les corrélations triples (terme non linéaire de transfert dans l'équation de Lin). Dans une approche spectrale, l'anisotropie et la diminution du taux de décroissance énergétique se traduisent pas une diminution du transfert énergétique vers les grands nombres d'ondes (Rogallo, 1981). En d'autres termes, l'énergie se maintient aux petits nombres d'ondes, et on observe une pente plus importante que la pente en $-5/3$ du spectre de Kolmogorov (voir la figure 5.2 (c)). La valeur limite de cette pente n'est pas encore unanimement reconnue : Okamoto (1995) obtient une pente $-11/3$; Zeman (1994) propose une pente de $-11/5$ basée sur des considérations théoriques; mais l'analyse de Zhou (1995), les simulations LES de Domaradzki et Yang (2004) et les expériences de Moisy, Morize et Rabaud (2004) conduisent à une pente -2 .

L'idée développée précédemment d'un confinement opérant à une échelle $L_\Omega \propto 1/\Omega$ se transpose dans le domaine spectral par un nombre d'onde de coupure $k_\Omega \propto \Omega$. En d'autres termes, la pente du spectre n'est modifiée que pour les nombres d'ondes compris entre k_0 et k_Ω (avec k_0 le nombre d'onde le plus énergétique), c'est le régime intermédiaire de la figure 5.2 (b). Lorsque $k_\Omega > k_\eta$ (avec k_η la micro échelle de Kolmogorov), tout le spectre subit l'influence de la rotation, de sorte qu'augmenter encore la rotation ne modifie plus significativement la structure de la turbulence. Ceci amène finalement à un point important : au delà d'un certain seuil, les effets de la rotation saturent, c'est la notion de "limite aux forts taux de rotation". Ceci constitue la troisième contrainte que devra respecter un modèle de turbulence sensibilisé pour les effets de la rotation.

5.2.1.3 Analyse pour un canal en rotation

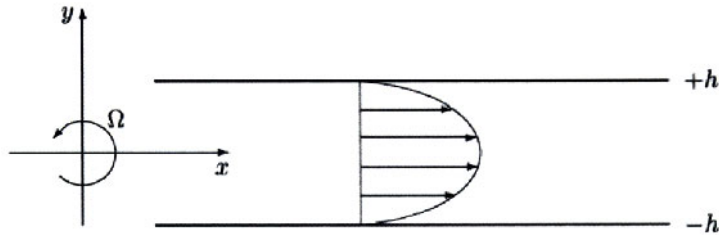


Figure 5.3: Configuration de canal plan en rotation.

Afin d'illustrer plus concrètement l'impact de la rotation sur un écoulement turbulent, nous considérons ici le cas de l'écoulement monodimensionnel (invariance en x et z) de canal plan en rotation, présenté à la figure 5.3. Du point de vue de l'orientation de la vitesse relative et de la rotation, cette situation est similaire à celle rencontrée en sortie d'une roue de compresseur centrifuge (dans ce cas, x est la direction radiale).

En supposant l'écoulement monodimensionnel, dans le repère relatif, les termes explicites dûs à la rotation disparaissent du bilan de quantité de mouvement suivant x :

$$0 = 1 + \frac{\partial}{\partial y^*} \left(\frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial W_1^*}{\partial y^*} - \overline{u^* v^*} \right) ,$$

où les quantités "étoilées" sont les variables adimensionnelles obtenues en utilisant h comme longueur de référence et u_τ comme vitesse de référence (u_τ est une moyenne quadratique

de la vitesse de frottement sur les deux parois du canal), et Re_τ le nombre de Reynolds basé sur h et u_τ . Cette équation permet de souligner un point important : ici, la rotation n'influence le champ moyen *que* par le biais des tensions de Reynolds. En d'autres termes, la simulation d'un écoulement de canal plan ne restituera le champ de vitesse correctement que si elle est menée avec un modèle corrigé pour l'influence de la rotation sur la turbulence.

De plus, l'examen d'un bilan de quantité de mouvement suivant y (analyse similaire à celle menée au paragraphe 2.3.1.3) montre que la force de Coriolis (orientée vers la paroi $-h$ de la figure 5.3) est équilibrée par un gradient de pression $\partial P/\partial y < 0$. En d'autres termes, la paroi $-h$ est "en pression".

Modification du profil de vitesse La figure 5.4 donne une vue schématique du profil de vitesse débitante modifié par la rotation. De manière notable, le maximum de vitesse est déplacé vers le côté en dépression du canal (Johnston, Halleen et Lezius, 1972). En poursuivant l'analogie avec une roue de compresseur centrifuge, cet effet se traduit par une modification de la charge aube-à-aube (que l'on exprime parfois en terme de différence de vitesse et non de pression comme au paragraphe 2.3.1.3).

Dans la région centrale du profil, une zone linéaire de pente -2Ω est observée expérimentalement (Johnston, Halleen et Lezius, 1972). Ceci traduit le caractère de stabilité neutre de l'écoulement dans cette zone ($B_R = 0$, correspondant au cas où $\beta = 1/2$).

Au niveau de la paroi en pression, l'écoulement est déstabilisé par l'instabilité de Coriolis en cisaillement, car B_R y est positif. Corrélativement, le niveau de turbulence augmente, le gradient de vitesse augmente, et surtout, le frottement augmente.

Au niveau de la paroi en dépression, l'écoulement est stabilisé par l'instabilité de Coriolis en cisaillement, car B_R y est négatif ($\partial W_1/\partial y < 0$, du fait de l'orientation du repère). Ainsi,

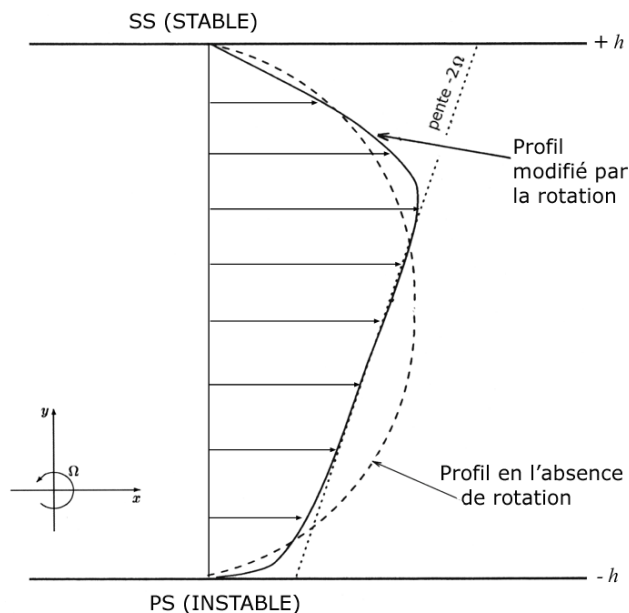


Figure 5.4: Influence de la rotation sur le profil de vitesse débitante en configuration de canal plan.

on peut observer une relaminarisation de l'écoulement dans cette zone. Corrélativement, le gradient de vitesse et le frottement diminuent.

Écoulements secondaires Enfin, les écoulements secondaires qui se produisent en réalité dans un canal sont significativement affectés par la rotation. La figure 5.5 illustre schématiquement ces modifications pour le canal *carré* (d'après les résultats expérimentaux de MacFarlane, Joubert et Nickels (1998)).

En l'absence de rotation, huit tourbillons apparaissent dans le plan transverse (figure 5.5 (a)), similaires à des tourbillons de Taylor-Görtler. Sous l'effet de la rotation, ces tourbillons se structurent en quatre tourbillons contrarotatifs (figure 5.5 (b)). Lorsque la rotation augmente, deux "gros" tourbillons occupent l'essentiel de la section de passage, et cohabitent avec deux plus petits dont les centres sont proches de la surface en pression (figure 5.5 (c)). Si ces effets sont dus à une action directe de la rotation (elle intervient explicitement dans les équations du mouvement moyen), le modèle de turbulence influence la prédiction de ces écoulements, comme l'illustre la figure 5.5 (d). Cette dernière figure compare les écoulements secondaires prédits par un modèle (k, ϵ) standard et ceux obtenus par un modèle corrigé pour les effets de la rotation (correction HPB de Howard, Patankar et Bordyniuk (1980)), résultats tirés de Cazalbou (2002).

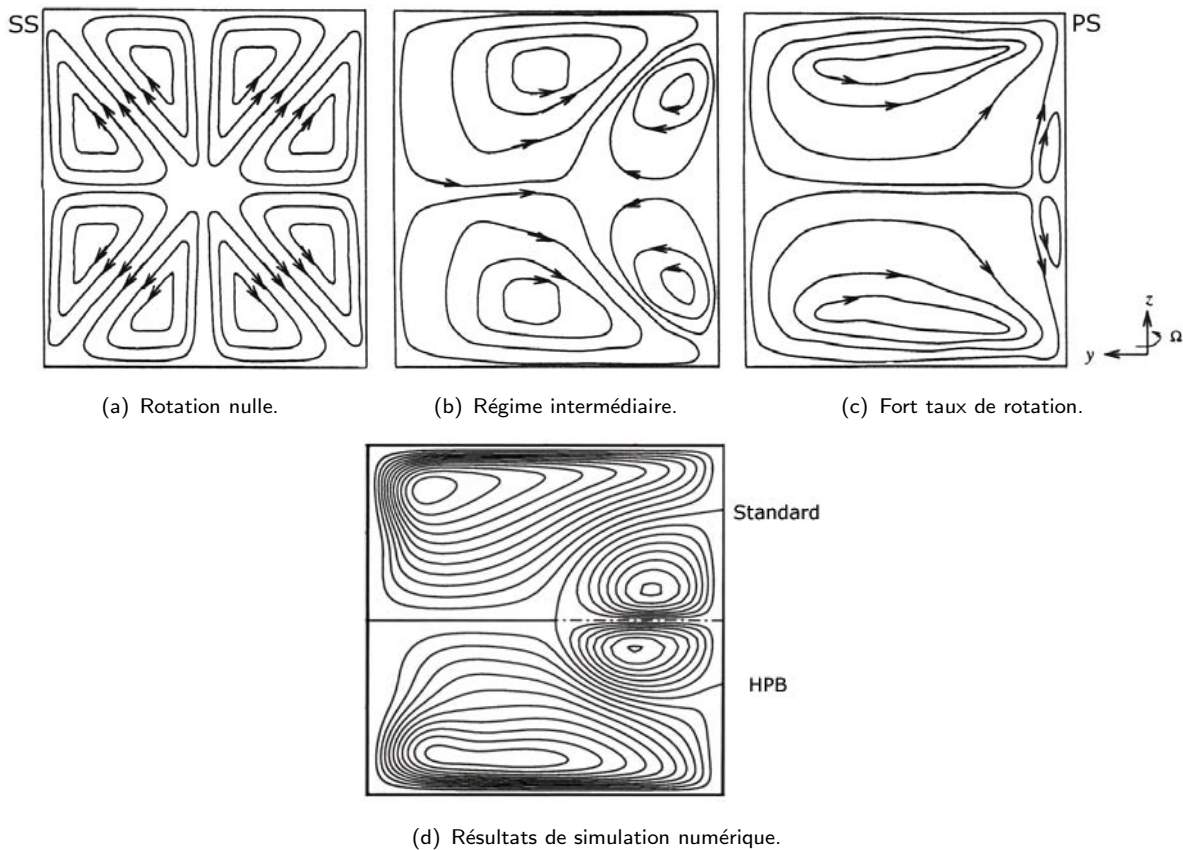


Figure 5.5: Influence de la rotation sur les structures de l'écoulement secondaire dans un canal carré. Figures (a), (b) et (c) représentation schématique tirée de résultats expérimentaux. Figure (d), influence du modèle de turbulence sur la prédiction.

Les modifications obtenues dans cette configuration simple laissent raisonnablement envisager un impact de la rotation sur la structure de l'écoulement dans un compresseur centrifuge.

5.2.1.4 Analyse théorique pour un compresseur centrifuge

L'analogie mentionnée précédemment entre la sortie d'un compresseur et un canal plan permet déjà, de manière qualitative, de prévoir l'effet de la rotation sur la turbulence dans un compresseur centrifuge : la turbulence va augmenter à l'intrados (PS) et diminuer à l'extrados (SS). De plus, ceci peut avoir un impact sur la charge aube-à-aube, le frottement pariétal et la structure des écoulements secondaires. Notons que c'est à l'extrados que l'écoulement a le plus de risque de décoller, la diminution de la turbulence aura donc pour effet d'accentuer ce risque. Pour un nombre de rotation modérément élevé, Baljé (1981) interprète cet effet comme une contribution supplémentaire (en plus des écoulements secondaires) à la formation de la configuration de jet/sillage en sortie du rotor (voir figure 5.6) : les particules à faible énergie cinétique de turbulence (intrados) sont plus facilement transportées vers le sillage.

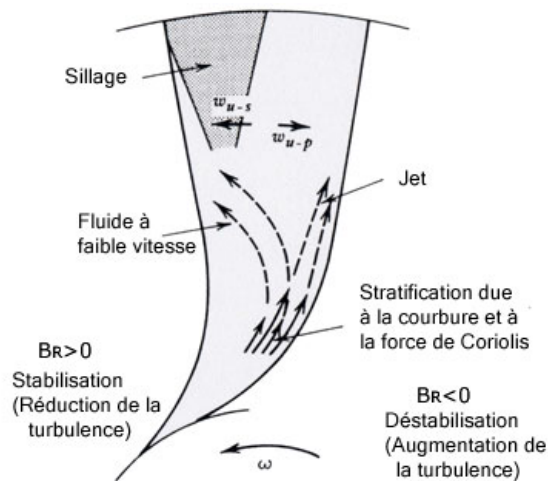


Figure 5.6: Influence de la rotation sur la formation du jet/sillage, d'après Baljé (1981).

En revenant sur le raisonnement mené au paragraphe 2.3.1.3, c'est bien dans la partie radiale de la roue que la force de Coriolis a le plus d'intensité. Néanmoins, en entrée de roue, la force n'est pas négligeable. En effet, en utilisant la composition des vitesses, elle s'écrit :

$$\mathbf{F}_{\text{Coriolis}} = -2\rho\boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{V} - \mathbf{U}) = 2\rho\Omega U \mathbf{u}_z \times \mathbf{u}_\theta \quad ,$$

avec \mathbf{u}_z , \mathbf{u}_θ et \mathbf{u}_r les vecteurs unitaires dans les direction axiale, tangentielle et radiale, respectivement. Alors, en notant que $U = r\Omega$ et que $\mathbf{u}_z \times \mathbf{u}_\theta = -\mathbf{u}_r$, la force de Coriolis en entrée peut s'écrire :

$$\mathbf{F}_{\text{Coriolis}} = -2\rho\Omega^2 r \mathbf{u}_r \quad .$$

Elle est donc portée par la direction radiale, orientée du carter au moyeu, et dépend du rayon. Ainsi, les raisonnements du paragraphe précédent permettent de soupçonner un effet

fortement stabilisant au carter et faiblement déstabilisant au moyeu ($r_{\text{Carter}} > r_{\text{Moyeu}}$) pour l'entrée de la roue.

5.2.2 Effets de courbure

Les effets de courbure sont qualitativement connus depuis les travaux de Prandtl. La revue de Bradshaw (1973) et, plus tard, les travaux expérimentaux de Hunt et Joubert (1979) permettent de résumer l'impact de la courbure sur la turbulence : une surface concave est déstabilisante (*i.e.*, la turbulence augmente), alors qu'une surface convexe est stabilisante (*i.e.*, la turbulence diminue).

Les résultats expérimentaux de Clauser et Clauser (1937) et Kim et Simon (1991) montrent que, dans le cas de la surface concave, l'apparition de tourbillons de Taylor-Görtler accélère la transition laminaire-turbulent, et modifie le transport de la turbulence. Dans le cas de la surface convexe, la stabilisation peut entraîner la relaminarisation (en fait, le nombre de Reynolds de transition augmente).

Comme mentionné dans l'introduction, cette classe d'écoulement entre dans la catégorie des écoulements complexes du fait de la présence du taux de déformation $\partial V_2/\partial x$. Bien que d'un ordre de grandeur inférieur à $\partial V_1/\partial y$, ce terme entraîne donc des modifications importantes du champ fluctuant (Bradshaw, 1973). Un raisonnement par particule déplacée explique *qualitativement* le phénomène de déstabilisation.

5.2.2.1 Raisonnement par particule déplacée pour une surface concave

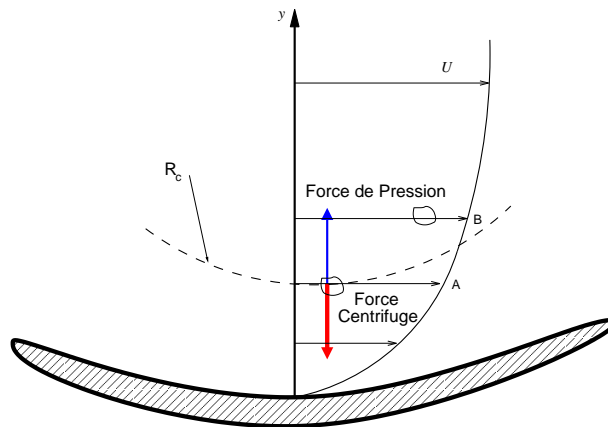


Figure 5.7: Couche limite se développant sur une surface concave : analyse par particule déplacée.

Considérons la couche limite se développant sur une surface concave (figure 5.7). Pour simplifier les notations, nous considérerons ici que V désigne la composante V_1 de la vitesse absolue. Dans toute la couche limite, les particules sont en équilibre sur leur trajectoire, c'est-à-dire que la force centrifuge liée à la courbure ($-\rho V_A^2/R_c \mathbf{y}$) est compensée par l'effort dû au gradient de pression ($-\partial P/\partial y \mathbf{y}$, avec $\partial P/\partial y < 0$).

À un niveau donné A de la couche limite, supposons que les fluctuations entraînent une particule jusqu'en B, de sorte que la particule conserve sa vitesse V_A . En B, cette particule est soumise à une force centrifuge $-\rho V_A^2/R_c \mathbf{y}$ et à un effort de pression égal à

$+\rho V_B^2/R_c \mathbf{y}$ (du fait de l'équilibre *local* en B). Comme $V_B > V_A$, le bilan des efforts subis par la particule déplacée est déséquilibré : la résultante des efforts est orientée suivant \mathbf{y} . Ainsi, la force subie par la particule accentue le déplacement initial : la paroi concave est bien déstabilisante. Un raisonnement identique permet d'illustrer le caractère stabilisant d'une paroi convexe.

Généralisation Le nombre de Richardson–gradient de courbure est défini par :

$$Ri_c = \frac{V/R_c}{\frac{1}{2}\partial V/\partial y} \quad , \quad (5.2)$$

où R_c est le rayon de courbure. Ce nombre mesure l'effet de la courbure par rapport au taux principal de cisaillement. Il mesure aussi, par son signe, l'orientation de la paroi : en effet, pour $Ri_c > 0$ la paroi est convexe, et elle est concave pour $Ri_c < 0$.

5.2.2.2 Analyse théorique pour un compresseur centrifuge

Les données précédentes peuvent se transposer dans un compresseur centrifuge en examinant les courbures mentionnées dans le chapitre 2 (§ 2.2.2). La courbure la plus importante est celle correspondant au virage axial–radial dans le plan méridien. La figure 5.8 transpose les raisonnements précédents : l'effet de courbure est déstabilisant au moyeu (augmentation de la turbulence) et stabilisant au carter (réduction de la turbulence). Notons que, comme pour la rotation, cet effet est pénalisant : il accroît le risque (déjà important) de décollement au carter.

Dans le plan aube-à-aube, l'intensité des courbures (voire leur orientation) dépend des choix de conception, nous les examinerons donc au cas par cas suivant les compresseurs testés plus loin. Notons toutefois que dans le cas de pales couchées en arrière ($\beta_2^m < 0^\circ$

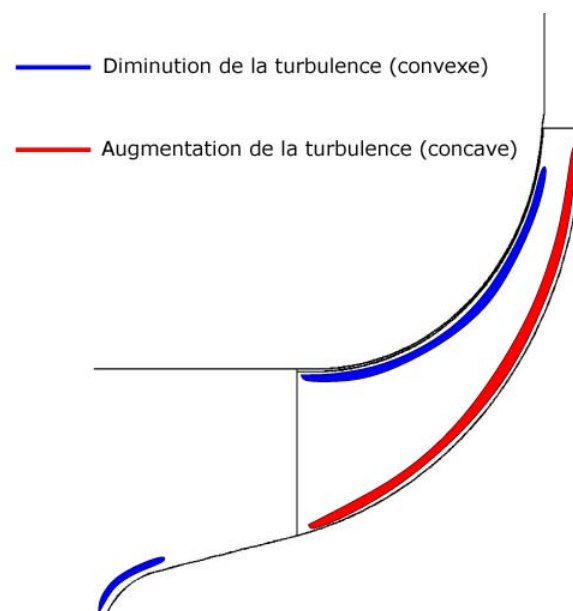


Figure 5.8: Analyse qualitative de l'influence de la courbure sur la turbulence (plan méridien).

en sortie), l'extrados est (faiblement) concave et l'intrados convexe : en sortie, l'effet de courbure sur la turbulence va donc s'opposer à l'effet de la rotation. Il est difficile de statuer *a priori* sur l'effet dominant.

5.2.3 Panorama des corrections existantes

La littérature présente de nombreuses corrections pour les effets de rotation et courbure. Sans prétendre à l'exhaustivité, nous présentons dans ce paragraphe les plus représentatives.

En se basant sur l'analogie entre les effets de rotation et courbure proposée par Bradshaw (1973), des modèles développés spécifiquement pour l'un ou l'autre de ces effets sont utilisés pour reproduire les deux (le paragraphe 5.2.4.1 revient sur cette analogie). Ainsi, nombres de modèles visant à reproduire l'instabilité de Coriolis en cisaillement sont dérivés de modèles pour la courbure ; ces deux classes de modèles sont donc présentées ensemble ; les modèles pour les effets non linéaires de la rotation sont ensuite introduits.

En préliminaire, nous mentionnerons les corrections de Johnston et Eide (1976), Adams et Johnston (1984) et Moore et Moore (1990) pour les modèles algébriques. Ces corrections modifient la longueur de mélange calculée en fonction d'un nombre de rotation et/ou d'un nombre de Richardson pour la courbure. Étant donné le cadre d'application limité de ces modèles (ils sont développés pour des configurations bidimensionnelles et donc calés au cas par cas), ils ne sont pas présentés ici. De plus, le modèle à une équation de Spalart & Allmaras (SA) semble jouir d'une certaine popularité comme alternative à moindre coût (de calcul et de mise en œuvre) aux modèles à deux équations et occupe ainsi avantageusement le créneau autrefois tenu par le modèle algébrique de Baldwin & Lomax. La correction rotation/courbure du modèle SA (Spalart et Shur, 1997) est présentée plus loin.

Étant donné que le panorama va donc se concentrer sur les modèles à deux équations du type (k, ϵ) , nous présentons ci-dessous les équations générales du modèle dans un repère absolu :

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu k T \quad , \quad (5.3)$$

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \rho \epsilon \quad , \quad (5.4)$$

$$\rho \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = C_{\epsilon 1} \frac{1}{T} f_1 \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] - C_{\epsilon 2} \frac{1}{T} \rho \epsilon + E \quad , \quad (5.5)$$

$$\text{avec } \tau_{ij} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \quad , \quad \text{et}$$

$$C_{\epsilon 1} = 1.44, \quad C_{\epsilon 2} = 1.92, \quad C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0 \quad \text{et} \quad \sigma_\epsilon = 1.3 \quad .$$

Pour le modèle (k, ϵ) de Yang et Shih (1993), noté YS par la suite, l'échelle de temps turbulente T est écrite :

$$T = \frac{k}{\epsilon} + \left(\frac{\nu}{\epsilon} \right)^{0.5} \quad ,$$

et l'équation pour la dissipation est complétée du terme

$$E = \nu \mu_t \left(\frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} \right)^2 \quad .$$

La formulation bas-Reynolds est assurée par la fonction de paroi

$$f_\mu = \left[1 + \exp \left(- (Ax + Bx^3 + Cx^5) \right) \right]^{0.5} \quad \text{où} \quad x = Re_y = \frac{k^{0.5}y}{\nu} \quad ,$$

avec les constantes suivantes : $A=1.5 \cdot 10^{-4}$; $B=5 \cdot 10^{-7}$; $C=10^{-10}$. La condition de paroi pour ϵ est alors :

$$\epsilon_p = 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right)^2 \quad .$$

5.2.3.1 Corrections pour courbure et rotation/cisaillement

Le tableau 5.1 synthétise les principales approches retenues dans la littérature pour prendre en compte les effets de la rotation en se basant sur l'analogie avec les effets de courbure.

Courbure	Analogues rotation	$C_{\epsilon 2}$ modifié	B
Wilcox et Chambers (1977)	Howard <i>et al.</i> (1980) (modèle I)	$C_{\epsilon 2}^0(1 - C_\Omega B)$	$-\Omega S \frac{k^2}{\epsilon^2}$
Launder <i>et al.</i> (1977)	Howard <i>et al.</i> (1980) modèle II : modèle III :	$C_{\epsilon 2}^0(1 - C_\Omega B)$	$-2\Omega(S - 2\Omega) \frac{k^2}{\epsilon^2}$ $-2\Omega S \frac{k^2}{\epsilon^2}$
Park et Chung (1989)	Hellsten (1998)	$C_{\epsilon 2}^0(1 - C_\Omega B)^{-1}$	$- S-2\Omega (S- S-2\Omega) \frac{k^2}{\epsilon^2}$

Tableau 5.1: Principales corrections pour les effets de courbure et leurs analogues pour les effets de rotation/cisaillement.

La correction pour les effets de courbure proposée par Wilcox et Chambers (1977) pour le modèle (k, ω) (dans la version de Wilcox et Traci (1976)) est transposée au modèle (k, ϵ) par Howard, Patankar et Bordynuik (1980) (sous la dénomination “modèle I”) et adaptée pour la rotation. Elle est utilisée pour simuler le cas-test du canal plan en rotation. Notons que la transposition de la version (k, ϵ) à la version (k, ω) induit l'apparition d'un terme source dû à la rotation dans l'équation pour k . Ce terme s'écrit

$$P_k^\Omega = 9\Omega\mu_t S \quad .$$

Cette correction est la seule à introduire un terme dû à la rotation dans l'équation modèle pour k (rappelons que la rotation n'intervient pas de manière explicite dans l'équation exacte pour k).

Howard, Patankar et Bordynuik (1980) (ainsi que Chen et Guo (1990)) examinent une seconde correction (sous la dénomination “modèle II”), dérivée de la correction de courbure de Launder, Priddin et Sharma (1977).

Une correction de courbure plus récente, proposée par Park et Chung (1989), est transposée aux effets de rotation par Hellsten (1998). Le nombre de rotation B utilisé est dérivé d'une proposition de Khodak et Hirsch (1996).

De toutes les formulations pour le nombre de rotation B présentées dans le tableau 5.1, seule la forme $B = -2\Omega(S - 2\Omega)\frac{k^2}{\epsilon^2}$ présente l'avantage de pouvoir être assimilée au nombre de Bradshaw-Richardson B_R dans une situation de THUC- Ω (mais dans une formulation *mixte*, c'est-à-dire impliquant des échelles de temps des mouvements moyen et fluctuant). Toutefois, la formulation de Khodak et Hirsch (1996) permet d'obtenir le même signe pour B que pour B_R sur toute la gamme de β .

Pour autant, il n'est pas immédiat de conclure que l'utilisation d'un nombre assimilable à B_R garantit une restitution correcte de la branche instable de la situation de THUC- Ω (rappelons que physiquement, l'instabilité correspond à $\beta \in [0; 0.5]$ ou de manière équivalente $B_R < 0$). En effet, Cazalbou *et al.* (2005) montrent qu'une analyse mathématique par la théorie des systèmes dynamiques est nécessaire pour identifier les bornes de la zone instable prédite par un modèle (k, ϵ) en THUC- Ω . Par cette approche, une plage instable correspondant à $\beta \in [-0.05; 0.55]$ est obtenue pour le "modèle II" de Howard, Patankar et Bordynuik (1980). Pour le modèle de Hellsten (1998), cette plage correspond à $\beta \in [-0.04; 1.04]$. Ceci amène à rejeter l'approche de Hellsten (1998).

Néanmoins, si la stabilité de l'écoulement semble bien restituée par l'approche de Howard, Patankar et Bordynuik (1980), Cazalbou *et al.* (2005) montrent que des problèmes "d'explosion en temps fini" sont inhérents à la formulation mathématique retenue. Nous revenons sur ce point dans le paragraphe 5.2.5.

5.2.3.2 Corrections pour les effets non linéaires de la rotation

Références	$C_{\epsilon 2}$	$C_{\epsilon 2}^0$	C_{nl}	$C_{\epsilon 2}^\infty$
Aupoix, Cousteix et Liandrat (1983)	$C_{\epsilon 2}^0 + C_{nl} \frac{1+0.1325 \gamma }{1+0.6051 \gamma +3.937\gamma^2}$	1.83	0.9	2.73
Bardina, Ferziger et Rogallo (1985)	$C_{\epsilon 2}^0 + C_{nl} \gamma ^{-1}$	1.83	0.15	$+\infty$
Shimomura (1993)	$C_{\epsilon 2}^0 + C_{nl}(1 + 10\gamma^2)^{-1}$	1.83	1	2.83
Okamoto (1995)	$C_{\epsilon 2}^0 + C_{nl}(1 + 13.04\gamma^2)^{-1}$	1.71	1.21	2.92
Rubinstein et Zhou (1996)	$\sqrt{C_{\epsilon 2}^0{}^2 + C_{nl}\gamma^{-2}}$	—	—	$+\infty$
Park et Chung (1999) ($m=2$)	$C_{\epsilon 2}^0 + C_{nl}(1 + 4.3 \gamma ^{-3/2})^{-1}$	1.83	0.83	2.67
Park et Chung (1999) ($m=4$)	$C_{\epsilon 2}^0 + C_{nl}(1 + 4.3 \gamma ^{-3/2})^{-1}$	1.7	0.7	2.4
Thangam, Wang et Zhou (1999)	$\sqrt{C_{\epsilon 2}^0{}^2 + C_{nl}(1 + 1.525\gamma^2)^{-1}}$	1.83	3.75	2.67

Tableau 5.2: Corrections pour les effets non linéaires de la rotation. Le nombre $\gamma = \epsilon/(\Omega k)$ traduit l'effet de la rotation. $C_{\epsilon 2}^\infty$ est la limite de $C_{\epsilon 2}$ quand $\gamma \rightarrow \infty$.

Du fait de la généralité de l'équation (5.5) pour ϵ (modèles non linéaires, modèles algébriques aux contraintes de Reynolds, modèles de transport des contraintes de Reynolds), de nombreuses corrections existent pour prendre en compte les effets non-linéaires de la rotation sur l'évolution du taux de dissipation. Le tableau 5.2 présente une revue des corrections existantes.

Ces corrections étant généralement calées à partir de la configuration de THI- Ω , elles

portent naturellement sur $C_{\epsilon 2}$ (seul terme non nul de l'équation (5.5) dans cette situation). On constate alors que, pour tous les modèles du tableau 5.2, l'effet de la rotation est de diminuer la destruction du taux de dissipation (*via* une diminution de $C_{\epsilon 2}$), dans le but de diminuer le taux de décroissance de la turbulence. Ceci est conforme à la première contrainte identifiée au paragraphe 5.2.1.2.

En revanche, ces modèles présentent des comportements différents aux forts taux de rotation : pour les modèles de Bardina, Ferziger et Rogallo (1985) et Rubinstein et Zhou (1996), la valeur de $C_{\epsilon 2}$ tend vers l'infini quand la rotation augmente, alors qu'elle reste finie dans les autres modèles. On peut montrer ainsi que ces deux modèles ne sont pas en accord avec la notion de limite aux forts taux de rotation introduite précédemment (troisième contrainte du paragraphe 5.2.1.2).

Enfin, notons que les modèles de Okamoto (1995), Park et Chung (1999) et Thangam, Wang et Zhou (1999) sont obtenus par une approche spectrale permettant de caler la pente limite du spectre de turbulence. Ainsi, pour le modèle de Park et Chung (1999), le nombre m dans le tableau 5.2 désigne l'exposant de k dans l'expression du spectre dans la zone des très gros tourbillons.

Il ressort donc de ce panorama qu'aucun des modèles corrigés disponibles ne restitue pleinement la physique des effets de rotation/courbure, même sur des configurations simples. Pour cette raison, nous étudions maintenant deux corrections récentes : la correction de Cazalbou *et al.* (2005), issue des travaux menés au laboratoire, et la correction de (Spalart et Shur, 1997), retenue pour son approche originale de l'unification des effets de rotation/courbure, et parce que le modèle SA est en passe de devenir un standard chez LTS.

5.2.4 Correction d'un modèle à une équation (Spalart et Shur, 1997)

La correction de Spalart et Shur (1997) apportée au modèle de Spalart & Allmaras (SA) est la première des deux corrections implantées dans le code de calcul dans le cadre de ce mémoire. Le modèle corrigé sera noté SARC par la suite. Ce paragraphe débute en revenant sur l'analogie rotation/courbure. Ceci permet d'introduire ensuite la stratégie de modélisation utilisée par Spalart et Shur (1997) pour dériver une mesure unique des effets de rotation et courbure (cette mesure est reprise dans le modèle de Cazalbou *et al.* (2005)). Enfin, la formulation mathématique de la correction apportée au modèle de Spalart & Allmaras est présentée.

5.2.4.1 Analogie rotation/courbure

Du point de vue de la physique associée aux effets de rotation et courbure, les phénomènes de stabilisation et déstabilisation présentés aux paragraphes 5.2.1 et 5.2.2 sont communs aux deux situations.

Du point de vue des nombres adimensionnels, c'est le signe de la vorticité absolue $\omega = \omega^* + 2\Omega$ qui pilote la physique de l'instabilité. Pour l'instabilité de Coriolis en cisaillement en situation de THUC- Ω , la vorticité absolue vaut $-dW_1/dy + 2\Omega$. Dans le cas de la courbure,

elle vaut $dV_2/dx \simeq V/R_c$. Ainsi, l'analogie est parfaite lorsqu'on compare les zones de stabilisation/déstabilisation de B_R et Ri_c (équations (5.1) et (5.2)).

De plus, dans un contexte de modélisation au premier ordre, l'attention se porte naturellement sur la contrainte de Reynolds tangentielle $-\overline{uv}$. Dans l'équation de transport pour cette quantité : (i) dans le repère absolu, la rotation apparaît comme un terme source² $2\Omega (\overline{u^2} - \overline{v^2})$; (ii) si on écrit cette équation dans le repère $\{s; n\}$ lié à la particule, la courbure apparaît comme un terme source $2U/R_c (\overline{u^2} - \overline{v^2})$ (voir Gibson, Jones et Younis (1981) par exemple). L'analogie est donc confirmée par les équations.

Enfin, dans le cas d'un écoulement de rotation pure en coordonnées polaire ($U_\theta = R\Omega$), on voit aisément que courbure et rotation s'identifient parfaitement : dans le référentiel absolu, l'écoulement subit une courbure $R_c = R$; dans le référentiel tournant lié à la particule, il subit une rotation pure Ω , égale à U_θ/R par définition. La turbulence étant invariante par changement de repère, elle subit un effet identique.

5.2.4.2 Mesure unifiée des effets de rotation/courbure

Les contraintes imposées par Spalart et Shur (1997) pour dériver une telle mesure sont les suivantes :

- condition 1 : unifier les effets de rotation et courbure ;
- condition 2 : être invariante par changement de repère ;
- condition 3 : avoir une formulation 3D indépendante du problème.

L'approche retenue est inspirée d'une idée de Knight et Saffman (1978). Elle part du constat que c'est le signe de $(\overline{u^2} - \overline{v^2})$ qui définit le caractère stable ou instable, d'après l'équation de transport pour \overline{uv} . Pour un écoulement cisailé mince bidimensionnel, l'inégalité $\overline{u^2} > \overline{v^2}$ revient à dire que les axes principaux du tenseur des contraintes de Reynolds (\mathcal{R}_{ij}) sont en avance sur ceux du tenseur des taux de déformation (S_{ij}). En d'autres termes, ces axes forment un angle $\theta > 0$. À partir de là, le raisonnement de Spalart et Shur s'appuie sur deux hypothèses :

1. la turbulence augmente quand les axes de \mathcal{R}_{ij} et S_{ij} se confondent ;
2. le mouvement des axes de S_{ij} répond instantanément à la géométrie (courbure) ou à la rotation, tandis que les axes de \mathcal{R}_{ij} sont en retard.

Ainsi, courbure et rotation ont pour effet de réduire (resp. d'augmenter) l'angle θ entre les axes de \mathcal{R}_{ij} et S_{ij} ; c'est cela qui permet de détecter leur effet stabilisant (resp. déstabilisant).

Pour cette raison, l'évolution de θ permet de détecter l'intensité de l'effet R/C. Étant donné que l'angle entre les axes de \mathcal{R}_{ij} et une référence est constant (hypothèse 2 énoncée précédemment), Spalart et Shur (1997) mesurent l'évolution de l'angle α entre le premier axe principal du tenseur des taux déformations et l'axe X du repère absolu (en effet,

² $\overline{u^2} - \overline{v^2} > 0$ dans la couche limite turbulent du fait du phénomène de blocage dû à la paroi.

$D\alpha/Dt \simeq -D\theta/Dt$ en conséquence directe de l'hypothèse 2). On peut alors montrer que cette évolution vaut U/R_c dans le cas avec courbure, *i.e.* :

$$\frac{D\alpha}{Dt} = U/R_c \quad (\text{mesure de courbure}) \quad ,$$

Étant donné que $D\alpha/Dt$ est la dérivée particulière d'une quantité invariante définie par rapport à un repère absolu, elle est elle-même invariante par changement de repère (*i.e.*, **objective**). On peut de plus montrer que $D\alpha/Dt = \Omega$ en THUC- Ω .

Il s'agit maintenant de distinguer les effets stabilisants des effets déstabilisants. Pour cela, Spalart et Shur (1997) montrent que, en 2D, $D\alpha/Dt$ doit être comparé à la vorticité absolue, le signe résultant donnant alors la nature de l'effet. Ainsi, la quantité

$$e \equiv \frac{D\alpha}{Dt} \text{ signe}(\omega_z^* + 2\Omega) \quad (5.6)$$

est la mesure retenue en 2D pour quantifier de manière unifiée rotation et courbure.

En 3D, la rotation entre les axes principaux de S_{ij} et \mathcal{R}_{ij} n'est plus un scalaire mais un vecteur. Il en va de même pour la vorticité absolue ω . En conséquence, la généralisation de la mesure (5.6) en 3D est plus complexe. Après plusieurs considérations de symétrie et une certaine quantité d'algèbre, Spalart et Shur (1997) montrent qu'une généralisation de e en 3D peut s'écrire :

$$e \equiv \frac{2}{\tilde{S}^2} \mathcal{W}_{ik} S_{jk} \left[\frac{DS_{ij}}{Dt} + \Omega_m (\varepsilon_{imn} S_{jn} + \varepsilon_{jmn} S_{in}) \right] \quad , \quad (5.7)$$

où W_{ij} est le tenseur objectif de rotation absolue, et S_{ij} le tenseur des taux de déformation :

$$\mathcal{W}_{ij} = 0.5 \left[\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + 2\varepsilon_{mji} \Omega_m \right] \quad , \quad (5.8)$$

$$S_{ij} = 0.5 \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad , \quad (5.9)$$

avec ε_{ijk} le tenseur des permutations circulaires. Enfin,

$$\tilde{S} = (2S_{ij}S_{ij})^{1/2} \quad \text{et} \quad \tilde{\mathcal{W}} = (2\mathcal{W}_{ij}\mathcal{W}_{ij})^{1/2} \quad (5.10)$$

sont respectivement les mesures objectives de la déformation et de la rotation.

Finalement la quantité e définie par l'équation (5.7) est une mesure de rotation/courbure qui répond aux trois conditions énoncées précédemment. Cette quantité est homogène au carré de l'inverse d'un temps ; sa normalisation est sans effet direct sur le pilotage de l'instabilité, et peut donc impliquer des échelles associées au mouvement moyen et/ou à la turbulence.

Pour la modification du modèle de Spalart & Allmaras, e est utilisé sous la forme adimensionnelle suivante :

$$\tilde{r} = e \frac{\tilde{S}^2}{(\tilde{S}^2 + \tilde{\mathcal{W}}^2)^2} \quad , \quad (5.11)$$

La quantité $(\tilde{S}^2 + \tilde{\mathcal{W}}^2)$ est alors notée D^2 par soucis de simplicité d'écriture.

Dégénérescence de \tilde{r} en THUC- Ω Nous examinons maintenant l'expression de \tilde{r} dans le cas de la THUC- Ω . Avec les notations de la figure 5.1 (a), les seuls termes non nuls du tenseur des taux de déformation sont $S_{12} = S_{21} = S$, et donc $\tilde{S} = S$. Les seuls termes non nuls du tenseur de rotation absolue sont $\mathcal{W}_{12} = -\mathcal{W}_{21} = S/2 - \Omega$, et donc $\tilde{\mathcal{W}} = |S - 2\Omega|$. Partons maintenant de

$$\tilde{r} = \left(\frac{2}{D^4} \right) \mathcal{W}_{ik} S_{jk} \left[\frac{DS_{ij}}{Dt} + \Omega_m (\varepsilon_{imn} S_{jn} + \varepsilon_{jmn} S_{in}) \right] .$$

En notant que : (i) $DS_{ij}/Dt = 0$ en THUC- Ω ; (ii) le seul terme non nul de l'expression entre crochets est obtenu pour $m = 3$ car $\mathbf{\Omega} = \Omega \mathbf{z}$; (iii) que les seuls termes non nuls de la somme implicite sur i, j et k sont les triplets $\{i = 1; k = 2; j = 1\}$ et $\{i = 2; k = 1; j = 2\}$, \tilde{r} s'écrit :

$$\tilde{r} = \left(\frac{2}{D^4} \right) \left(\mathcal{W}_{12} S_{12} \Omega (\varepsilon_{13n} S_{1n} + \varepsilon_{13n} S_{1n}) + \mathcal{W}_{21} S_{21} \Omega (\varepsilon_{23n} S_{2n} + \varepsilon_{23n} S_{2n}) \right) .$$

Soit finalement :

$$\tilde{r} = \left(\frac{S^2}{D^4} \right) \Omega (S\Omega - S) ,$$

et donc, en comparant cette expression à celle de B_R (équation (5.1)), il vient que

$$\tilde{r} = \frac{S^4}{2D^4} B_R .$$

Ainsi, \tilde{r} est bien un nombre adimensionnel qui restitue les zones de stabilisation et déstabilisation de la situation de THUC- Ω .

5.2.4.3 Modélisation

Modèle de base Le modèle SA (Spalart et Allmaras, 1994) calcule la viscosité tourbillonnaire sous la forme

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1} ,$$

où $\tilde{\nu}$ est une variable intermédiaire obtenue par la résolution de l'équation de transport suivante :

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = \underbrace{c_{b1}(1 - f_{t2})\tilde{\nu}\tilde{S}}_{\text{Production}} + \underbrace{\frac{1}{\sigma} \left[\nabla \cdot ((\nu + \tilde{\nu})\nabla\tilde{\nu}) + c_{b2}(\nabla\tilde{\nu})^2 \right]}_{\text{Diffusion}} - \underbrace{\left(c_{w1}f_{w1} - \frac{c_{b1}}{\kappa^2}f_{t2} \right) \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2}_{\text{Destruction}} . \quad (5.12)$$

La fonction d'amortissement

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3} \quad \text{où} \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} ,$$

assure que la variable $\tilde{\nu}$ se comporte de manière linéaire à travers toute la couche limite, de sorte que la résolution de l'équation (5.12) en proche paroi est plus aisée (que pour une variable comme la dissipation dans un modèle du type (k, ϵ) par exemple). Ceci explique

que le modèle SA converge plus rapidement vis-à-vis de la taille de maille en paroi (voir chapitre précédent).

De manière analogue le terme de production du modèle est basé sur une expression modifiée pour la norme de la vorticité relative :

$$\tilde{\mathcal{S}} = \omega^* + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2} \quad \text{avec} \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \quad ,$$

où f_{v2} est une fonction d'amortissement, $\kappa=0.41$ la constante de Von Karman, et d la distance à la paroi. Ici, ω^* est la norme de la vorticité relative définie comme $\omega^* = \sqrt{\mathcal{W}_{ij}^* \mathcal{W}_{ij}^*}$, avec $\mathcal{W}_{ij}^* = 0.5 \left(\frac{\partial W_i}{\partial x_j} - \frac{\partial W_j}{\partial x_i} \right)$. De plus, afin d'autoriser l'existence de zones laminaires dans l'écoulement, la fonction

$$f_{t2} = c_{t3} \exp(-c_{t4} \chi^2)$$

est introduite dans le terme de production, de sorte que la solution $\tilde{\nu} = 0$ soit une solution stable du système. Afin de préserver le comportement du modèle en proche paroi, un terme similaire, mais de signe opposé, est introduit dans le terme de destruction.

Le terme de diffusion contient une contribution non-conservative du mouvement turbulent (termes en $\tilde{\nu}$) et une contribution conservative de la diffusion moléculaire (terme en ν).

Enfin, la présence de la paroi est restituée par un terme de blocage *non visqueux* (contrairement à la majorité des formulations bas Reynolds classiques pour le modèle (k, ϵ)), basé sur le rapport entre la viscosité turbulente et la distance à la paroi. Ce terme est complété par la fonction

$$f_w(r) = g \left(\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right)^{1/6}, \quad \text{où} \quad g = r + c_{w2}(r^6 - r) \quad \text{et} \quad r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{\mathcal{S}} \kappa^2 d^2},$$

qui réduit la décroissance du terme de destruction dans la zone externe de la couche limite, afin de calibrer le frottement pariétal sur une configuration de plaque plane.

Les coefficients du modèle se résument ainsi :

$$\kappa = 0.41, \quad c_{b1} = 0.1355, \quad c_{b2} = 0.622, \quad \sigma = 2/3, \quad c_{v1} = 7.1, \quad c_{w2} = 0.3, \quad c_{w3} = 2, \quad c_{w1} = c_{b1}/\kappa^2 + (1 + c_{b2})/\sigma, \quad c_{t3} = 1.1, \quad c_{t4} = 2.$$

Correction R/C La correction SARC se résume à l'ajout d'un terme multiplicatif au terme de production du modèle SA :

$$\mathcal{P}_{SA} = c_{b1}(1 - f_{t2})\tilde{\mathcal{S}}\tilde{\nu} \quad \text{devient} \quad \mathcal{P}_{SARC} = f_{r1}\mathcal{P}_{SA} = f_{r1}c_{b1}(1 - f_{t2})\tilde{\mathcal{S}}\tilde{\nu}, \quad \text{où}$$

$$f_{r1}(r^*, \tilde{r}) = (1 + c_{r1}) \frac{2r^*}{1 + r^*} \left[1 - c_{r3} \tan^{-1}(c_{r2}\tilde{r}) \right] - c_{r1} \quad . \quad (5.13)$$

Les termes sans dimension r^* et \tilde{r} sont donnés par les relations suivantes (avec la convention de sommation sur les indices répétés) :

$$r^* = \frac{\tilde{\mathcal{S}}}{\tilde{\mathcal{W}}} \quad , \quad (5.14)$$

$$\tilde{r} = \frac{2}{D^4} \mathcal{W}_{ik} S_{jk} \left[\frac{DS_{ij}}{Dt} + (\varepsilon_{imn} S_{jn} + \varepsilon_{jmn} S_{in}) \Omega_m \right] . \quad (5.15)$$

Les coefficients de la correction donnés dans Spalart et Shur (1997) sont :

$$c_{r1} = 1.0, \quad c_{r2} = 12.0 \quad \text{et} \quad c_{r3} = 1.0 \quad .$$

5.2.5 Correction d'un modèle à deux équations (Cazalbou *et al.*, 2005)

5.2.5.1 Critères d'élaboration du modèle

Au regard des défauts des corrections existantes (§ 5.2.3), trois critères sont proposés pour juger de la pertinence d'une correction pour les effets de rotation/courbure :

- critère 1 : comportement mathématique ;
- critère 2 : vraisemblance ("réalisabilité") ;
- critère 3 : consistance physique.

Le premier critère vise à s'assurer que la formulation mathématique même de la correction ne mène pas à des solutions divergentes³, du type de celles rencontrées par Howard, Patankar et Bordynuik (1980) et Hellsten (1998) (ainsi que par Ji et Durbin (2004) dans le cas d'un modèle au second ordre). Ce problème est qualifié d'"explosion en temps fini", c'est-à-dire que la solution analytique du système modèle (pour k et ϵ) tend vers l'infini au bout d'un temps fini, ce qui évidemment n'a pas de sens physique.

Le second critère signifie que l'écoulement prédit a un sens, c'est-à-dire qu'il ne viole pas de lois élémentaires de la physique. Dans le cadre d'un modèle (k, ϵ) , les contraintes suivantes sont posées : $k \geq 0$, $\epsilon \geq 0$ et $\overline{uv} \geq \sqrt{\overline{u^2}} \sqrt{\overline{v^2}}$.

Enfin, le troisième critère assure que l'écoulement prédit est en accord avec les données phénoménologiques disponibles. Pour un écoulement en rotation, les phénomènes mentionnés précédemment peuvent être rappelés : les frontières de l'instabilité de Coriolis en cisaillement ($0 \leq \beta \leq 0.5$) ; et la saturation des effets non-linéaires aux forts régimes de rotation.

L'analyse des situations de THUC- Ω et THI- Ω pour le modèle (k, ϵ) , par le biais de la théorie des systèmes dynamiques (Speziale et Mac Giolla Mhuiris, 1989), va permettre de se munir des outils nécessaires à l'évaluation de ces critères.

³Notons bien ici qu'il ne s'agit pas d'un problème de stabilité lié à la résolution numérique du problème, mais bien d'une propriété mathématique intrinsèque des équations du modèle.

5.2.5.2 Analyse du modèle (k, ϵ) en turbulence homogène en rotation

Les problèmes modèles

THUC- Ω Dans ce cas, les équations (5.4) et (5.5) se réduisent à :

$$\frac{dk}{dt} = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} S^2 - \epsilon \quad , \quad (5.16)$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} = C_\mu C_{\epsilon 1} k S^2 - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \quad . \quad (5.17)$$

Les conditions initiales ϵ_0 et k_0 et le paramètre $\beta = \Omega/S$ définissent entièrement le problème. En introduisant la variable $\alpha = \epsilon/Sk$, le rapport entre les échelles de temps des mouvements moyen et fluctuant, les équations précédentes permettent d'écrire

$$\frac{d\alpha}{dt^*} = C_\mu (C_{\epsilon 1} - 1) - (C_{\epsilon 2} - 1) \alpha^2 \equiv \Lambda(\alpha) \quad , \quad (5.18)$$

avec $t^* = St$. Pour $\alpha(0) = \alpha_0 = \epsilon_0/(Sk_0)$ donné, ceci constitue un système dynamique parfaitement défini pour la variable d'état α . Il admet autant de points fixes qu'il existe de zéros de $\Lambda(\alpha)$. La stabilité d'un point fixe α_∞ (à distinguer de la stabilité de l'écoulement), correspond au cas où la relation $f'(\alpha_\infty) < 1$ est vérifiée, avec $f(\alpha) = \alpha + \Lambda(\alpha)$.

Lorsque le point fixe est unique et stable, il correspond à un état d'équilibre du système, c'est-à-dire que, quelle que soit la condition initiale, le système évolue asymptotiquement vers l'état défini par α_∞ .

Une des particularités de l'approche de Cazalbou *et al.* (2005) est d'examiner la stabilité de l'écoulement au voisinage du point fixe. Ainsi, en se plaçant à l'état d'équilibre, les trois critères précédents peuvent alors être traduits de la manière suivante :

- critère 1 : Cazalbou *et al.* (2005) montrent que le problème d'explosion en temps fini est susceptible d'apparaître dans le cas où le système dynamique n'admet pas de point fixe (*i.e.*, l'équation $\Lambda(\alpha) = 0$ n'a pas de solution) ;
- critère 2 : La condition de vraisemblance de l'état d'équilibre $\overline{uv} \geq \sqrt{\overline{u^2}} \sqrt{\overline{v^2}}$ impose

$$\alpha_\infty \geq \frac{3}{2} C_\mu$$

- critère 3 : Enfin, la stabilité de l'écoulement peut être discutée en examinant le signe des taux de croissance de l'énergie cinétique et de la dissipation, écrits sous la forme

$$\frac{1}{k} \frac{dk}{dt^*} = \frac{C_\mu - \alpha^2}{\alpha} \quad , \quad (5.19)$$

$$\frac{1}{\epsilon} \frac{d\epsilon}{dt^*} = \frac{C_\mu C_{\epsilon 1} - C_{\epsilon 2} \alpha^2}{\alpha} \quad . \quad (5.20)$$

Ainsi, l'écoulement est neutre pour $\alpha_\infty^2 = C_\mu$, stable pour $\alpha_\infty^2 > C_\mu$ et instable pour $\alpha_\infty^2 < C_\mu$. Pour toutes les corrections du tableau 5.1, $C_{\epsilon 2}$ est fonction de β ; c'est alors la valeur de α_∞ en fonction de β qui permet de juger de l'accord avec les données expérimentales disponibles.

THI- Ω Dans ce cas, les équations (5.4) et (5.5) se réduisent à :

$$\frac{\partial k}{\partial t} = -\epsilon \quad , \quad (5.21)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = -C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \quad . \quad (5.22)$$

Les conditions initiales ϵ_0 et k_0 et le paramètre $\gamma = \epsilon/|\Omega k|$ définissent entièrement le problème. Les équations précédentes permettent d'écrire

$$\frac{d\gamma}{dt^{**}} = -(C_{\epsilon 2} - 1) \gamma^2 \quad \text{avec} \quad \gamma(0) = \gamma_0 = \frac{\epsilon_0}{|\Omega| k_0} \quad , \quad (5.23)$$

où $t^{**} = |\Omega| t$. Si $(C_{\epsilon 2} - 1)$ est non nul, le système dynamique (5.23) admet un point fixe pour lequel $\gamma = 0$, correspondant au régime de forte rotation. D'autres points fixes peuvent exister si $C_{\epsilon 2} = 1$, mais on peut montrer qu'ils sont en contradiction avec l'existence d'un régime limite de forte rotation.

Analyse de la correction de Howard, Patankar et Bordyniuk (1980) L'analyse de cette correction (modèle II du tableau 5.1, noté HPB par la suite) met en évidence l'intérêt de l'approche par la théorie des systèmes dynamiques.

Pour la situation de THUC- Ω , la résolution de $\Lambda(\alpha) = 0$ (voir équation (5.18)) permet d'obtenir le diagramme des points fixes porté à la figure 5.9. Ce diagramme traduit l'évolution du point fixe α_∞ en fonction du régime de rotation β : la solution de l'équation $\Lambda(\alpha) = 0$ dépend de Ω (à S fixé) par le biais du coefficient $C_{\epsilon 2}$.

L'analyse en THUC- Ω des trois critères d'élaboration de la correction permet d'interpréter ce diagramme :

- entre β_1 et β_2 , l'équation $\Lambda(\alpha) = 0$ n'a pas de solution, c'est-à-dire que le système dynamique n'a pas de point fixe (*i.e.*, le critère 1 n'est pas respecté). Cazalbou *et al.* (2005) montrent qu'il est néanmoins possible d'obtenir une solution analytique dans ce cas. Cette solution traduit notamment l'explosion en temps fini (*i.e.*, on peut donner la valeur du temps t^* au bout duquel k et ϵ tendent vers l'infini) ;
- entre $\beta_3 = 0.03$ et $\beta_1 = -0.05$ d'une part, et $\beta_2 = -0.44$ et $\beta_4 = 0.47$ d'autre part, $\alpha_\infty < \frac{3}{2}C_\mu$, et le critère 2 n'est pas respecté. En d'autres termes, l'état d'équilibre ne respecte pas la relation $\overline{uv} \geq \sqrt{\overline{u^2}}\sqrt{\overline{v^2}}$;
- pour $\beta < \beta_5$ et $\beta > \beta_6$, la relation $\alpha_\infty > \sqrt{C_\mu}$ est vérifiée, c'est-à-dire que l'écoulement est stable. Les valeurs $\beta_5 = -0.05$ et $\beta_6 = 0.55$ sont en assez bon accord avec les données expérimentales mentionnées précédemment.

On retiendra donc que le modèle II de Howard, Patankar et Bordyniuk (1980) reproduit de manière satisfaisante les branches stables de la situation de THUC- Ω , ainsi que le début de la zone instable. En revanche, sur une certaine gamme de β , il produit un écoulement non physique.

En situation de THI- Ω , on examine les points fixes du modèle aux forts taux de rotation. Le coefficient $C_{\epsilon 2}$ de la correction tend alors vers 1 quand $t^* \rightarrow \infty$, c'est-à-dire qu'il

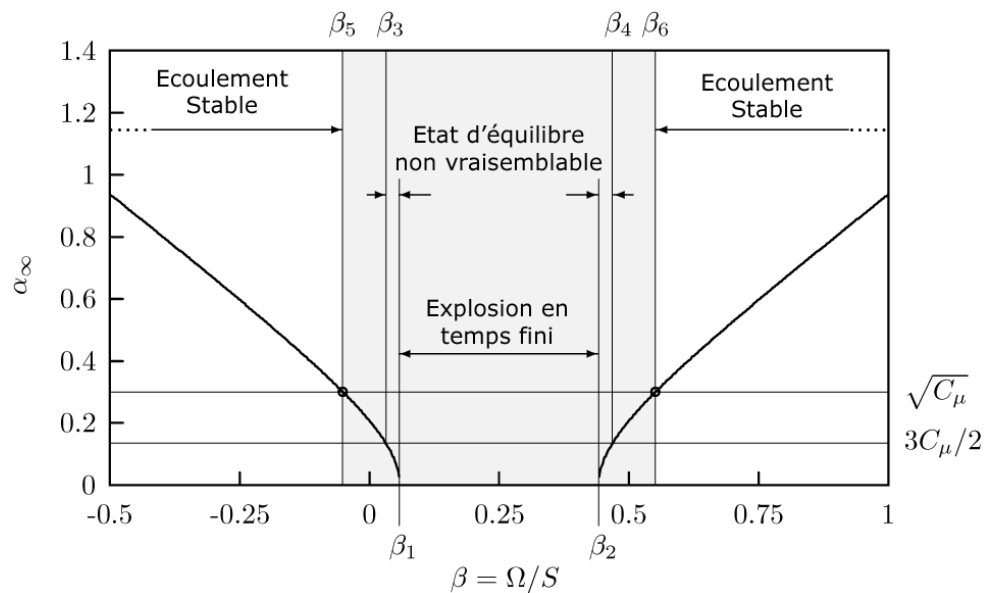


Figure 5.9: Diagramme des points fixes pour le modèle II de Howard, Patankar et Bordyniuk (1980) en situation de THUC- Ω . La courbe en trait épais représente le point fixe α_∞ en fonction du régime de rotation β . La zone grisée entre $\beta_5 = -0.05$ et $\beta_6 = 0.55$ correspond à un écoulement instable, en accord avec les données expérimentales. Entre $\beta_3 = 0.03$ et $\beta_1 = -0.05$ d'une part, et $\beta_2 = -0.44$ et $\beta_4 = 0.47$ d'autre part, l'état d'équilibre n'est pas vraisemblable. Enfin, entre β_1 et β_2 le système subit une explosion en temps fini.

existe des points fixes autres que $\gamma_\infty = 0$. Cazalbou *et al.* (2005) montrent alors que le comportement de k et ϵ à l'état d'équilibre peut s'écrire de la manière suivante :

$$k \propto \epsilon \propto \exp(-\gamma_\infty |\Omega| t) \quad \text{avec} \quad \gamma_\infty = 1.29 \quad .$$

Ainsi, l'existence même d'un état d'équilibre aux forts taux de rotation (au sens $\gamma \rightarrow 0$) semble compromise. De plus la décroissance de la turbulence lorsque $\Omega \rightarrow \infty$ est toujours influencée par la rotation. Ceci est le deuxième défaut de cette correction, qui ne restitue pas la saturation aux forts taux de rotation en THI- Ω .

Nous allons maintenant voir comment Cazalbou *et al.* (2005) modifient ce modèle pour pallier les déficiences identifiées.

5.2.5.3 Proposition d'une nouvelle correction

La démarche adoptée est de partir de la correction HPB, qui se comporte de manière satisfaisante au voisinage des points de stabilité neutre et dans les branches stables, et de la modifier dans le but de respecter les trois critères mentionnés plus haut. Ainsi, les deux objectifs à atteindre sont de restaurer un comportement physique sur toute la gamme de β d'une part, et d'autre part de modéliser les effets non-linéaires de la rotation, notamment le comportement aux forts taux de rotation.

La correction est d'abord élaborée pour les situations de THI- Ω et THUC- Ω , puis sa généralisation est menée en utilisant les résultats de Bardina, Ferziger et Rogallo (1985) et Spalart et Shur (1997).

Élaboration de la correction La nouvelle correction est recherchée sous la forme suivante :

$$C_{\epsilon 2} = C_{\epsilon 2}^0 [1 + F_{nl}(\beta, \alpha) + F_{sc}(\theta, \alpha)] \quad ,$$

où

$$\theta = \frac{\Omega(S - 2\Omega)}{S\epsilon/k} = \beta(1 - 2\beta)/\alpha \quad , \quad (5.24)$$

est un nombre de Bradshaw-Richardson mixte.

La fonction F_{nl} vise à restituer les effets non linéaires de la rotation. Les corrections du tableau 5.2 pour lesquelles $C_{\epsilon 2}$ tend vers une valeur *finie* $C_{\epsilon 2}^\infty$ différente de 1 quand $\Omega \rightarrow \infty$ peuvent être utilisées, car $\gamma = 0$ est alors un point fixe. Dans ce cas, en utilisant, le système dynamique (5.23), Cazalbou *et al.* (2005) montrent que, à l'état d'équilibre (*i.e.*, autour du point fixe $\gamma_\infty = 0$), les équations (5.21) et (5.22) pour k et ϵ s'intègrent sous la forme

$$k \propto t^{-1/(C_{\epsilon 2}^\infty - 1)} \quad \text{et} \quad \epsilon \propto t^{-C_{\epsilon 2}^\infty/(C_{\epsilon 2}^\infty - 1)} \quad .$$

Ceci confirme que la saturation aux forts taux de rotation est bien assurée, puisque Ω n'intervient plus.

Cazalbou retient le modèle de Park et Chung (1999) avec $m=2$. Dans une formulation objective, la correction s'écrit

$$F_{nl} = \frac{(C_{\epsilon 2}^0 - 1)/C_{\epsilon 2}^0}{1 + a \left(\frac{\alpha}{|1/2 - \beta|} \right)^{3/2}} \quad .$$

Notons que cette formulation objective dégénère bien en la version donnée dans la tableau 5.2 pour une situation de THI- Ω .

La fonction F_{sc} vise à reproduire les phénomènes associés à l'instabilité de Coriolis en cisaillement. Afin de répondre aux objectifs énoncés plus haut, la formulation retenue est :

$$F_{sc}(\theta, \alpha) = \frac{C_{sc}}{\alpha} [\tanh(b\theta + c) - d] \quad . \quad (5.25)$$

Cette formulation présente les qualités suivantes : (i) elle est inactive lorsque le cisaillement disparaît ; (ii) elle dégénère en la correction HPB au voisinage des points de stabilité neutre ; (iii) elle assure l'existence d'un point fixe sur toute la gamme de β et (iv) ce point fixe est toujours vraisemblable ; enfin (v) les bornes de la zone instable sont $\beta = -0.04$ et $\beta = 0.52$, en accord satisfaisant avec les données expérimentales. La figure 5.10 illustre ces trois derniers points, en présentant le diagramme des points fixes obtenu pour cette correction.

Généralisation La généralisation de la correction est assurée en utilisant des nombres de Rossby et Bradshaw-Richardson objectifs. En reprenant les propositions de Bardina, Ferziger et Rogallo (1985) et Spalart et Shur (1997), ceux-ci s'expriment :

$$\widetilde{Ro} = \frac{\epsilon}{\widetilde{\Omega}k} \quad , \quad (5.26)$$

$$\widetilde{B}_R = -\frac{2k}{\widetilde{S}^3\epsilon} \mathcal{W}_{ik} S_{jk} \left[\frac{DS_{ij}}{Dt} + \Omega_m (\varepsilon_{imn} S_{jn} + \varepsilon_{jmn} S_{in}) \right] \quad , \quad (5.27)$$

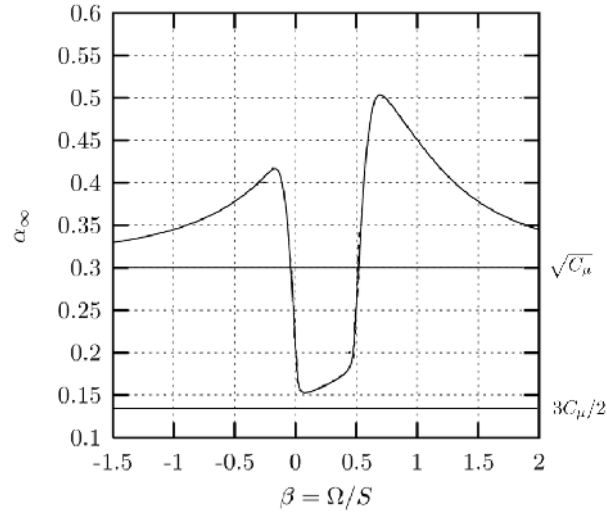


Figure 5.10: Diagramme des points fixes pour la correction de Cazalbou *et al.* (2005) en situation de THUC- Ω . Le point fixe existe sur toute la gamme de β , et il est toujours vraisemblable (*i.e.*, supérieur à $3C_\mu/2$). Les bornes de la zone instable ($\beta = -0.04$ et $\beta = 0.52$), données par $\alpha_\infty > \sqrt{C_\mu}$, sont en accord avec les données expérimentales.

où

$$\tilde{\Omega} = (\mathcal{W}_{ij}\mathcal{W}_{ij}/2)^{1/2} . \quad (5.28)$$

En THI- Ω , \tilde{Ro} dégénère en γ . En THUC- Ω , le cisaillement intervient sous la forme

$$\tilde{Ro}\Big|_{\text{THUC-}\Omega} = \frac{\epsilon/k}{|\Omega - S/2|} , \quad (5.29)$$

Ceci traduit le fait que $-S/2$ caractérise la *rotation de la particule fluide sur elle-même*, dans son évolution dans le repère relatif.

En THI- Ω , \tilde{B}_R est singulier, mais ceci est compensé par l'utilisation d'une fonction en tangente hyperbolique. En THUC- Ω , nous avons montré au paragraphe 5.2.4.2 (à un facteur multiplicatif près) que \tilde{B}_R est égal à θ (équation (5.24)), à la normalisation près.

Finalement, la forme générale de la correction est :

$$C_{\epsilon 2} = C_{\epsilon 2}^0 + \frac{C_{\epsilon 2}^0 - 1}{1 + a\tilde{Ro}^{3/2}} + C_{\epsilon 2}^0 C_{sc} \frac{\tilde{S}k}{\epsilon} \left[\tanh \left(b\tilde{B}_R + c \right) - d \right]. \quad (5.30)$$

Avec les coefficients suivants : $C_{\epsilon 2}^0 = 1.83$, $C_{sc} = 0.119$, $a = 4.3$, $b = 5.13$, $c = 0.453$ et $d = 0.682$.

Notons que l'expression précédente pour $C_{\epsilon 2}$ dépend du cisaillement en l'absence de rotation. Pour ne pas affecter la généralité du modèle, les constantes ont donc été choisies de sorte que la valeur classique de 1.92 soit retrouvée pour la configuration habituelle de calibration de $C_{\epsilon 2}$: la zone logarithmique d'une couche limite. Ainsi, la dégénérescence de la correction en l'absence de rotation est bien cohérente avec le modèle non-corrigé.

5.3 Implantation des corrections

Les corrections retenues dans le cadre de ce mémoire étant présentées, ce chapitre décrit leur implantation dans le code de calcul en place chez l'industriel. La stratégie d'implantation est d'abord explicitée, et les points importants du codage sont donnés. Ensuite, la vérification de cette implantation est démontrée. Enfin, la consistance physique des corrections est examinée en comparant qualitativement les résultats obtenus avec les considérations théoriques des paragraphes 5.2.1.4 et 5.2.2.2.

5.3.1 Stratégie d'implantation

5.3.1.1 Préliminaire : informations relatives à EURANUS

Sans rentrer dans le détail du code de calcul, ce paragraphe fournit les informations nécessaires à la compréhension de l'implantation des deux corrections.

Domaine de calcul Le solveur EURANUS étant multi-blocs, les informations suivantes sont relatives à un bloc donné. La figure 5.11 schématise un bloc quelconque, en 2D par soucis de simplicité. Un bloc est caractérisé par le nombre de **points** (ou **sommets** des cellules) dans chaque direction : NI, NJ, NK. Le nombre de cellules correspondant est donc NI-1, NJ-1, NK-1.

Deux couches de cellules fantômes (*dummy cells*) sont ajoutées dans EURANUS autour de chaque bloc du domaine de calcul. Ainsi, pour la direction I par exemple, la cellule I=-1 est la première cellule fantôme, et la première cellule intérieure du domaine est la cellule I=1. Pour cette raison, le nombre total de cellules par bloc est $NPTS=(NI+3)*(NJ+3)*(NK+3)$.

Stockage des données Le stockage des variables réelles utilisées par le code est réalisé à l'aide d'un vecteur unique, noté WORK. Chaque variable est rangée de manière ordonnée

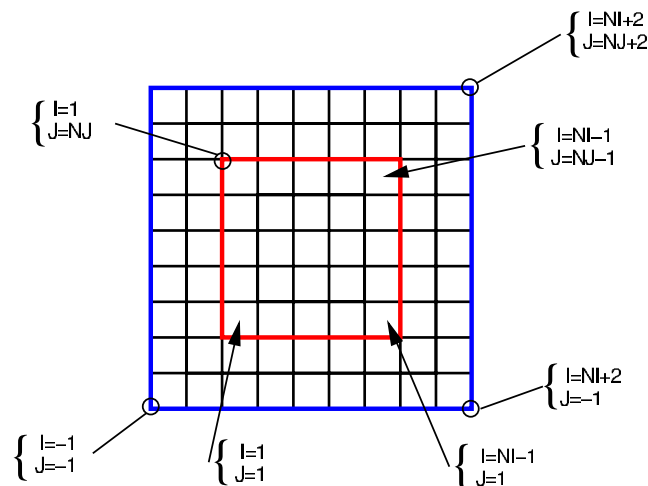


Figure 5.11: Grille de calcul avec les conventions de numérotation pour les sommets et les cellules. Le domaine intérieur est délimité par le cadre rouge, et est entouré de deux couches de cellules fantômes.

pour tous les points de calcul⁴. L'accès aux données est alors assuré par un pointeur associé à chaque variable : il définit l'indice du début de la variable dans WORK. Ainsi, pour une variable F quelconque, associée au pointeur IFP, WORK(IFP) correspond au premier point de maillage (c'est-à-dire F(I=-1, J=-1, K=-1) en 3D). L'accès à un point quelconque du maillage est alors assuré par un index : $INDEX_{IJK}=(I+1)+(J+1)*(NI+3)+(K+1)*(NI+3)*(NJ+3)$ permet d'accéder à F(I,J,K) sous la forme WORK(IFP+INDEX_{IJK}).

5.3.1.2 Approche adoptée pour l'implantation

Les modifications à apporter pour intégrer les deux corrections dans le code de calcul EURANUS sont assez ciblées : elles n'interviennent que dans le calcul des termes sources des modèles. Il s'agit donc de calculer f_{r1} et C_{e2}^{RC} pour les modèles SARC et YSRC, respectivement. Ainsi, pour chacun des deux modèles, seule la routine qui calcule les termes sources est modifiée.

Au sein de ces routines, les modifications interviennent en deux temps :

1. Calcul préliminaire des termes utilisés par les corrections : *i.e.*, les dérivées premières et secondes (présentes dans le terme DS_{ij}/Dt) du champ de vitesse sont évaluées et stockées dans WORK.
2. Calculs des termes correctifs f_{r1} et C_{e2}^{RC} en chaque point du maillage (ils dépendent des propriétés locales de l'écoulement).

5.3.1.3 Points importants du codage

Calcul des gradients En pratique, les gradients sont calculés par des routines pré-existantes dans le code. Ces routines calculent aux *sommets* des cellules la valeur des gradients d'une variable donnée aux *centres* de cellules.

L'objectif ici est de disposer des dérivées premières et secondes aux centres des cellules du domaine intérieur. La procédure est la suivante :

1. Les dérivées premières aux sommets de *toutes* les cellules sont calculées.
2. Une boucle unique est effectuée sur les cellules intérieures et la première couche seulement de cellules fantômes, c'est-à-dire sur les cellules I=0 à I=NI (*c.f.* figure 5.11). Dans cette boucle, on (i) transfère les gradients des sommets aux centres des cellules, et (ii) on stocke les gradients aux centres des cellules dans le tableau WORK. On dispose donc des gradients aux centres sur tout le domaine intérieur plus la première couche de cellules fantômes. Bien que le calcul de la correction dans le code ne nécessite que les cellules intérieures, on a besoin des dérivées premières dans la première couche de cellules fantômes pour pouvoir calculer les dérivées secondes dans le domaine intérieur.
3. On calcule et stocke les dérivées secondes aux sommets, sur le domaine intérieur seulement (*i.e.*, de I=1 à I=NI-1).

⁴La plupart des variables sont calculées aux centres des cellules ; toutefois, la viscosité tourbillonnaire par exemple est calculée et stockée aux sommets.

4. On effectue alors une boucle unique sur les cellules intérieures ($I=0$ à $I=NI-1$), pour transférer les dérivées secondes aux centres des cellules et stocker ces 27 termes dans WORK.

En anticipant sur le fait que le calcul du facteur \widetilde{B}_R (commun aux deux corrections, à un facteur multiplicatif près) implique une somme indicielle sur plusieurs indices, il convient d'accorder une attention particulière à la manière dont sont stockées les dérivées premières et secondes du champ de vitesse. Afin d'effectuer ce calcul à l'aide d'une boucle, les dérivées sont stockées de la manière suivante :

- Le vecteur IVGRC1 contient les 9 pointeurs vers les 9 composantes des dérivées premières du champ de vitesse calculées aux centres des cellules. La convention de stockage adoptée est :

$$\text{IVGRC1}(1)=\partial V_1/\partial X_1, \text{IVGRC1}(2)=\partial V_1/\partial X_2, \text{IVGRC1}(3)=\partial V_1/\partial X_3,$$

$$\text{IVGRC1}(4)=\partial V_2/\partial X_1, \text{IVGRC1}(5)=\partial V_2/\partial X_2, \text{IVGRC1}(6)=\partial V_2/\partial X_3,$$

$$\text{IVGRC1}(7)=\partial V_3/\partial X_1, \text{IVGRC1}(8)=\partial V_3/\partial X_2, \text{IVGRC1}(9)=\partial V_3/\partial X_3,$$

où les V_I sont les 3 composantes du champ de vitesse dans les trois directions X_I .

Ainsi, l'index $\text{INDMN}=N+3*(M-1)$ permet d'accéder aux pointeurs vers les dérivées premières. En effet, grâce à la convention de stockage de IVGRC1 la relation suivante est vérifiée : $\text{IVGRC1}(\text{INDMN})=\partial V_M/\partial X_N$.

- Le vecteur IVGRC2 contient les 27 pointeurs vers les 27 composantes des dérivées secondes du champ de vitesse, calculées aux centres des cellules. En notant, par exemple, VYZ la dérivée $\partial V/\partial Y\partial Z = \partial V_2/\partial X_2\partial X_3$, la convention de stockage suivante est adoptée :

$$\text{IVGRC2}(1) = \text{UXX} \quad \text{IVGRC2}(2) = \text{UYX} \quad \text{IVGRC2}(3) = \text{UZX}$$

$$\text{IVGRC2}(4) = \text{VXX} \quad \text{IVGRC2}(5) = \text{VYX} \quad \text{IVGRC2}(6) = \text{VZX}$$

$$\text{IVGRC2}(7) = \text{WXX} \quad \text{IVGRC2}(8) = \text{WYX} \quad \text{IVGRC2}(9) = \text{WZX}$$

$$\text{IVGRC2}(10) = \text{UXY} \quad \text{IVGRC2}(11) = \text{UY Y} \quad \text{IVGRC2}(12) = \text{UZY}$$

$$\text{IVGRC2}(13) = \text{VXY} \quad \text{IVGRC2}(14) = \text{VY Y} \quad \text{IVGRC2}(15) = \text{VZY}$$

$$\text{IVGRC2}(16) = \text{WXY} \quad \text{IVGRC2}(17) = \text{WY Y} \quad \text{IVGRC2}(18) = \text{WZY}$$

$$\text{IVGRC2}(19) = \text{UXZ} \quad \text{IVGRC2}(20) = \text{UYZ} \quad \text{IVGRC2}(21) = \text{UZZ}$$

$$\text{IVGRC2}(22) = \text{VXZ} \quad \text{IVGRC2}(23) = \text{VYZ} \quad \text{IVGRC2}(24) = \text{VZZ}$$

$$\text{IVGRC2}(25) = \text{WXZ} \quad \text{IVGRC2}(26) = \text{WYZ} \quad \text{IVGRC2}(27) = \text{WZZ}$$

Ainsi, l'index $\text{INDMNP}=N+3*(M-1) + 9*(P-1)$, permet d'accéder à

$$\text{IVGRC2}(\text{INDMNP})=\partial U_M/\partial X_N\partial X_P.$$

À l'issue de cette étape préliminaire, on dispose finalement des dérivées premières et secondes du champ de vitesse, aux centres des cellules, et stockées dans WORK. Par la suite si, par exemple, la quantité $\partial U_M/\partial X_N\partial X_P$ est requise au point de maillage M,N,P, elle sera appelée sous la forme $\text{WORK}(\text{IVGRC2}(\text{INDMNP})+\text{INDEX}_{\text{IJK}})$.

5.3.1.4 Calcul des termes de la correction

L'évaluation de f_{r1} et C_{e2}^{RC} est la deuxième étape de modification.

Les calculs de \tilde{S} , \tilde{W} et $\tilde{\Omega}$ sont assurés par deux boucles imbriquées sur les indices i et j des équations (5.10) et (5.28). La formation de r^* et \widetilde{Ro} (équations (5.14) et (5.26)) est

ensuite possible.

Afin d'explicitier les boucles pour le calcul de \tilde{r} et \widetilde{B}_R (équations (5.11) et (5.27)), la notation suivante est adoptée pour signifier le terme somme commun aux deux expressions :

$$\text{SUM} = \underbrace{\mathcal{W}_{ik}S_{jk}}_{\text{SUM}_{k_{ij}}} \left[\frac{DS_{ij}}{Dt} + \underbrace{\Omega_m(\varepsilon_{imn}S_{jn} + \varepsilon_{jmn}S_{in})}_{\text{SUM}_{mn_{ij}}} \right]. \quad (5.31)$$

Le premier terme, noté $\text{SUM}_{k_{ij}}$, ne dépend plus que de i et j après la somme sur k . Il en va de même pour le terme entre crochets : (i) DS_{ij}/Dt ne dépend explicitement que de i et j , et (ii) le terme noté $\text{SUM}_{mn_{ij}}$ signifie que la somme sur m et n a été effectuée.

Dans EURANUS, le vecteur rotation du système est nécessairement orienté suivant l'axe z , et donc m peut être particularisé à 3 pour éviter une boucle inutile. Ainsi, la boucle permettant de calculer SUM se résume de la manière suivante :

```

SUM = 0
DO i = 1, 3
  DO j = 1, 3
    Calcul de  $DS_{ij}/Dt$ 
     $\text{SUM}_{k_{ij}} = 0$ 
    DO k = 1, 3
      Calcul de  $\mathcal{W}_{ik}$  et  $S_{jk}$ 
       $\text{SUM}_{k_{ij}} = \text{SUM}_{k_{ij}} + \mathcal{W}_{ik} * S_{jk}$ 
     $\text{SUM}_{mn_{ij}} = 0$ 
    DO n = 1, 3
       $\text{SUM}_{mn_{ij}} = \text{SUM}_{mn_{ij}} + \Omega(\varepsilon_{i3n}S_{jn} + \varepsilon_{j3n}S_{in})$ 
     $\text{SUM} = \text{SUM} + \text{SUM}_{k_{ij}} * (DS_{ij}/Dt + \text{SUM}_{mn_{ij}})$ 
  
```

À ce stade, il ne reste qu'à former les termes proprement dits des corrections, et de multiplier le terme source par f_{r1} pour le modèle SARC et de remplacer C_{ϵ_2} par la nouvelle valeur $C_{\epsilon_2}^{RC}$ pour le modèle (k, ϵ) .

Limitations Deux limitations peuvent être notées sur l'implantation effectuée :

- le terme de dérivée temporelle implicitement inclus dans la dérivée particulière DS_{ij}/Dt n'a pas été implémenté. Ce terme est nul à la fin du processus itératif dans le cas d'un calcul stationnaire. Il serait néanmoins nécessaire pour un calcul instationnaire ;
- la convention de stockage adoptée pour les dérivées premières et secondes n'est pas transposable en l'état au cas 2D. Une stratégie similaire peut toutefois être aisément développée pour garder l'avantage du calcul des termes sources par boucles.

5.3.2 Vérification du codage

L'objectif de ce paragraphe est de vérifier que l'implantation dans le code reproduit correctement les équations des deux corrections. Seuls les termes propres à la correction

sont considérés ici (c'est-à-dire que l'on ne vérifie pas l'implantation des modèles de base).

5.3.2.1 Méthode adoptée

Dans les situations de THI- Ω et THUC- Ω , il est possible de calculer analytiquement chacun des termes de la correction. Toutefois, il a semblé difficile de mettre en œuvre une approche complète de calcul par EURANUS de ces configurations d'écoulement.

Une stratégie en 2 étapes a donc été adoptée :

1. La simplicité des écoulements de THI- Ω et THUC- Ω permet de créer les champs analytiquement, pour les transposer ensuite au format .cfv (format natif de CFVIEW⁵) à l'aide d'outils Numeca disponibles. Une macro de dépouillement CFVIEW a alors été créée, qui calcule les termes de la correction sur un champ quelconque. La donnée des solutions analytiques de la correction sur ces écoulements a ensuite permis de vérifier les valeurs calculées par la macro. Le résultat de cette étape est donc l'obtention d'une "macro de référence".
2. Dans un second temps, l'implantation dans EURANUS a été adaptée spécifiquement pour exporter les termes de la correction dans les champs solutions générés par le code, afin de les rendre accessibles dans CFVIEW. Cette version modifiée du code a été appliquée au cas RADIVER. L'application de la macro de référence à ce cas-test permet donc de comparer (i) les valeurs directement calculées par le solveur (sur la base de l'implantation de la correction dans le code) et (ii) les valeurs calculées par la macro de référence. La comparaison des deux résultats assure la vérification de l'implantation.

5.3.2.2 Vérification de la macro de référence

Cette procédure a été menée pour les deux corrections. Toutefois, par soucis de concision, seuls les résultats pour les termes du modèle SARC sont présentés.

Solution analytique Les caractéristiques des deux configurations étudiées sont les suivantes :

- THI- Ω : $U = U_0, V = W = 0, \mathbf{\Omega} = \Omega_0 \mathbf{z}$;

- THUC- Ω : $U = S_0 y, V = W = 0, \mathbf{\Omega} = \Omega_0 \mathbf{z}$;

On peut alors calculer analytiquement les termes suivants :

- THI- Ω : $\tilde{S} = 0, \tilde{\mathcal{W}} = 2\Omega_0, r^* = 0, \tilde{r} = 0$ et $f_{r1} = -c_{r1}$;

- THUC- Ω : $\tilde{S} = S_0, \tilde{\mathcal{W}} = |S_0 - 2\Omega_0|, r^* = S_0/|S_0 - 2\Omega_0|,$

$$\tilde{r} = \frac{4\Omega_0 S_0^2 |S_0 - 2\Omega_0|}{(2S_0^2 - 4S_0\Omega_0 + 4\Omega_0^2)^2} ;$$

Comparaison solution analytique/macro de référence La situation de THI- Ω est évaluée pour : $U_0 = 50$ m/s et $\Omega_0 = 2986$ rad/s. On vérifie alors que la macro calcule

⁵CFVIEW est le logiciel de post-traitement de la chaîne d'outils Numeca.

bien les valeurs obtenues analytiquement : $\tilde{S}=0 \text{ s}^{-1}$, $\tilde{\mathcal{W}} = 5972 \text{ rad/s}$, $r^* = 0$, $\tilde{r} = 0$ et $f_{r1} = -1.0$.

Dans la situation de THUC- Ω , on définit : $S_0 = 10 \text{ s}^{-1}$ et $\Omega_0 = 2986 \text{ rad/s}$. On vérifie alors que la macro calcule bien les valeurs obtenues analytiquement : $\tilde{S} = 10 \text{ s}^{-1}$, $\tilde{\mathcal{W}} = 5962 \text{ rad/s}$, $r^* = 0.001678$, $\tilde{r} = 5.63601 \cdot 10^{-06}$ et $f_{r1} = -0.99$.

Configuration de cisaillement croissant en rotation À ce stade, la macro est vérifiée pour les cas de THI- Ω et THUC- Ω . Toutefois, l'examen de la formule (5.31) montre que le terme DS_{ij}/Dt n'a été activé que dans des cas où le tenseur est identiquement nul. Nous avons donc envisagé un cas supplémentaire où certains termes de ce tenseur ne sont pas nuls tout en autorisant l'obtention d'une solution analytique.

Un écoulement à "cisaillement croissant" est ici défini par $U = Kxy$, $V = W = 0$; et soumis à une rotation $\mathbf{\Omega} = \Omega_0 \mathbf{z}$.

On peut alors montrer que : $\tilde{S} = \sqrt{2}K\sqrt{y^2 + 0.5x^2}$ et $\tilde{\mathcal{W}} = |Kx - 2\Omega_0|$.

Le tenseur DS_{ij}/Dt contient alors deux termes non-nuls : $DS_{12}/Dt = DS_{21}/Dt = 0.5K^2xy$. Après calcul, l'expression (5.31) s'écrit : $SUM = (\Omega_0 - 0.5Kx)[K^2\Omega_0(x^2 + y^2) + 0.5K^3xy^2]$.

La figure 5.12 compare le champ associé à SUM calculé d'une part par la macro de référence (à partir de la seule donnée de $U = Kxy$ et $\mathbf{\Omega}$) et représenté par des contours de couleur, et d'autre part la relation analytique ci-dessus (fonction de x et y) représentée par des isolignes; l'accord entre la macro et la relation analytique est parfait.

Ces comparaisons permettent de démontrer la vérification de la macro de dépouillement.

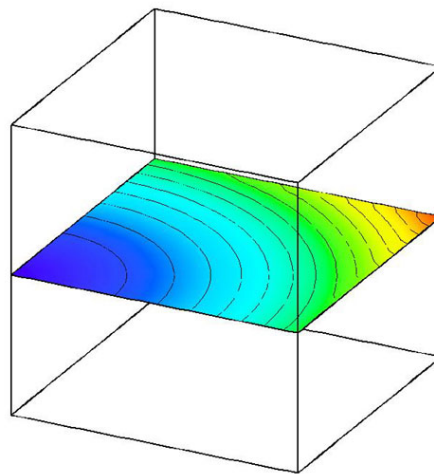


Figure 5.12: Vérification pour une configuration de cisaillement croissant : les contours de couleur correspondent au champ de la variable SUM calculé par la macro de référence. Les isolignes correspondent à la relation analytique calculée directement à partir du champ de vitesse. L'accord entre les deux assure la vérification de la macro de référence.

5.3.2.3 Comparaison macro de référence/solveur modifié

La macro de référence est maintenant appliquée à un premier calcul sur le cas RADIVER. La comparaison entre les résultats calculés par le solveur et ceux calculés par la macro est présentée sur les figures 5.13 à 5.16 pour le modèle SARC et 5.17 à 5.20 pour le modèle YSRC.

Pour le modèle SARC, les différences se situent uniquement à l'entrée en vue méridienne. Dans le calcul de \widetilde{B}_R , une partie de la zone amont est parasitée d'erreurs numériques. Ceci impacte de manière moins significative la fonction f_{r1} . Notons que Spalart et Shur (1997) décrivent un comportement "erratique" de \tilde{r} en dehors des zones de cisaillement. Quelques problèmes aux frontières et l'influence du maillage sont visibles, mais ceci est vrai tant pour les résultats de la macro que pour ceux du solveur. Trois sources d'erreurs numériques peuvent expliquer ces faibles différences :

- La méthode de calcul des gradients dans CFVIEW est une méthode simplifiée, qui peut donc donner des différences avec la méthode utilisée dans EURANUS.
- Pour l'implantation effectuée, l'évaluation des dérivées secondes par deux applications successives d'un opérateur de dérivée première est certainement une source d'erreur aussi. Ceci est une voie d'amélioration de la mise en œuvre des corrections.
- La méthode de visualisation dans CFVIEW utilise des données aux sommets des cellules, alors qu'EURANUS calcule les variables aux centres des cellules. Le transfert cellules \rightarrow sommets est donc une source potentielle d'erreur numérique dans la comparaison.

Pour le calcul de \widetilde{B}_R la sensibilité aux zones de faible cisaillement (*i.e.*, en amont des pales et dans le début du canal) est encore plus marquée. On note aussi quelques anomalies au bord d'attaque. Ce comportement se retrouve dans une moindre mesure au niveau de \tilde{S} et dans certaines zones pour le rapport k/ϵ . Pour ces raisons, $C_{\epsilon 2}$ peut prendre de larges valeurs positives, voire négatives, notamment autour du bord d'attaque. Il a donc été nécessaire d'introduire des limiteurs pour borner le comportement de $C_{\epsilon 2}$. Ainsi des valeurs de 1.1 pour le minimum et 5 pour le maximum ont été retenues. C'est la saturation de $C_{\epsilon 2}$ dans le solveur (mais qui n'est pas appliquée dans la macro) qui explique les différences entre les champs solveur/macro sur les figures 5.19 et 5.20. En dehors de cela, la comparaison entre les deux méthodes de calcul est satisfaisante. Il est intéressant de noter que le terme en r^* permet de borner "mathématiquement" la fonction f_{r1} du modèle SARC (entre -3 et 10 environ), de sorte que la saturation de la correction n'a pas besoin d'être introduite manuellement dans l'implantation du modèle pour un cas hors-calibration.

Nous pouvons donc finalement conclure de ces comparaisons que le codage reproduit correctement les équations des corrections.

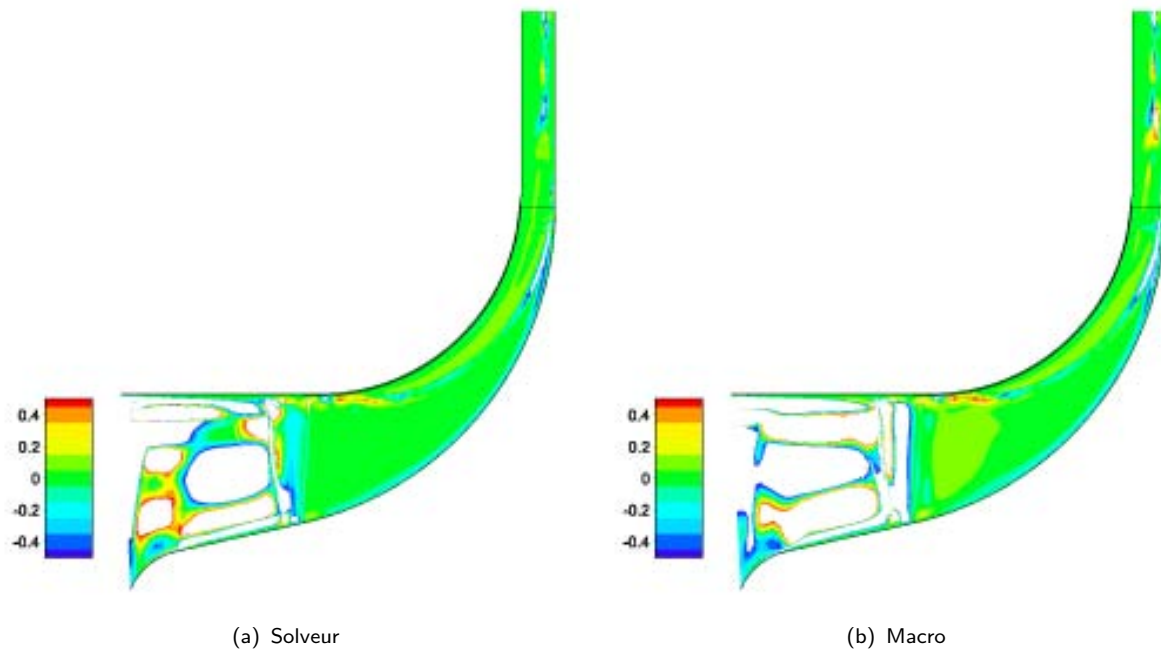


Figure 5.13: Modèle SARC : comparaison résultats du solveur (à gauche)/résultats de la macro de référence (à droite), pour le calcul de \tilde{r} dans une vue méridienne.

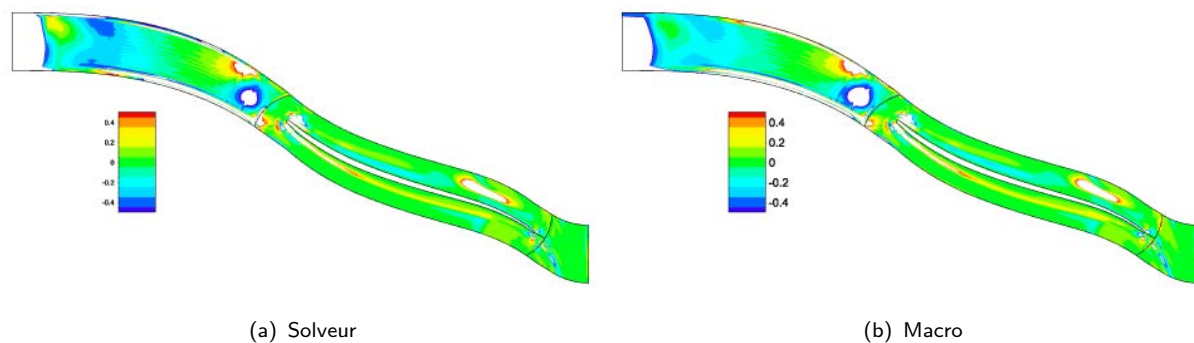


Figure 5.14: Modèle SARC : comparaison résultats du solveur (à gauche)/résultats de la macro de référence (à droite), pour le calcul de \tilde{r} dans une vue aube-à-aube à mi-hauteur.

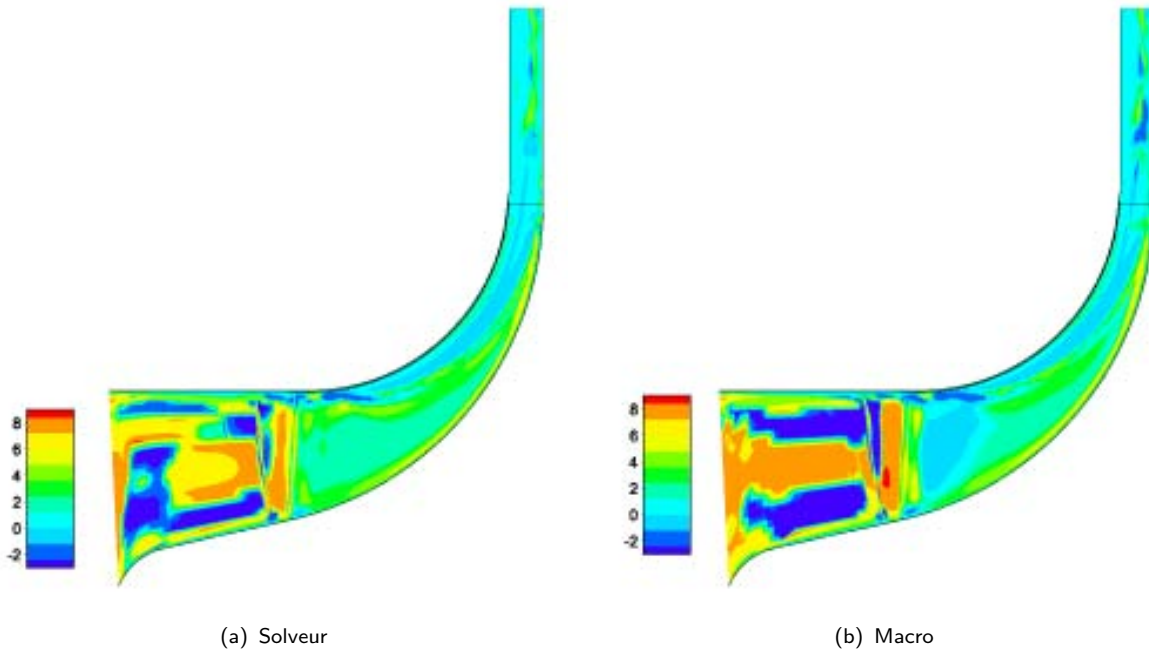


Figure 5.15: Modèle SARC : comparaison résultats du solveur (à gauche)/résultats de la macro de référence (à droite), pour le calcul de f_{r1} dans une vue méridienne.

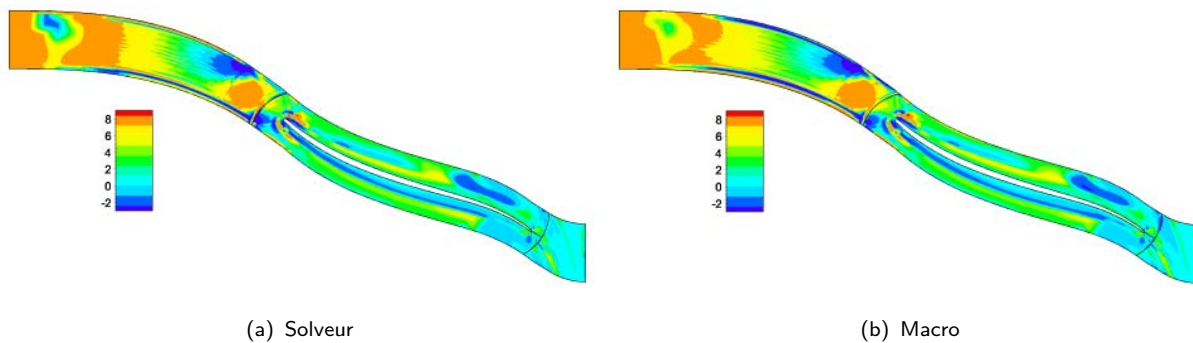


Figure 5.16: Modèle SARC : comparaison résultats du solveur (à gauche)/résultats de la macro de référence (à droite), pour le calcul de f_{r1} dans une vue aube-à-aube à mi-hauteur.

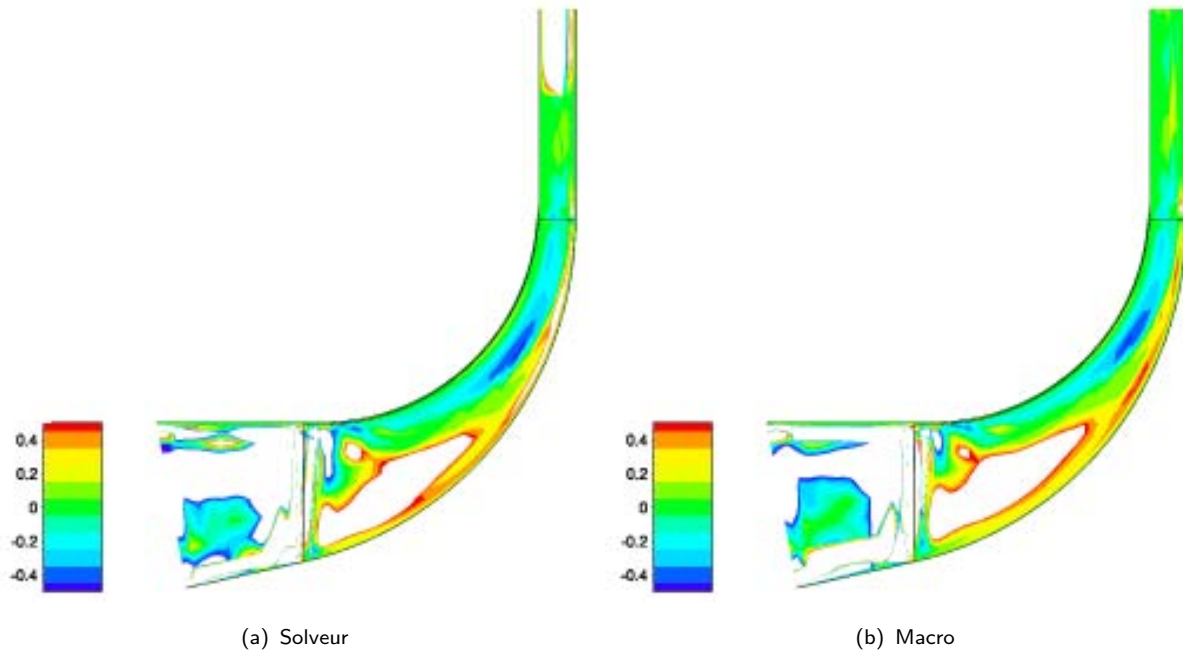


Figure 5.17: Modèle YSRC : comparaison résultats du solveur (à gauche)/résultats de la macro de référence (à droite), pour le calcul de \widetilde{B}_R dans une vue méridienne.

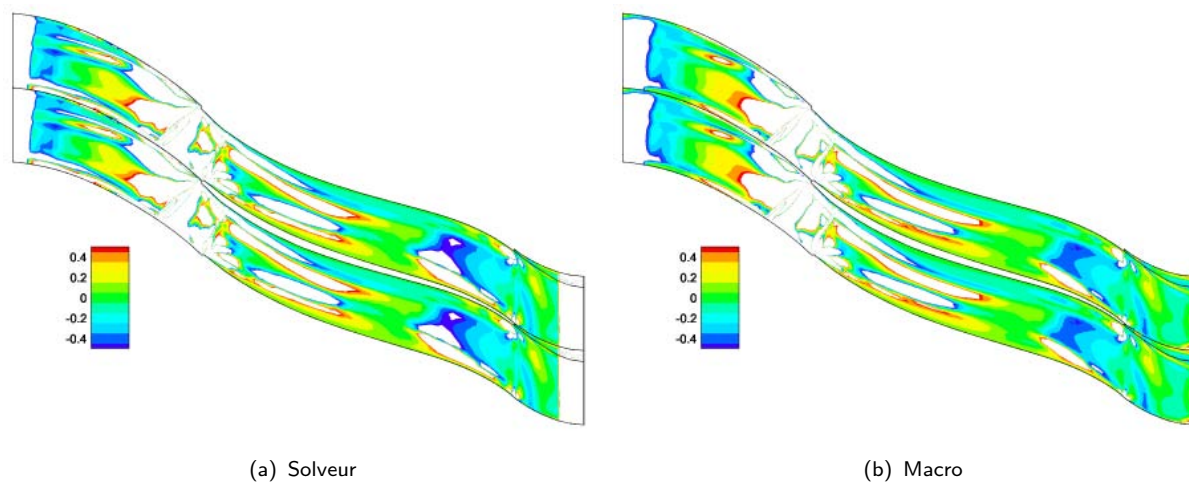


Figure 5.18: Modèle YSRC : comparaison résultats du solveur (à gauche)/résultats de la macro de référence (à droite), pour le calcul de \widetilde{B}_R dans une vue aube-à-aube à mi-hauteur.

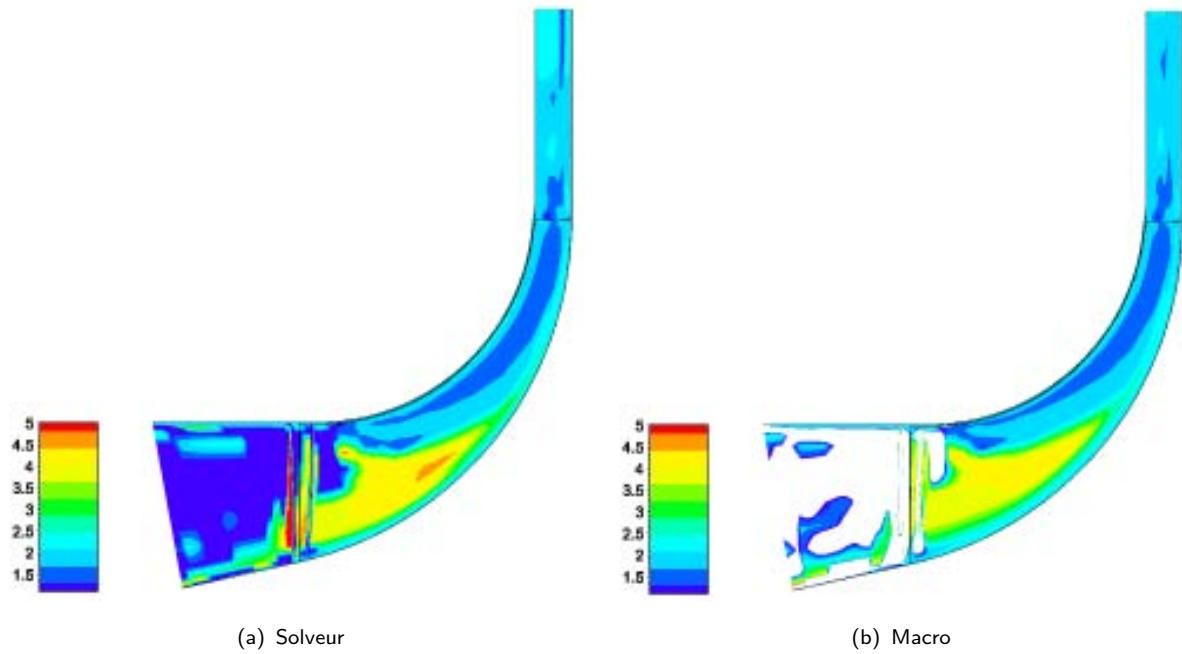


Figure 5.19: Modèle YSRC : comparaison résultats du solveur (à gauche)/résultats de la macro de référence (à droite), pour le calcul de C_{ϵ_2} dans une vue méridienne.

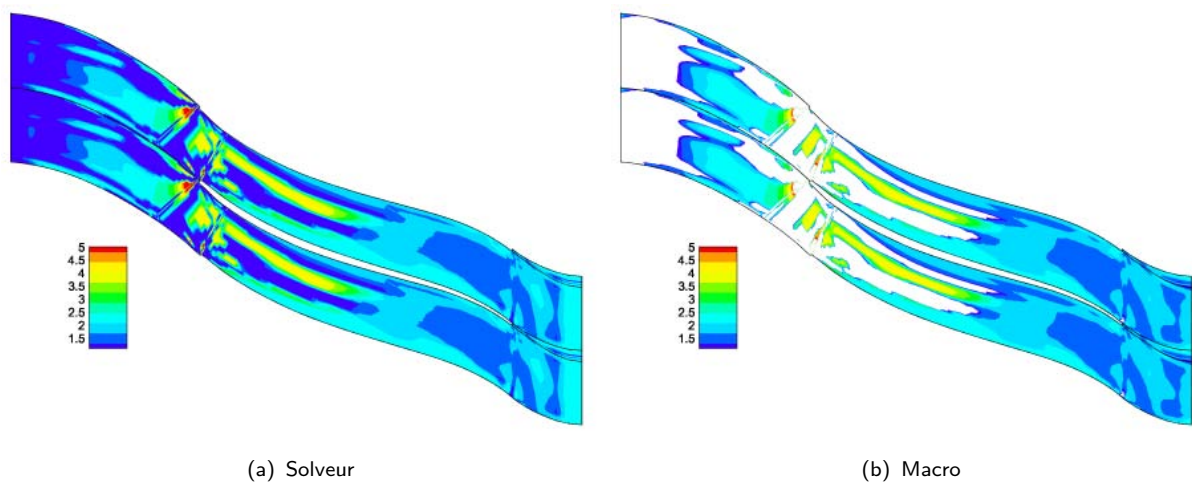


Figure 5.20: Modèle YSRC : comparaison résultats du solveur (à gauche)/résultats de la macro de référence (à droite), pour le calcul de C_{ϵ_2} dans une vue aube-à-aube à mi-hauteur.

5.3.3 Analyse de la consistance physique

La figure 5.21 rappelle les considérations théoriques présentées précédemment.

La figure 5.22 montre comment les deux corrections reproduisent ces effets pour les champs de viscosité tourbillonnaire μ_t (normée par la viscosité dynamique μ) dans un plan méridien moyenné. Pour les deux modèles non corrigés, la turbulence est générée dans la couche de cisaillement au niveau du carter, et s'étend en une poche qui occupe plus de la moitié de la veine au niveau du bord de fuite, jusqu'à occuper la quasi-totalité de la veine dans le diffuseur. On notera que pour une turbulence en entrée comparable (les deux échelles de couleur sont différentes), le modèle SA crée un niveau général de turbulence plus important.

Pour la correction SARC, les effets de courbure sont visibles : (i) en tête, la création de turbulence est nettement moins importante et intervient plus loin du bord d'attaque ; (ii) en pied, la surface concave du moyeu entraîne une création significative de turbulence. Plus loin dans le diffuseur, les deux résultats redeviennent comparables. En pied au niveau du bulbe, la correction entraîne une création de turbulence : cet effet est probablement associé à la force de Coriolis décrite précédemment (§ 5.2.1.4), qui inhibe donc l'effet de courbure convexe du bulbe.

Pour la correction YSRC, l'effet de courbure en tête est visible, qui entraîne un confinement de la poche de turbulence. En pied, l'effet de courbure n'est pas visible. Il n'y a pas non plus d'effet de la force de Coriolis en entrée.

La figure 5.23 illustre le comportement des deux corrections pour les champs de μ_t/μ dans un plan aube-à-aube à mi-hauteur. Pour le modèle SARC (figure (b)), on note tout d'abord que l'augmentation du niveau moyen de turbulence entre l'entrée et le bord d'attaque est liée à l'effet de la force de Coriolis identifié sur la figure précédente. Au niveau des pales, le principal effet observé est celui de la force de Coriolis juste avant le bord de fuite de la pale (zone notée D sur la figure (b)). Ainsi, la correction SARC rompt la symétrie du champ obtenu avec le modèle SA, et l'apparition d'un pic de turbulence au niveau de l'intrados (PS) est visible. Il est par contre difficile d'identifier l'effet de déstabilisation à l'extrados.

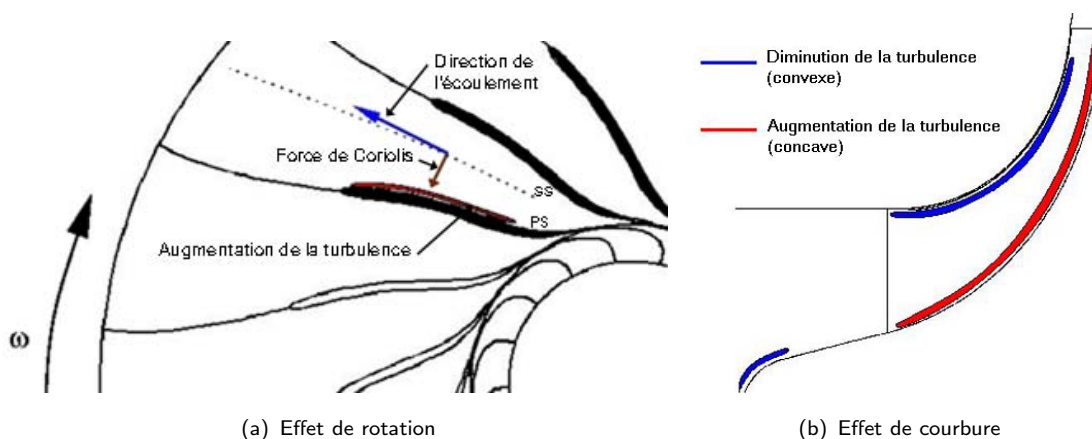


Figure 5.21: Analyse théorique des effets de rotation et courbure dans un compresseur centrifuge

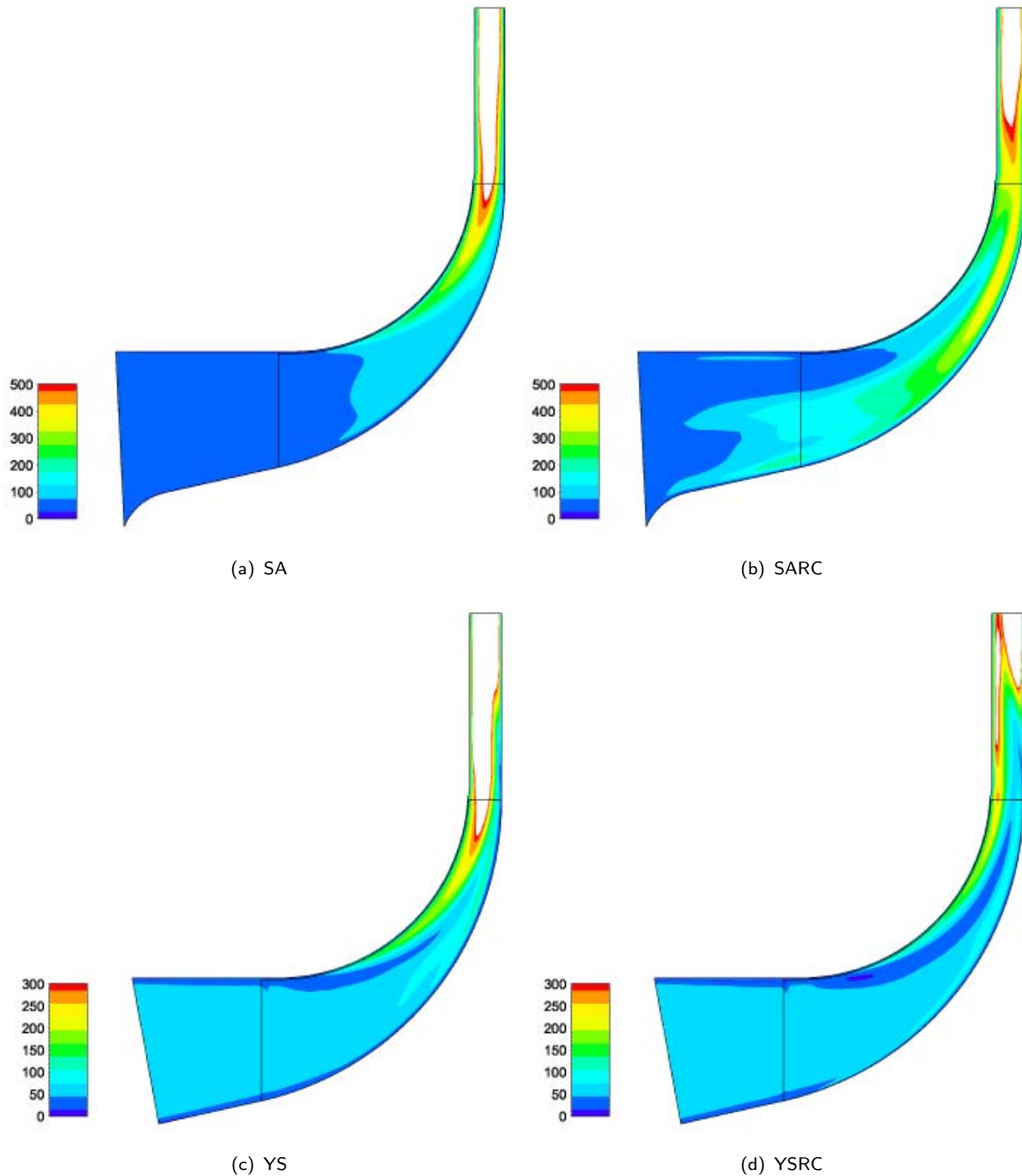


Figure 5.22: Effet des corrections rotation/courbure sur le champ de viscosité tourbillonnaire (normé par la viscosité dynamique : μ_t/μ) : effet de courbure dans le plan méridien en moyenne azimutale pondérée masse.

Pour le modèle YSRC, cet effet n'est pas visible sur la figure 5.23 (d). À l'aval du bord de fuite, on observe surtout la trace de l'effet de courbure du plan méridien. La figure 5.24 présente un plan serré du bord de fuite de la pale en pied. Cette fois, la déstabilisation au PS (intrados) induite par l'instabilité de Coriolis en cisaillement est visible. À l'extrados, on peut observer un effet stabilisant, qui diminue la taille de la poche de turbulence avant le bord de fuite.

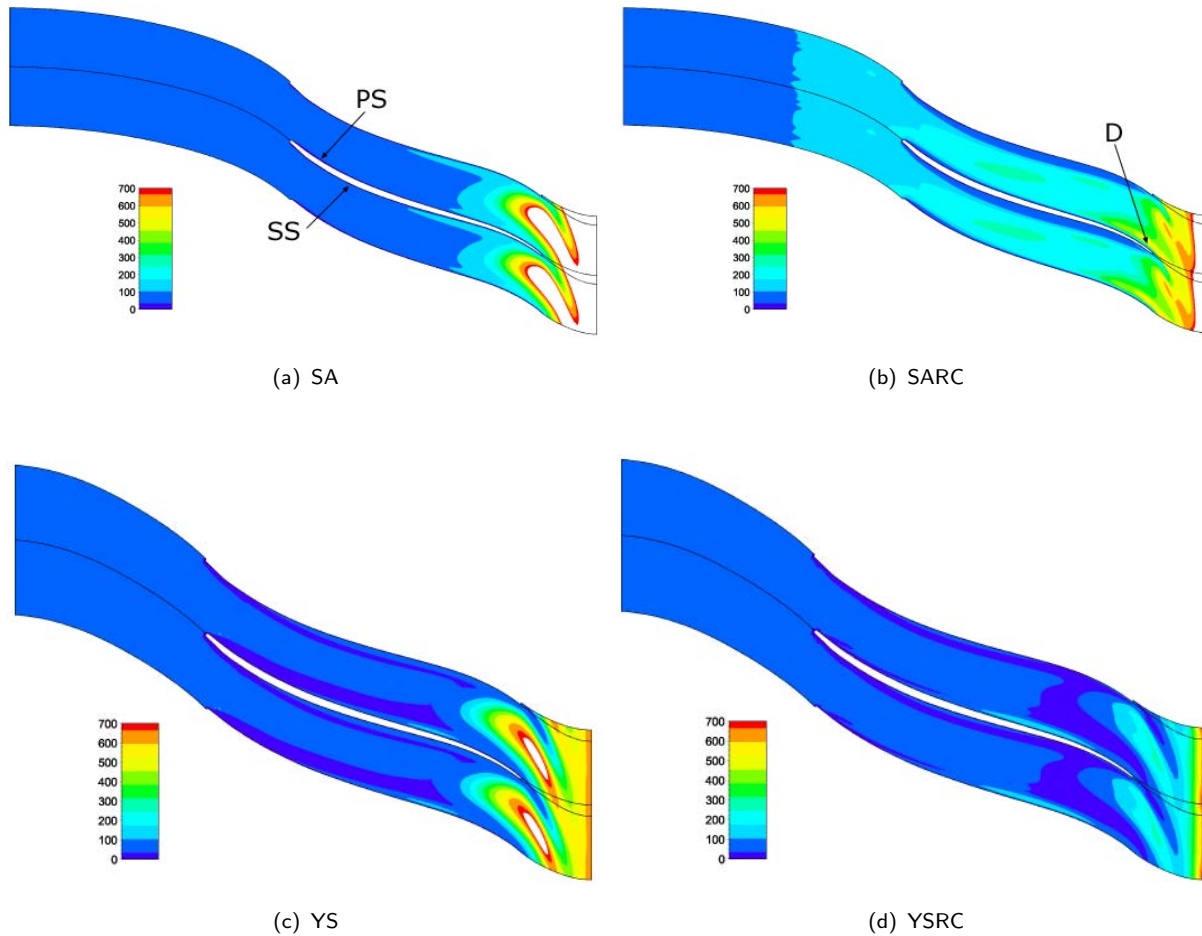


Figure 5.23: Effet des corrections rotation/courbure sur le champ de viscosité tourbillonnaire (normé par la viscosité dynamique : μ_t/μ) : effet de courbure et rotation dans un plan aube-à-aube à mi-hauteur ($Z/B = 50\%$).

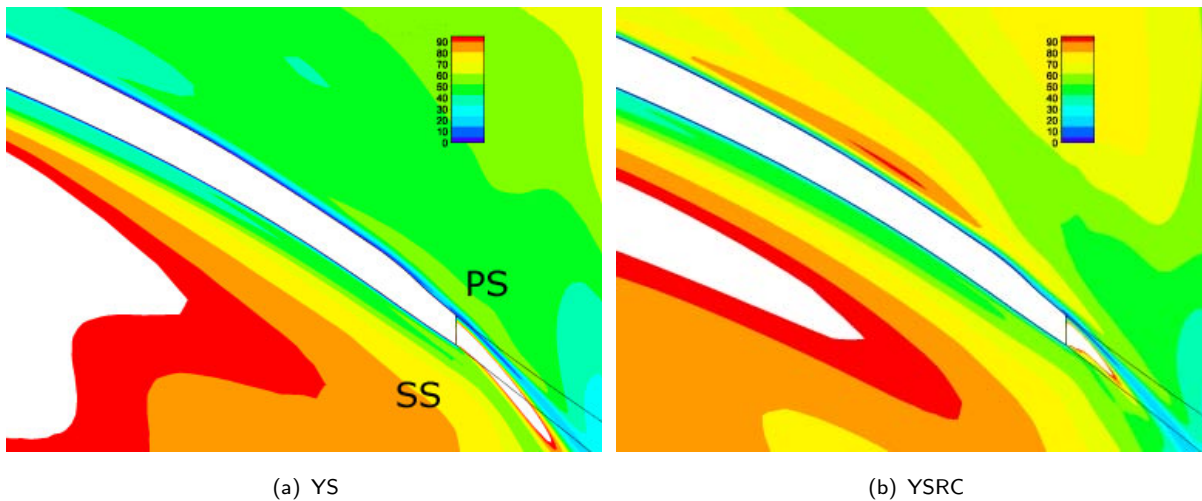


Figure 5.24: Plan serré sur le bord de fuite en pied : effet de la rotation dans un plan aube-à-aube en pied ($Z/B = 10\%$).

L'extraction des coefficients de frottement intégrés sur les pales et les surfaces moyeu et carter confirme la consistance des prédictions. Les résultats du tableau 5.3 montrent que, pour les deux corrections, le coefficient de frottement augmente à l'intrados et diminue à l'extrados. Ceci traduit le fait que l'intrados est majoritairement concave, à quoi se superpose l'instabilité de Coriolis en cisaillement (de manière analogue à la configuration de canal plan). En revanche, les variations dues aux corrections au moyeu et au carter ne s'accordent pas avec les considérations théoriques : l'augmentation de turbulence au moyeu (due à l'effet de courbure) ne se traduit pas par une augmentation du frottement.

	SA	SARC	$\Delta_{SA/SARC}$	YS	YSRC	$\Delta_{YS/YSRC}$
C_{f-PS}	0.0143	0.0148	+3.5 %	0.0164	0.0176	+7.3 %
C_{f-SS}	0.0240	0.0233	-2.9 %	0.0271	0.0251	-7.4 %
$C_{f-Moyeu}$	0.0418	0.0411	-1.7 %	0.0383	0.0374	-2.4 %
$C_{f-Carter}$	0.0390	0.0388	-0.5 %	0.0436	0.0251	-0.5 %

Tableau 5.3: Impact des corrections sur le frottement moyen sur les pales.

En conclusion, on pourra retenir que, d'un point de vue qualitatif, l'accord entre de simples considérations théoriques et les modifications du champ turbulent par les modèles corrigés est remarquable. Ainsi, les déstabilisations prévisibles au moyeu et à l'intrados sont parfaitement restituées dans le cadre d'une modélisation au premier ordre, c'est-à-dire que la viscosité tourbillonnaire prédite par le modèle est plus importante dans ces zones. Ceci permet de conclure sur la consistance physique des corrections.

5.4 Évaluation des modèles corrigés sur un compresseur académique

Ce paragraphe présente un travail de vérification et validation (au sens défini dans le chapitre 3), appliqué aux résultats de calculs avec les modèles SA et YS et leurs versions corrigées SARC et YSRC. Les données expérimentales utilisées pour la validation sont tirées du cas-test RADIVER (Ziegler, Gallus et Niehuis, 2003a,b). Il s'agit d'un compresseur centrifuge développé par MTU, et testé au RWTH de Aix la Chapelle (*Aachen*).

5.4.1 Présentation du cas-test RADIVER

Les détails du cas-test RADIVER sont donnés dans les références Ziegler, Gallus et Niehuis (2003a,b) et Ziegler (2003). On se bornera ici à rappeler les données utiles à la validation, notamment au niveau de l'extraction des quantités physiques à partir des données mesurées, et de leur utilisation dans les comparaisons expériences/calculs.

5.4.1.1 Caractéristiques et géométrie du compresseur RADIVER



Figure 5.25: Géométrie du compresseur RADIVER, tirée de Ziegler (2003).

La figure 5.25 présente une vue d'ensemble du compresseur RADIVER muni de son diffuseur aubé (à géométrie variable). Notons que l'objectif principal de ce cas-test est l'étude instationnaire des interactions rotor-stator ; toutefois, seule les données stationnaires en l'absence de diffuseur sont utilisées dans ce mémoire. Le tableau 5.4 donne les principales caractéristiques du compresseur.

5.4.1.2 Méthode expérimentale

Le compresseur est placé dans un circuit d'air fermé, avec une chambre de tranquillisation en amont pour régler les conditions (totales) d'alimentation.

Mesures de pression totale par tube de Pitot À l'aval du rotor, la pression totale est fournie sur un plan $R=cste=138.1$ mm (noté 2M, voir figure 5.26), elle est mesurée à l'aide de sondes Pitot. 4 positions azimutales sont relevées successivement ; des traversées

Caractéristiques du point de fonctionnement		
Vitesse de rotation nominale	N_0	= 35200 tr/min
Débit réduit maximum	$\dot{m}_{\text{red-max}}$	= 2.5 kg/s
Vitesse spécifique	n_s	= 0.69
Taux de compression maximum de l'étage	π_{max}	= 4.1
Rendement isentropique maximum de l'étage	η_{max}	= 0.834
Données géométriques de la roue		
Nombre de pales	Z_p	= 15
Rayon de sortie	R_2	= 135 mm
Angle métal en sortie	β_{2p}	= -38°
Hauteur de pale en sortie	b_2	= 11.1 mm

Tableau 5.4: Cas-test RADIVER : caractéristiques et géométrie du compresseur.

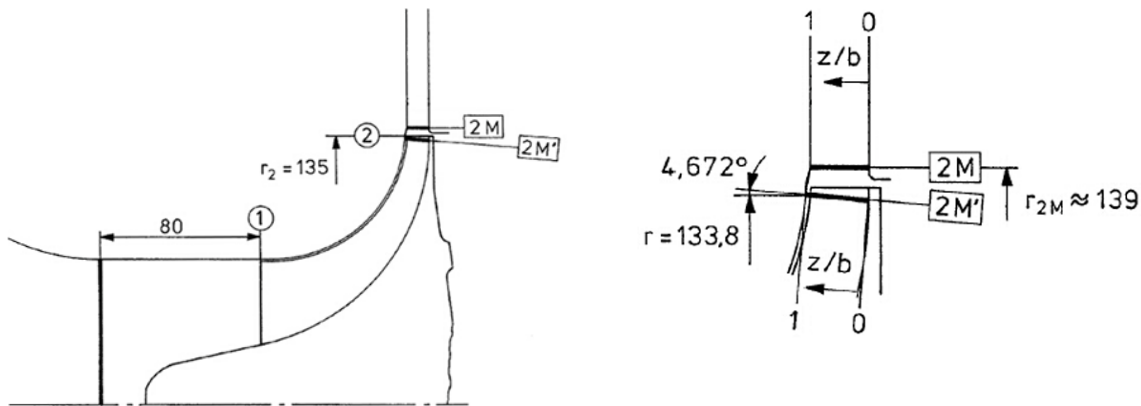


Figure 5.26: Plans d'extraction des données expérimentales, d'après Ziegler, Gallus et Niehuis (2003a) : plan 2M, tubes de Pitot ; plan 2M' mesures L2F.

de sondes sont données pour 5 hauteurs relatives : $Z/B=10\%$, 30% , 50% , 70% et 90% . 4 prises de pression pariétales, sur le moyeu et le carter, permettent d'acquérir les données de pression pour $Z/B=0\%$ et 100% .

Pour une hauteur relative donnée, les profils de pression totale en moyenne azimutale en sortie du rotor sont obtenus par une moyenne (arithmétique) des données pour les quatre positions des Pitot afin de minimiser la distorsion de l'écoulement absolu délivré par la roue, qui est liée aux instationnarités et au temps de réponse des sondes. Les profils dans le plan 2M ainsi obtenus sont considérés comme représentatifs de profils en moyenne azimutale pondérée masse (note : il est difficile de fournir un argument théorique quant à la quantité adéquate pour pondérer la moyenne délivrée par une sonde placée dans l'écoulement délivré par le rotor). Pour le calcul des performances globales, une moyenne linéaire des données de mesure pour les 7 hauteurs relatives entre le moyeu et le carter est effectuée pour obtenir la pression moyenne en sortie.

Mesures de température totale La température totale est fournie sur un plan $R = \text{cste}$ = 335 mm (*i.e.*, à l'aval du diffuseur lorsqu'il est présent), elle est mesurée à l'aide de sondes

NTC (*Negative Temperature Coefficient*). Ziegler, Gallus et Niehuis (2003a) estiment qu'un flux de chaleur significatif est transmis par le carter, et utilisent pour cette raison une méthode particulière pour moyenniser la température : la "méthode Hi3". Cette méthode consiste à relever la température totale pour 7 hauteurs et 25 positions azimutales, puis d'utiliser une moyenne arithmétique des 3 valeurs les plus élevées, supposée représenter la température totale en sortie du rotor⁶ en l'absence de flux de chaleur. Nous utilisons ici cette moyenne telle qu'elle est fournie.

Mesures laser (L2F) dans la roue Dans la roue, sur le plan 2M', voir la figure 5.26, des mesures laser par la technique L2F sont disponibles. Ziegler, Gallus et Niehuis (2003b) présentent en détails la technique utilisée, basée sur les travaux de Schodl (1977). Cette technique permet de mesurer la norme et la direction des composantes de la vitesse absolue, perpendiculairement au plan laser. Pour la configuration de diffuseur lisse, seul le point de débit minimum (point P1 sur la figure 5.27) est mesuré.

Incertitudes expérimentales D'après Ziegler (2003), les incertitudes associées aux valeurs mesurées par les sondes de Pitot sont de l'ordre de 0.2 %. Une erreur supplémentaire doit être considérée du fait de l'influence de la sonde sur le point de fonctionnement, mais cette erreur n'a pas été chiffrée.

Pour la température totale, l'incertitude associée aux sondes NTC est de l'ordre de 0.3%. Cependant, il est probable que la méthode "Hi3" ne compense pas de manière précise l'erreur expérimentale due au flux de chaleur à travers le carter. Pour cette raison, il conviendra de considérer avec prudence les valeurs absolues de rendement (pour ce cas, une erreur de 1K sur la mesure de température équivaut à une variation de rendement proche de 1 point).

Nous retiendrons les incertitudes expérimentales suivantes : $U_{\text{EXP}} = 0.2 \%$ pour le taux de compression et $U_{\text{EXP}} = 0.8$ point pour le rendement.

D'après Ziegler, Gallus et Niehuis (2003b), les incertitudes associées aux mesures L2F sont de ± 1 à 2% pour la vitesse et ± 1 à 3° pour les angles.

5.4.1.3 Configurations retenues pour les calculs

Le tableau 5.5 présente les configurations expérimentales retenues pour les simulations. Elles correspondent à l'isovitesse $N = 0.8 \cdot N_0$, qui est la ligne de fonctionnement où le plus de données expérimentales est disponible. Les conditions indicées 0 dans le tableau 5.5 sont les valeurs mesurées dans la chambre de tranquillisation amont à l'aide de sondes Pitot. La figure 5.27 représente le taux en fonction du débit pour cette isovitesse, et introduit les notations associées à chacun des 5 points de fonctionnement étudiés.

⁶Le premier principe de la thermodynamique assure que la température totale est constante dans le diffuseur pour un écoulement adiabatique.

Nom du point	P_{t0}	T_{t0}	\dot{m} (kg/s)	N (tr/min)	\dot{m}_{red} (kg/s)
P1	59776	295.6	1.057	28520	1.814
P2	59803	295.5	1.100	28516	1.885
M	59809	295.5	1.141	28518	1.957
S2	59825	295.5	1.205	28517	2.067
S1	59900	295.8	1.274	28532	2.184

Tableau 5.5: Cas-test RADIVER : Configurations expérimentales reproduites dans les calculs.

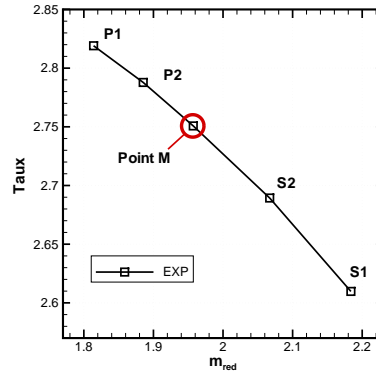


Figure 5.27: Illustration des configurations expérimentales étudiées sur le cas RADIVER, avec figuration des noms associés aux points expérimentaux.

5.4.2 Mise en œuvre des calculs

Paramètres de calcul De même que dans le chapitre précédent, tous les calculs sont menés avec la méthode d'avancement en temps ; un schéma de Runge-Kutta à 4 pas pour l'intégration temporelle, avec utilisation d'un pas de temps local et de la technique de multigrille (3 niveaux). La discrétisation spatiale est assurée par un schéma centré précis au second ordre. Les conditions aux limites imposées sont la température totale, la pression totale et la direction de l'écoulement (axiale) en entrée ; une vitesse relative nulle sur les parois solides. En sortie, le débit est imposé, par une méthode de mise à l'échelle de la vitesse.

Modélisation de la géométrie Afin de simplifier la mise en œuvre des calculs, le bulbe en amont de la roue n'est que partiellement modélisé. Les simulations de Weiß *et al.* (2003), pour le cas RADIVER, montrent que ceci a peu d'influence sur les performances prédites.

Dans les simulations, la déformée de la pale n'est prise en compte que par la réduction du jeu qu'elle entraîne : lors de la création du modèle numérique de la géométrie, les valeurs du jeu au bord d'attaque et au bord de fuite sont tirées de calculs mécaniques (éléments finis) prenant en compte les forces centrifuges (les résultats de ces calculs sont donnés dans Ziegler (2003)). Ainsi, le jeu à froid, 0.7 mm au bord d'attaque et au bord de fuite, est réduit à 0.684 mm et 0.358 mm en fonctionnement. Pour une répartition du jeu supposée linéaire, l'écart relatif maximal avec les données des calculs mécaniques est de l'ordre de 5 %.

Dépouillement des calculs Une attention particulière a été portée à accorder les méthodes de dépouillements CFD et expérimentales.

Pour l'extraction des performances globales, la pression totale moyenne utilisée en entrée est celle imposée à l'entrée du domaine numérique. Ainsi, puisque la conduite entre la chambre de tranquillisation amont et l'entrée de la roue n'est pas modélisée, la perte de pression totale associée n'est pas prise en compte : il est attendu que les calculs surestiment légèrement le taux (et donc le rendement). En sortie roue, la pression totale est extraite dans le plan 2M de la même manière que dans les expériences : le calcul est d'abord moyenné azimutalement en pondération masse, puis les 7 valeurs de pression totale ($Z/B=0\%$, 10% , 30% , 50% , 70% , 90% et 100%) sont extraites et moyennées linéairement.

Pour la température totale, il n'est pas possible de reproduire la méthode expérimentale, car les parois sont supposées adiabatiques dans les calculs. T_{t2} est obtenue par une moyenne pondérée masse sur le plan 2M. En comparant les figures 4.10 (évaluation de la pression totale en sortie par une moyenne pondérée masse sur toute la section de passage) et 5.28 (évaluation de la pression totale en sortie reproduisant la méthode expérimentale), on peut noter que l'influence de la méthode de dépouillement est considérable, tant sur la valeur absolue du rendement que sur la tendance.

Pour les comparaisons avec les mesures L2F, le plan 2M' a été reproduit en accord avec la figure 5.26. Plusieurs méthodes de moyenne des données expérimentales sont données dans Ziegler (2003). Les données retenues pour les comparaisons sont celles obtenues par une moyenne pondérée masse (notée VMK par Ziegler). Pour cette raison, les profils sont extraits des calculs après une moyenne azimutale pondérée masse.

5.4.3 Comparaison avec les données expérimentales

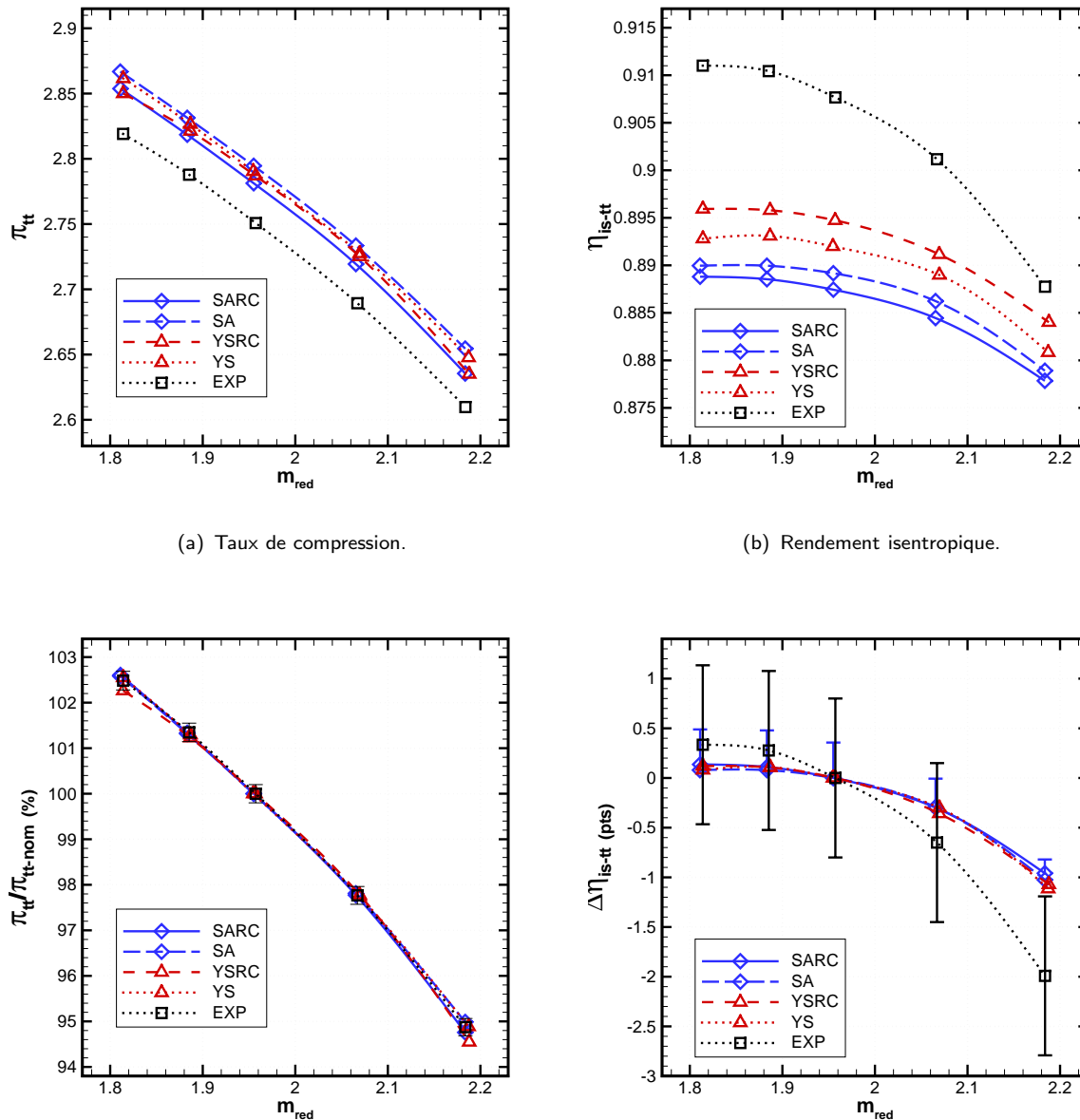
Les calculs avec les modèles SA et SARC sont présentés pour le maillage de 3 millions de points du chapitre précédent. Les erreurs numériques sur la prédiction des performances sont présentées dans les figures 4.10 et 4.11. Pour le modèle SARC, une étude de convergence similaire à celle du chapitre 3 (non présentée ici) a montré que la correction RC n'influence pas de manière significative l'erreur numérique.

Les calculs avec les modèles YS et YSRC ont été menés sur le maillage de 1.5 millions de points. Les erreurs numérique avec le modèle (k, ϵ) sont comparables aux erreurs du modèle SA. Pour cette raison, et afin de permettre une comparaison entre les deux classes de modèles, la procédure de recalage du champ présentée au paragraphe 4.2.5 est appliquée. Pour cela, le point M est calculé avec les modèles YS et YSRC pour le maillage de 3 millions de points, et sert de référence en absolu pour caler la tendance obtenue sur le maillage de 1.5 millions de points.

Les erreurs numériques étant ainsi évaluées, la procédure de vérification et validation du chapitre 3, résumée par l'équation (3.9), est donc appliquée ici. Toutefois, l'influence des paramètres incertains n'est pas prise en compte, elle est traitée dans le prochain chapitre. Ainsi, l'évaluation de l'incertitude totale ($U_{\text{tot}} = U_G + U_{\text{EXP}}$) pour la construction de M_{val} (équation (3.17)) repose sur les erreurs numériques calculées au chapitre 3 et sur les incertitudes expérimentales données au paragraphe 5.4.1.2.

5.4.3.1 Performances globales

La figure 5.28 présente les champs CFD pour les quatre modèles. Pour le taux de compression, figure 5.28 (b) la tendance est identique pour tous les modèles, en bon accord avec les données expérimentales. La surestimation observée est en accord avec le fait que l'amont du compresseur ne soit pas modélisé. Une estimation par modèle de perte de charge en conduite (Idel'cik, 1960) conduit à une perte de pression totale de 1 % entre le plenum



(c) Taux normé par la valeur au point M, avec barres d'erreurs (d) Delta de rendement par rapport au point M, avec barres d'erreurs pour l'incertitude expérimentale et pour l'erreur numérique.

Figure 5.28: Performance globale : comparaison des modèles SARC/SA et YSRC/YS avec les données expérimentales. Maillage de 3Mpts pour SA/SARC, et pour YS/YSRC maillage de 1.5Mpts recalé à 3Mpts suivant la méthode du chapitre 4.

et l'amont de la roue, ce qui correspond à la moitié de l'écart CFD/EXP. Il est probable que cet effet se combine à l'influence de la taille des couches limites.

Pour la construction de la métrique de validation, l'incertitude totale est inférieure à l'écart $\Delta_{\text{CFD/EXP}}$. Ainsi, l'accord quasi-parfait observé sur la figure 5.28 (c) pour la tendance doit être tempéré par le fait que l'incertitude donnée par la métrique de validation varie entre 0.7 % et 2 % sur toute la gamme de fonctionnement simulée.

Pour le rendement isentropique, de larges écarts sont observés entre les calculs et les expériences. Étant donnée l'incertitude associée à la moyenne Hi3 de la température, il est difficile de conclure sur l'origine de l'écart en valeur absolue. On notera par ailleurs que les deux corrections ont un impact opposé sur l'écart avec les valeurs expérimentales : l'écart augmente de 0.1 point environ pour la correction du modèle SA, et il diminue de 0.3 point au maximum pour la correction du modèle YS.

En tendance, les 4 modèles donnent un résultat sensiblement équivalent, comme le montre la figure 5.28 (d). Les barres d'erreur pour l'incertitude expérimentale sont portées sous l'hypothèse que l'erreur est strictement aléatoire, et se répercute donc de manière identique sur la tendance; cette hypothèse est probablement pessimiste, mais nous ne disposons pas de moyen plus pertinent pour évaluer l'erreur sur la tendance. Les barres d'erreurs sont aussi données pour le modèle SARC, elle sont portées ici dans une seule direction, car on fait l'hypothèse que l'erreur due au maillage est déterministe et non aléatoire, en accord avec les résultats du chapitre 4. L'écart entre le point M et le point S1 est sous-estimé d'environ 1 point pour SARC et de 0.5 point pour YSRC. L'augmentation de rendement entre le point M et le point P1 est sous-estimée de 0.2 point par tous les modèles. Enfin, en considérant les barres d'erreurs expérimentales portées sur la figure 5.28 (d), on constate que seul le point le plus proche du blocage présente un écart supérieur à l'incertitude expérimentale.

Il est possible de proposer une explication au fait que la tendance ne soit pas sensiblement affectée par les corrections. En effet : (i) si l'on suppose que l'effet de courbure associé aux parois (constant pour tous les points, puisqu'associé à la géométrie) domine la contribution de la courbure des lignes de courant (variable en fonction de l'influence du point de fonctionnement sur les écoulements secondaires) d'une part, et (ii) étant donné que la vitesse de rotation ne varie pas ici, on peut conclure que la correction RC ne varie pas de manière significative sur une isovitesse.

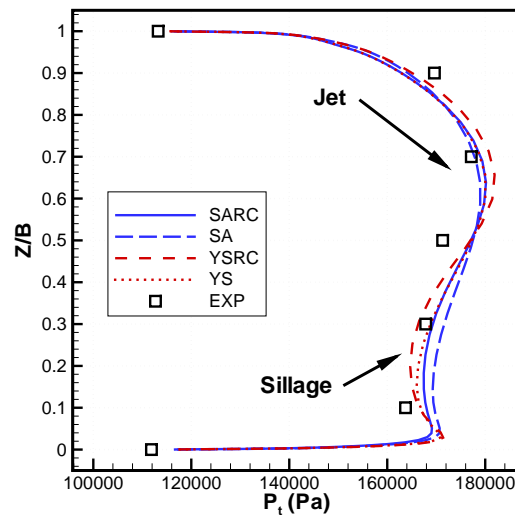
En conclusion, la modélisation des effets de rotation et courbure sur la turbulence améliore la prédiction en valeur absolue des performances globales de 0.3 points de rendement au maximum (pour YSRC). Cependant, cette modélisation n'apporte de changement significatif du point de vue de la tendance que pour la prédiction du blocage avec le modèle YSRC. Dans l'ensemble, la meilleure prédiction est obtenue avec le modèle YSRC.

5.4.3.2 Données locales

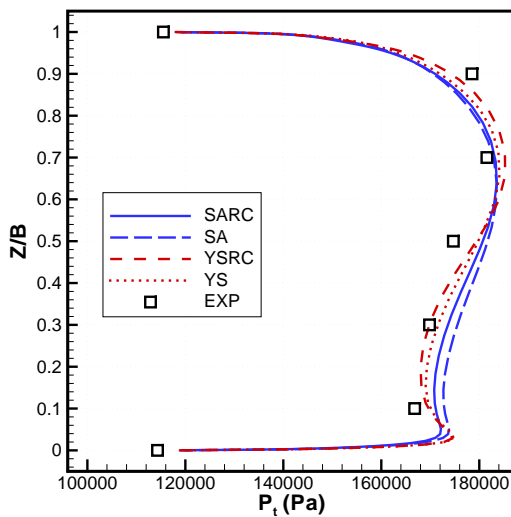
Profils de pression totale La figure 5.29 compare les résultats numériques et expérimentaux pour les profils de pression totale au plan 2M. Globalement, la tendance est identique pour tous les modèles, en bon accord avec les données expérimentales, et ce pour les trois points de fonctionnement présentés.

La correction SARC modifie légèrement la prédiction du maximum de pression totale en tête (correspondant au sillage). En pied, le minimum de pression totale correspondant au jet est sensiblement mieux prédit par le modèle SARC. Ces remarques sont valables pour les trois points de fonctionnement.

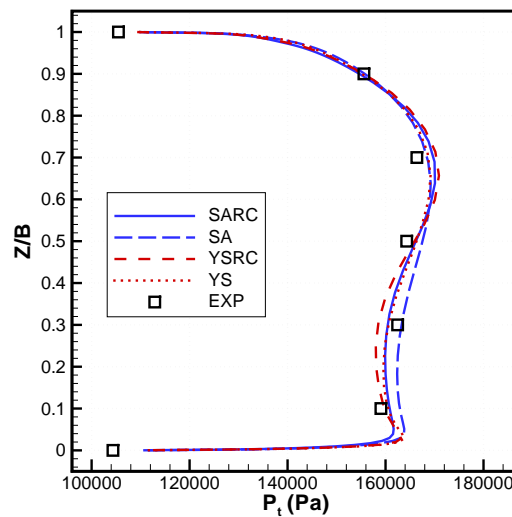
Le modèle corrigé YSRC améliore la prédiction des extrema en pied *et* en tête. Vers le pied, la variation associée à la correction RC pour le modèle YS est du même ordre de grandeur que pour le modèle SA. Dans l'ensemble, le modèle YSRC apporte la meilleure



(a) Point M (débit nominal).



(b) Point P1 (débit faible).



(c) Point S1 (débit élevé).

Figure 5.29: Profils de pression totale en moyenne azimutale à l'aval de la roue (plan 2M) : comparaison des modèles SARC/SA et YSRC/YS avec les données expérimentales pour les points de fonctionnement M, P1 et S1. Maillage de 1.5Mpts.

prédiction, en très bon accord avec les données expérimentales à la fois en valeur absolue et en tendance. Il semble par ailleurs que tous les modèles, mais en particulier les modèles SA et SARC, prédisent un mélange trop important, ce qui entraîne une sous-estimation des gradients, manifeste au niveau du point $Z/B = 0.5$.

Profils par mesures L2F Parmi les nombreuses mesures acquises par vélocimétrie laser, nous retenons la norme de la vitesse absolue V et l'angle absolu d'écoulement α . Du fait de la forme relativement plate ($|\beta_2| = 35^\circ$) du triangle des vitesses en sortie (voir figure 2.8 du chapitre 2), pour une erreur donnée sur la vitesse débitante V_m , la répercussion sur V est plus importante que sur W . Pour cette raison, V est un révélateur plus sensible de la qualité de la prédiction du jet/sillage. Notons que le déficit de vitesse relative associé au sillage se manifeste par une vitesse absolue plus importante, du fait de la composition des vitesses. L'angle absolu est retenu pour son importance sur la performance du diffuseur en aval de la roue lorsqu'il est présent.

La figure 5.30 (a) montre que le maximum de vitesse absolue (le sillage) et le minimum (le jet) sont sensiblement mieux prédits par les modèles corrigés. De plus les modèles (k, ϵ) sont en meilleur accord avec les données expérimentales, la meilleure prédiction étant donnée par le modèle YSRC.

Pour tous les modèles, le déficit de vitesse présent à $Z/B=0.5$ n'est pas reproduit, ce qui suggère que la cohabitation entre les deux zones à vitesses différentes est difficile à reproduire par la simulation, qui prédit mal l'important gradient de vitesse entre les zones de jet et de sillage.

La figure 5.30 (b) montre que cette tendance se retrouve pour les courbes pour l'angle

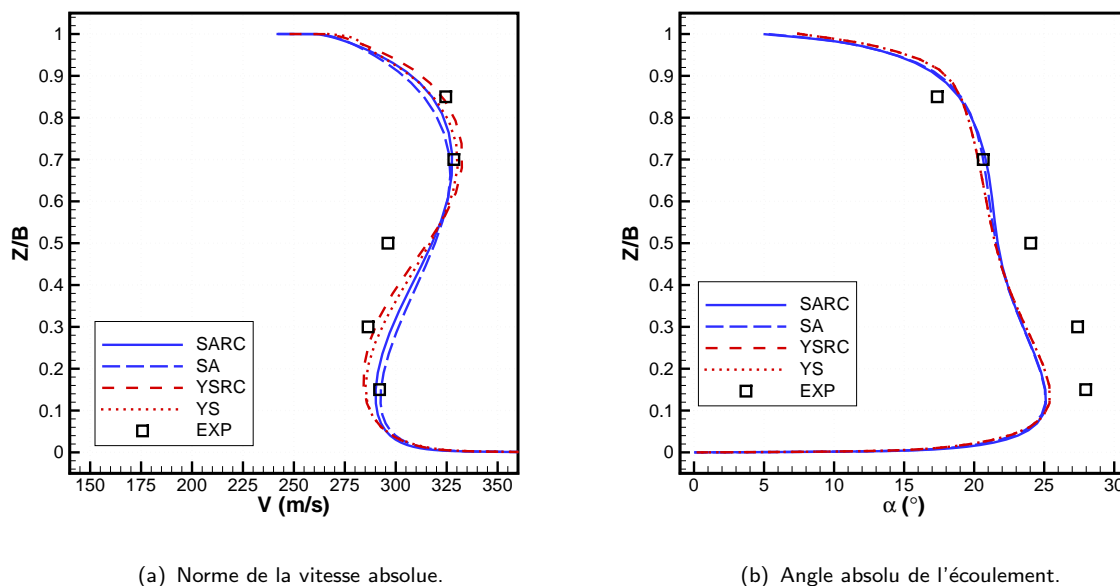


Figure 5.30: Profils mesurés par L2F en moyenne azimutale en sortie roue (plan 2M') : comparaison des modèles SARC/SA et YSRC/YS avec les données expérimentales au point de fonctionnement P1. Maillage de 1.5Mpts.

absolu (repéré ici par rapport à la direction tangentielle), bien que l'effet des corrections y soit nettement moins marqué. La prédiction est bonne en tête, mais la déviation est sous-estimée de 3° en pied. Notons toutefois que cet écart est de l'ordre de grandeur de l'incertitude expérimentale.

En conclusion, les prédictions locales sont de l'ordre de l'incertitude expérimentale pour tous les modèles. L'amélioration apportée par les corrections est sensible dans les deux cas. Dans l'ensemble, la meilleure prédiction est obtenue pour le modèle YSRC.

5.4.4 Analyse des simulations

Ce paragraphe vise à approfondir les comparaisons entre les modèles corrigés et non-corrigés. L'influence du modèle de turbulence sur la prédiction du bruit de raie est d'abord présentée. Ensuite, nous examinons la structure de l'écoulement prédit. Étant donné le caractère dimensionnant du jet/sillage en sortie roue, la structure 3D de l'écoulement est examinée du point de vue de ce phénomène. Le point de fonctionnement choisi est le point P1, point de rendement maximum pour les résultats expérimentaux et seul point où les données L2F sont disponibles. Les résultats de calculs pour les modèles SA et SARC sont obtenus pour le maillage de 3 Mpts et ceux pour YS et YSRC sur celui de 1.5 Mpts.

5.4.4.1 Influence du modèle de turbulence sur la prédiction du bruit de raie

De même qu'au chapitre précédent, nous examinons ici les prédictions de l'outil acoustique dans le cadre des erreurs de simulation. Les données des calculs pour les 4 modèles, au point M et sur le maillage de 400 000 points, ont été exploitées par l'outil LTS. Les puissances acoustiques obtenues sont présentées dans le tableau 5.6.

Modèle de turbulence :	SA	SARC	YS	YSRC
Puissance acoustique (dB)	119.9	119.6	119.1	120.5

Tableau 5.6: Influence du modèle de turbulence sur la prédiction de la puissance acoustique pour le point de fonctionnement M (rayon d'extraction $R = 1.1R_2$, maillage de 400 000 points).

Le modèle de turbulence n'influence pas significativement la prédiction. De même que pour la prédiction du frottement, la correction du modèle (k, ϵ) est sensiblement plus "énergique" que la correction du modèle SA. Notons que les deux corrections prédisent des variations de puissance acoustique de signes opposés, de manière similaire à la prédiction du rendement.

5.4.4.2 Configuration de jet/sillage

La figure 5.31 présente les contours de vitesse relative W sur le plan $2M'$ pour les quatre modèles. Cette figure montre que l'amélioration associée aux deux corrections RC est liée à la prédiction d'une valeur plus basse pour le minimum de vitesse relative en tête, associée à une zone de sillage plus étendue, ce qui est en accord avec les considérations théoriques

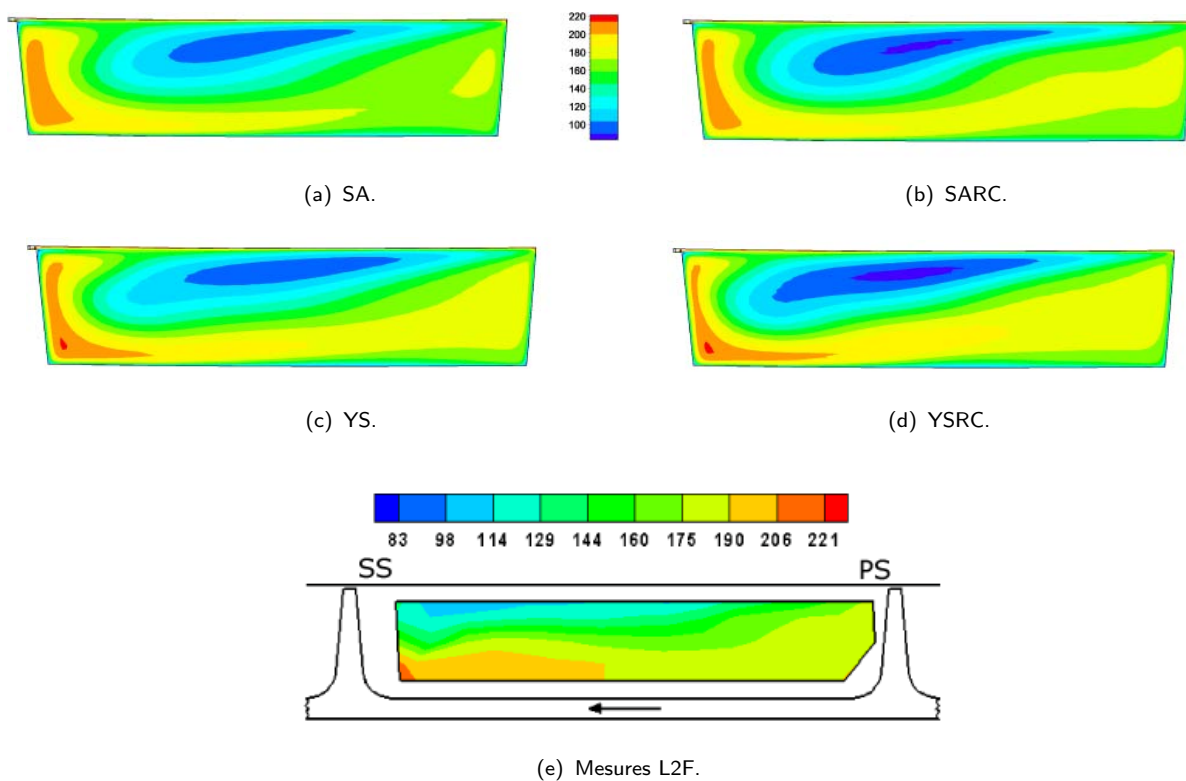


Figure 5.31: Configuration de jet/sillage au plan 2M' pour les 4 modèles au point de fonctionnement P1. Maillage de 1.5Mpts. Les contours de couleur représentent la vitesse relative W en m/s. L'échelle des calculs CFD, donnée entre les figures (a) et (b), est calée sur l'échelle des mesures (e).

de Baljé (1981) (voir la figure 5.6). En pied, la différence est liée à une prédiction d'une zone de jet plus importante du côté de l'intrados (PS).

Les modèles (k, ϵ) accentuent par ailleurs cet effet, avec des extremums de vitesse plus importants que pour les modèles SA et SARC. De plus, l'extension du sillage vers l'extrados (SS) est particulièrement plus marquée pour le modèle YSRC.

La comparaison des résultats CFD avec les mesures L2F montre un assez bon accord qualitatif. En particulier, malgré l'étendue limitée des données à proximité des parois, les mesures suggèrent que le sillage s'étend de manière significative vers l'extrados. Ceci est en faveur de la prédiction obtenue par le modèle YSRC.

On notera que le caractère plus marqué des gradients de vitesse obtenus avec le modèle YSRC est certainement l'explication du fait que l'écart sur la puissance acoustique calculée entre YSRC et YS soit plus important qu'entre SA et SARC.

On retiendra que les modèles corrigés rendent les champs en sortie du rotor plus hétérogènes, ce qui, d'un point de vue général, peut avoir un impact sur la performance aérodynamique des étages éventuellement placés en aval.

Influence du jet/sillage sur le bruit de raie Dans le chapitre 2, le "sillage roue" responsable de la source diffuseur a été considéré de manière *générique*. Cette inhomogénéité est généralement assimilée au sillage d'un profil isolé (voir Waitz *et al.* (1995) par exemple). Étant donné le caractère spécifique du déficit de vitesse que représente le jet/sillage, nous

avons essayé ici d'isoler sa contribution au bruit de raie.

Une première approche qualitative est possible en examinant les ordres de grandeurs des longueurs et fréquences caractéristiques des phénomènes en place. Rappelons que c'est le contenu fréquentiel de la distorsion qui conditionne l'émission de bruit : le bruit est important lorsque les phénomènes aérodynamiques ont une grandeur caractéristique proche de la fréquence de passage des pales. La longueur d'onde acoustique est donnée par :

$$\lambda = \frac{c 60}{N Z_p^R} \quad ,$$

où c est la vitesse du son, N la vitesse de rotation (en tr/min) et Z_p^R le nombre de pales de la roue. Tous calculs faits, dans le cas RADIVER, la longueur d'onde acoustique est de 5 cm. L'analyse des calculs CFD permet d'estimer la taille du sillage : en aval de la roue (rayon $R_0 = 138$ mm), le sillage occupe environ 50 % de la section définie par l'arc $2\pi R_0/Z_p^R$, ce qui donne une taille caractéristique de l'ordre de 3 cm, proche des 5 cm de la longueur d'onde acoustique. En revanche, la taille du sillage des bords de fuite est de l'ordre de 0.3 cm, donc d'un ordre de grandeur inférieur.

Sur la base des résultats de simulation disponibles, un autre argument qualitatif peut être avancé en examinant la figure 5.32. La visualisation des contours de couleur pour le Mach relatif montre que le sillage des bords de fuite (sillage au sens du profil isolé) subit un mélange rapide en aval de la roue. Ainsi, au plan d'extraction utilisé pour les calculs acoustiques ($R = 1.1R_2$), il semble avoir disparu.

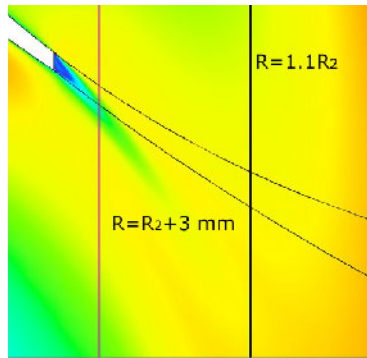


Figure 5.32: Sillage du bord de fuite : contours de couleur du Mach relatif sur un plan aube-à-aube à 80 % de la hauteur de pale. Le déficit de vitesse a disparu à $R = 1.1R_2$.

Afin d'avancer des arguments quantitatifs, les données aérodynamiques utilisées pour les calculs acoustiques ont été extraites sur un rayon $R = R_2 + 3$ mm, afin d'obtenir des profils de vitesse incluant les contributions des bords de fuite *et* du jet/sillage. Un traitement particulier a été appliqué à ces profils, illustré sur la figure 5.33. Pour chacune des composantes du champ de vitesse (V_r , V_t , V_z), nous avons qualitativement séparé les différentes contributions suivant l'exemple de la figure 5.33. Les calculs acoustiques ont ensuite été menés sur le profil complet d'une part et sur les deux contributions d'autre part.

Les résultats des calculs acoustiques sont les suivants : (i) profil complet : 126,4 dB ; (ii) contribution du bord de fuite : 104,9 dB ; et (iii) contribution du jet/sillage : 126,2 dB. Ces

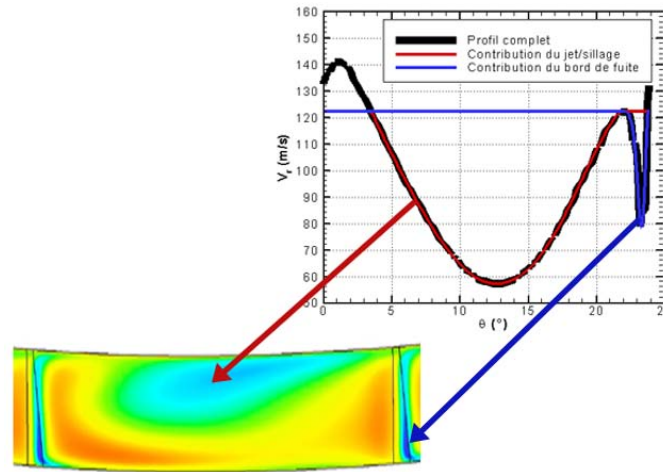


Figure 5.33: Séparation des contributions des bords de fuite et du jet/sillage. Contours de couleur sur un plan orthogonal à $R = 1.1R_2$ et correspondance avec l'analyse du profil de vitesse pour V_r extrait à 80 %.

résultats indiquent que le contenu fréquentiel du jet/sillage est nettement plus propice à générer du bruit que le sillage des bords de fuite. Notons que ces calculs n'ont qu'une valeur indicative, étant donné que les profils de vitesse utilisés ont été construits artificiellement, et que l'influence de cette construction sur les calculs par transformées de Fourier n'a pas été évaluée.

En somme, l'ensemble des indicateurs évoqués dans ce paragraphe tend à montrer que le jet/sillage est bien la contribution principale à la génération de bruit de raies au bord d'attaque du diffuseur. On peut donc conclure que lors d'une optimisation, réduire les inhomogénéités du jet/sillage est bénéfique pour l'aérodynamique et l'acoustique.

5.4.4.3 Écoulements secondaires

Le chapitre 2 a rappelé que la configuration de jet/sillage est liée aux écoulements secondaires et notamment à l'écoulement de jeu. La figure 5.34 illustre cette contribution, pour des calculs extraits des simulations avec les modèles SARC et YSRC.

La figure 5.37 compare les écoulements secondaires prédits par les modèles SARC et YSRC au point P1. Cette figure est obtenue en portant, sur plusieurs plans de coupes (voir la figure 5.35), les lignes de courant du vecteur local de l'écoulement secondaire. Ce vecteur ne pouvant être défini de manière non ambiguë, une méthode approchée est utilisée, dérivée de celle Hirsch, Kang et Pointel (1996) : le "vecteur écoulement principal" est approximé par la moyenne pondérée masse de chaque composante du vecteur vitesse relative sur le plan de coupe considéré. Le "vecteur écoulement secondaire" est alors localement défini comme la soustraction du vecteur écoulement principal au vecteur vitesse relative.

Une comparaison des lignes de courant de l'écoulement secondaire prédites par les modèles avec et sans correction n'a pas donné de différence significative. Notons que, s'agissant des écoulements secondaires, ils résultent en grande partie de l'action explicite des accélérations de Coriolis au niveau des équations de quantité de mouvement (voir le chapitre 2). Les corrections ne jouent que sur leur influence indirecte *via* l'action sur la

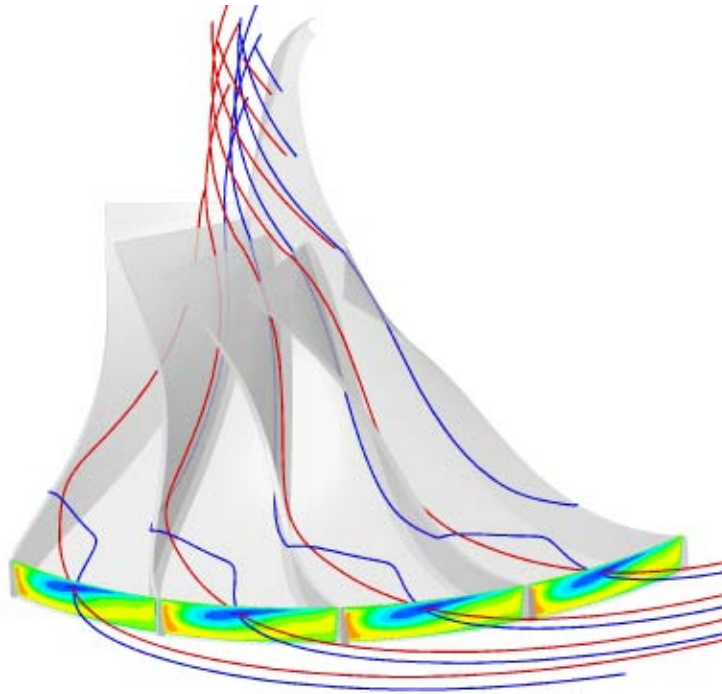


Figure 5.34: Contributions des écoulements secondaires et de jeu à la configuration de jet/sillage. Simulation avec le modèle SARC, maillage de 3Mpts, point de fonctionnement P1. Les contours de couleur correspondent à W , avec l'échelle de la figure 5.31. La ligne de courant bleue a transité par le jeu, la ligne de courant rouge subit l'effet des écoulements secondaires.

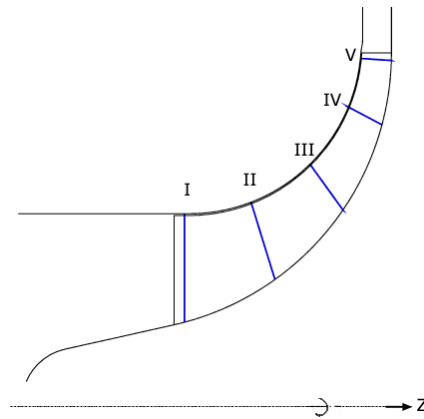


Figure 5.35: Plans de coupes pour l'extraction des écoulements secondaires des calculs CFD.

turbulence, et cette conclusion n'est donc pas surprenante. Pour cette raison, la figure 5.37 compare les deux modèles corrigés seulement. La figure 5.36 est donnée en support des commentaires qui suivent. Pour le modèle YSRC, elle représente les plans I, II, III et V, dans une vue 3D de la roue, avec des lignes de courant à travers ces plans.

Jusqu'au plan II, les deux modèles prédisent un tourbillon de passage similaire, formé par la migration de fluide dans les couches limites (i) du moyeu sous l'effet de la courbure des pales, et (ii) des surfaces des pales sous l'effet de la courbure de la veine méridienne ; vers la tête de pale, le mouvement relatif du carter contribue à cette structure tourbillonnaire.

À partir du plan III, la structure tourbillonnaire visible dans le cadran supérieur gauche

(proche du carter au SS) est la trace de l'écoulement de jeu, qui apparaît à ce plan du fait de la charge croissante de la pale à travers la roue, comme le montre la ligne de courant rouge de la figure 5.36. Cet effet est accentué par les tourbillons dûs à la courbure des pales et du plan méridien (figure 2.14). Dans la partie supérieure droite du plan, l'orientation des lignes de courant est due au tourbillon de jeu issu en amont, qui est convecté dans le canal par l'écoulement principal, combinée aux tourbillons de passage et des pales à l'extrados et au carter.

La différence entre les deux modèles se manifeste par le second tourbillon visible en pied vers le centre du canal pour le modèle YSRC, qui est en fait la persistance de la structure du plan précédent, au vu de la ligne de courant verte de la figure 5.36.

Peu de différences sont notables entre les deux modèles au niveau du plan IV, où la trace de l'écoulement de jeu reste visible, mais plus localisée vers le coin carter/extrados, du fait de la charge très importante de la pale en sortie de roue.

Au plan V, la principale différence entre les deux modèles est la présence d'un tourbillon supplémentaire en pied au centre du canal pour le modèle YSRC. Ce tourbillon est orienté du SS au PS, en contradiction avec les structures identifiées au chapitre 2. Il s'agit probablement de ce que Lakshminarayana (1996) appelle "l'effet direct de la rotation" dans le plan méridien, non pris en compte dans l'analyse du paragraphe 2.3.2. Ce tourbillon est rarement observé expérimentalement du fait de son orientation opposée aux autres contributions. Notons que ce tourbillon étant aussi observé avec le modèle YS, sa prédiction n'est pas liée à la correction.

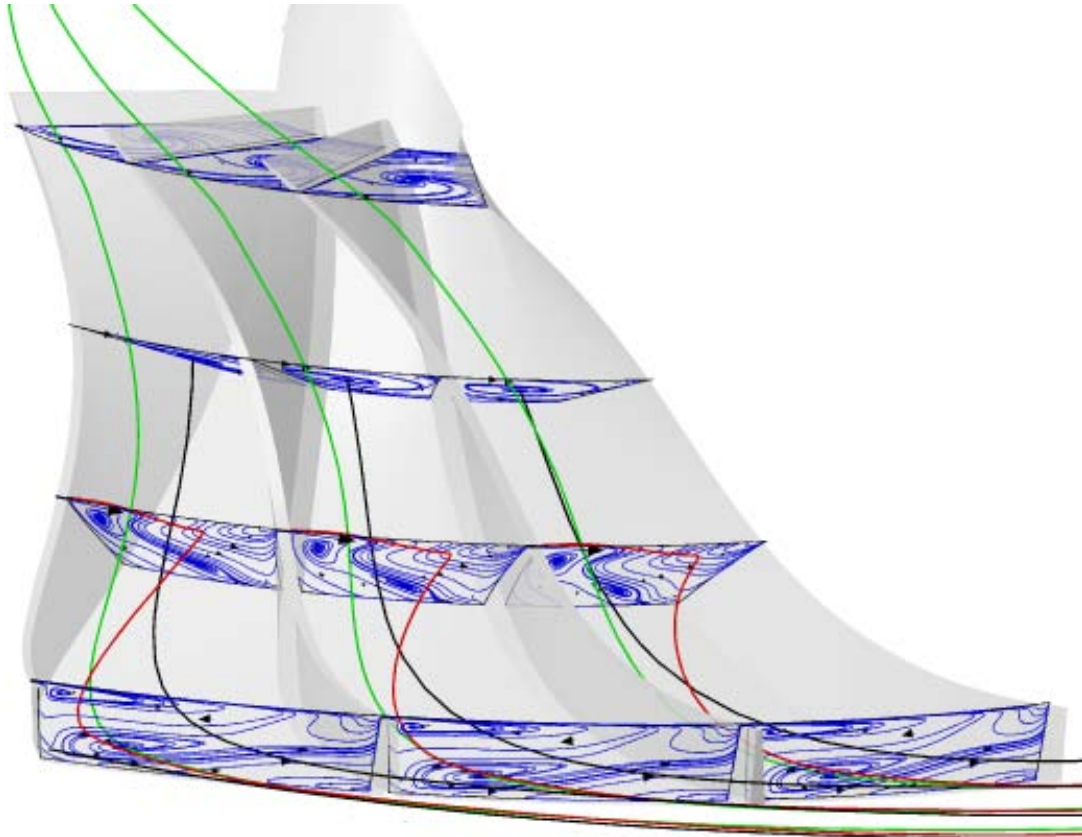


Figure 5.36: Lignes de courant à travers à les plans de coupes (le plan IV n'est pas figuré ici), illustrant l'évolution des structures tourbillonnaires. La ligne de courant rouge représente la contribution de l'écoulement de jeu. La ligne noire prend son origine au coeur du tourbillon du plan II. La ligne verte traverse le coeur du tourbillon proche du moyeu au plan V. Modèle YSRC, maillage de 1.5Mpts.

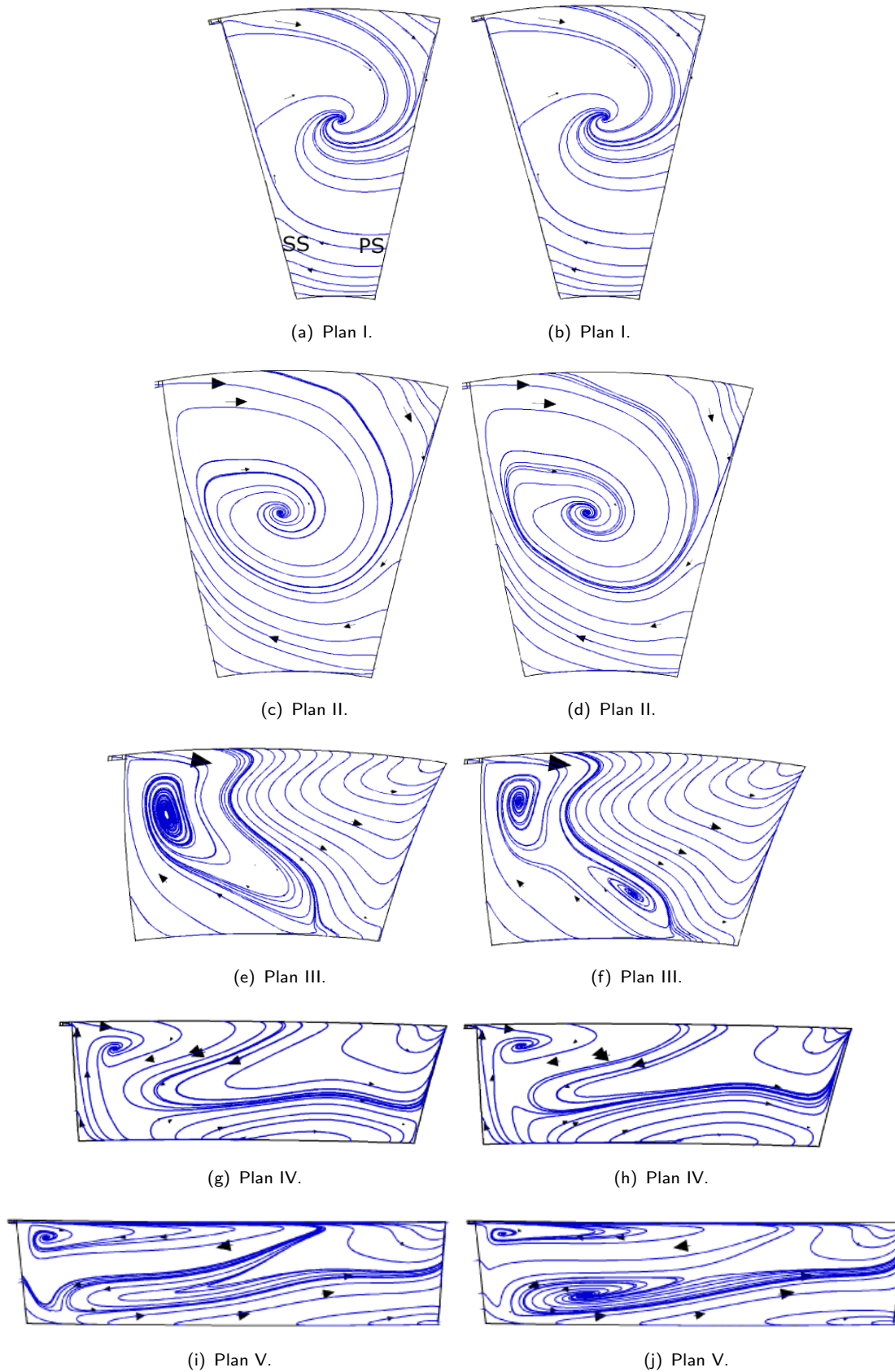


Figure 5.37: Lignes de courant des écoulements secondaires sur les plans orthogonaux de la figure 5.35, au point de fonctionnement P1. Modèle SARc à gauche et YSRC à droite. Maillage de 1.5Mpts.

Synthèse et conclusions

Les données physiques rappelées au début de ce chapitre ont souligné les effets significatifs de la rotation et de la courbure sur la turbulence. L'influence de ces effets sur des grandeurs physiques importantes comme le frottement pariétal, ou la charge dans un canal plan, nous a fondé à examiner l'impact de leur modélisation sur la prédiction des écoulements dans les compresseurs centrifuges.

Étant donné les défauts des corrections existantes, nous avons examiné deux corrections récentes visant à pallier ces déficiences : l'approche de Spalart et Shur (1997), basée sur l'introduction d'une mesure originale des effets RC et appliquée au modèle SA ; et la correction de Cazalbou *et al.* (2005), basée sur une approche (k, ϵ) garantissant un comportement mathématique et physique satisfaisant sur toute la gamme des régimes de rotation. Ces deux corrections ont donc été implantées dans le code de calcul EURANUS de NUMECA, en place chez LTS.

Les prédictions obtenues avec les modèles standards et leurs homologues corrigés ont été évaluées sur un compresseur académique, le cas-test RADIVER. Cette étape de validation amène un bilan nuancé sur les améliorations apportées par les corrections RC. En effet, si l'impact des corrections est majeur sur les champs de viscosité tourbillonnaire (voir les figures 5.22 à 5.24), il reste très limité sur les quantités globales et modéré sur les quantités locales. Nous faisons donc la conclusion suivante : l'effet *direct* de la rotation et de la courbure sur le champ moyen domine l'effet indirect *via* la turbulence.

En ce qui concerne la démarche de qualification de l'outil CFD adoptée dans ce mémoire, ce chapitre a montré que les incertitudes associées aux modèles de turbulence étaient significatives. En particulier, l'écart entre les modèles standards est de 0.3 points, et celui entre les deux corrections de 0.7 points. Les écarts dus à la modélisation sont donc du même ordre de grandeur que les incertitudes associées à des maillages raffinés (de l'ordre de 3 Mpts) identifiées au chapitre précédent. En revanche, sur un maillage de 200 000 points, l'erreur due à la grille est de l'ordre de 2 points, donc nettement supérieure.

Enfin, une dernière incertitude n'a pas été prise en compte dans ce chapitre, celle associée aux paramètres incertains. Le chapitre suivant va permettre de souligner l'importance de cette contribution, en particulier dans une approche industrielle de l'utilisation de la CFD.

Lire
la seconde partie
de la thèse